Pszeudorapiditás-eloszlások mérése a STAR EPD detektorral 19.6 GeV és 27 GeV energián

Molnár Mátyás
Fizikus MSc I.
Tudományos diákköri dolgozat

Témavezető:
Csanád Máté

ELTE TTK Atomfizikai Tanszék
2022

Kivonat

A kvark-gluon plazma (QGP) tulajdonságainak megismerése az Univerzum kezdeti állapotára ad visszatekintést, ez mutatja a létrehozására és vizsgálatára irányuló kísérletek jelentőségét. Az ilyen anyag azonban legalább körülbelül 150-200 MeV ($\sim 2 \cdot 10^9$ K) nagyságrendű hőmérsékleten létezhet, így csupán nagy energiájú részecskegyorsítókban tudjuk létrehozni, relativisztikus sebességre gyorsított részecskék ütközése során. Létrejötte után a QGP ugyanakkor szinte azonnal „kifagy", így tulajdonságaira, valamint a hadronikus anyaggá visszaalakulás mikéntjére csupán a kirepülő részecskékből következtethetünk, ezeket összetett detektorrendszerekkel mérhetjük.
A visszaalakulást vizsgáló nehézion-fizikai kutatások során lényeges meghatározni a részecskekeltés pszeudorapiditástól való függését. Ennek pontos kísérleti ismerete ugyanis sarkalatos pontja az elméleti modellekkel való összehasonlításnak.

A RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) gyorsító STAR kísérletében 2018-ban telepített *Eseménysík-detektor (Event Plane Detector, EPD)* elsődleges célja a nevében is hivatkozott eseménysík meghatározása, ugyanakkor segítségével indirekt módon pszeudorapiditás-eloszlásokat is mérhetünk.
Munkám során szimulált mérési adatok segítségével, egy *iteratív kibontó (iterative unfolding)* eljárást alkalmazva meghatároztam az EPD beütéseinek a bemeneti eloszlásokkal való kapcsolatát, és ennek segítségével pszeudorapiditás-eloszlást mértem, egyúttal a módszer szisztematikus hibáit meghatározva, azon motivációval, hogy adott esetben a mért eloszlásokat egy elméleti (relativisztikus hidrodinamikai) modellre illesztés segítségével értelmezni lehessen. Ez azért is fontos, mert ezen úttörő technika kidolgozásával a RHIC további nyalábenergiáin is lehetséges lesz ugyanezen mennyiség mérése. Ezáltal teljesebb képet kaphatunk arról, hogy egyes energiákon milyen folyamat során alakul a QGP hadronikus anyaggá, letapogatva ezzel az erős kölcsönhatást leíró QCD (kvantum-színdinamika) fázistérképét.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés: nagyenergiás nehézion-fizika **4**

1.1. Pszeudorapiditás 5

2. A STAR kísérlet és az EPD **6**

2.1. STAR 6

2.2. EPD 6

2.2.1. Felépítés 6

2.2.2. Geometria 8

2.2.3. Gyűrű (ring) 9

3. Az iteratív kibontó (*iterative unfolding*) eljárás **9**

3.1. Elméleti megfontolások [13] 9

3.1.1. A Bayes-tétel 9

3.1.2. Kísérleti eloszlás kibontása 10

3.1.3. A bizonytalanság közelítő meghatározása 11

3.1.4. A háttér kezelése 12

3.2. Gyakorlati alkalmazás: RooUnfold [14] 12

3.2.1. Hibák kibontása 12

4. A mérés és annak menete **14**

4.1. A mérés célja 14

4.2. A válasz (response) mátrix meghatározása szimulációval 14

4.2.1. Mérés szimulált adatokon 15

4.3. Unfolding és korrekciók 18

4.3.1. Hatékonyság (efficiency): többször számolt részecske (multiple count) korrekció 19

4.3.2. Charged factor (töltöttségi faktor) korrekciók 19

4.4. Konzisztencia ellenőrzése - Monte Carlo EPD-eloszlás kibontása és korrekciók 20

5. Eredmények valódi, mért EPD adatokon **21**

5.1. Kibontott eloszlások, η függvényében vett töltöttségi faktor korrekcióval . . 23

5.2. Eredmények 27 GeV és 19.6 GeV energián, mindhárom töltöttségi faktor korrekcióval 24

5.3. A három módszer összehasonlítása, szisztematikus hiba 26

5.3.1. Összehasonlító ábrák 26

5.3.2. A három módszer átlaga és a módszer választásának előzetesen becsült szisztematikus hibája 28

5.4. Korábbi eredmények a $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$ megmérésével 31

6. Motiváció: kapott eredmények összevetése hidrodinamikai modellel **31**

7. Összefoglalás, konklúzió **32**

Források **33**

8. Mellékletek **35**

8.1. Valódi adatok: gyűrűszámbeütés-eloszlás minden centralitásosztályra, adott Vz esetén, 27 GeV 35

8.2. Valódi adatok: gyűrűszámbeütés-eloszlás minden centralitásosztályra, adott Vz esetén, 19.6 GeV 36

8.3. MC: hatékonyság különböző Vz (z-vertex) esetén 37

8.4. MC: η-függő és gyűrűszámfüggő töltöttségi faktor korrekció 38

8.5. Válaszmátrix különböző Vz (z-vertex) esetén 39

8.6. MC: pszeudorapiditás-eloszlás különböző Vz (z-vertex) esetén és gyűrűszámbeütés-eloszlás 40

Megjegyzés

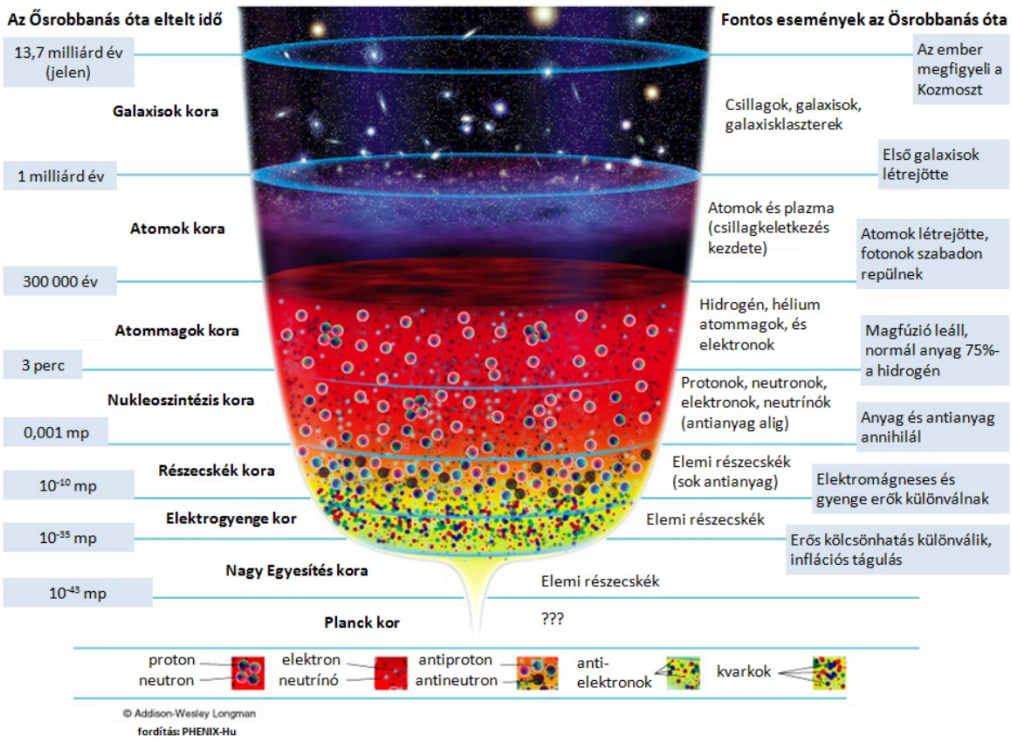
Szakdolgozatomban a magyar konvenciótól eltérő tizedespontot használok tizedesvessző helyett, a kiértékelő környezettel (`ROOT 5.34/38` [1]) és annak segítségével készített ábrákkal való konzisztencia érdekében.

További jelölési konvencióként, a vektorokat és mátrixokat kövéren szedve jelölöm.

1. Bevezetés: nagyenergiás nehézion-fizika

A tudomány jelenlegi állása szerint a kvarkok nem megfigyelhetőek szabad formában, hanem a *színbezárás* (color confinement, régebben *kvarkbezárás*) folyamatának következtében hadronokká alakulnak. Ez a folyamat a gluonok által közvetített erős kölcsönhatás alapvető jellemzője.

Mivel a gluonok tömege zérus, az erős kölcsönhatás hatótávolsága végtelen kellene legyen, azonban a színbezárás jelensége miatt gyakorlatilag véges, 1 fm = 10^{-15} m körüli. [2]



1. ábra. Az Univerzum története, az ősrobbanástól kezdődően. A kvarkok, mielőtt az első ezredmásodpercet követően hadronokba záródtak volna, a gluonokkal egyetemben nem voltak kötött állapotban, hanem egyfajta kvark-gluon plazmaként léteztek. Ezen ősanyag vizsgálata jelenleg a nagyenergiás nehézion-fizika módszereivel lehetséges. [3]

Az univerzum történetének első ezredmásodpercében a feltételezhető óriási nyomás és hőmérséklet következtében lehetséges volt még, hogy ezen részecskék egyféle kvark-gluon plazmaként (QGP) létezzenek (ld. 1. ábra). Ahhoz tehát, hogy a kvarkokat kísérletileg észlelhessük és ezen „ősleves” tulajdonságaira következtetni tudjunk, meg kell teremtenünk ezen óriási nyomást és hőmérsékletet: ez jelenlegi tudásunk szerint nagyenergiás (legalább

150-200 MeV) részecskeütközések során lehetséges. A nagy energiasűrűség miatt jelen lévő nagy nyomás szinte azonnal szétveti a keletkezett QGP-t [4], mely tágulása és hűlése során különféle részecskékké fagy ki: ahogy a kvarkok egymástól távolodnak, a növekvő mezőerő addig kelt gluonokat és kvark-antikvark párokat, amíg a színbezárás következtében valamennyi részecske színtelen nem lesz, azaz színtöltése zérus. A kvarkokat tehát ekképpen észlelhetjük, indirekt módon kísérletileg: közel egy irányba kirepülő részecskenyalábok, hadronzáporok, jetek formájában. [2]. A megmaradási törvények ismeretében ezen részecskék beazonosíthatók; tulajdonságaikból következtethetünk eredetükre, a QGP és így az ősrobbanás közeli állapot különböző jellemzőire.

1.1. Pszeudorapiditás

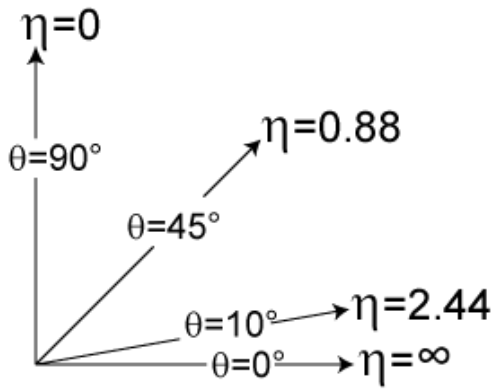
A kísérleti részecskefizikában a pszeudorapiditás (η) egy gyakran használt térkoordináta, mely adott részecske nyalábtengelyhez képesti relatív szögét írja le. Definíció szerint

$$\eta \equiv -\ln\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right], \tag{1}$$

ahol θ a részecske $\mathbf{p}$ hármasimpulzusa és a nyaláb pozitív iránya között bezárt szög. [6]

A $\mathbf{p}$ hármasimpulzus függvényében átírva ennek megfelelően:

$$\eta = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z}\right), \tag{2}$$



2. ábra. A pszeudorapiditás és a nyalábtengellyel bezárt szög kapcsolata. Forrás: [5]

ahol p_z az impulzus longitudinális (nyaláb irányára merőleges) komponense. Ennek a mennyiségnek ugyan alapjában véve nincs fizikai jelentősége, azonban ultrarelativisztikus esetekben - ha a részecske a fénysebességet megközelítő sebességgel halad (vagy azonosan, ha a részecske tömege elhanyagolható), akkor ($c = 1$ egységrendszerben, ahol c a fénysebesség) érvényes lehet az alábbi közelítés:

$$m << |\mathbf{p}| \quad \Longrightarrow \quad E \approx |\mathbf{p}|,$$

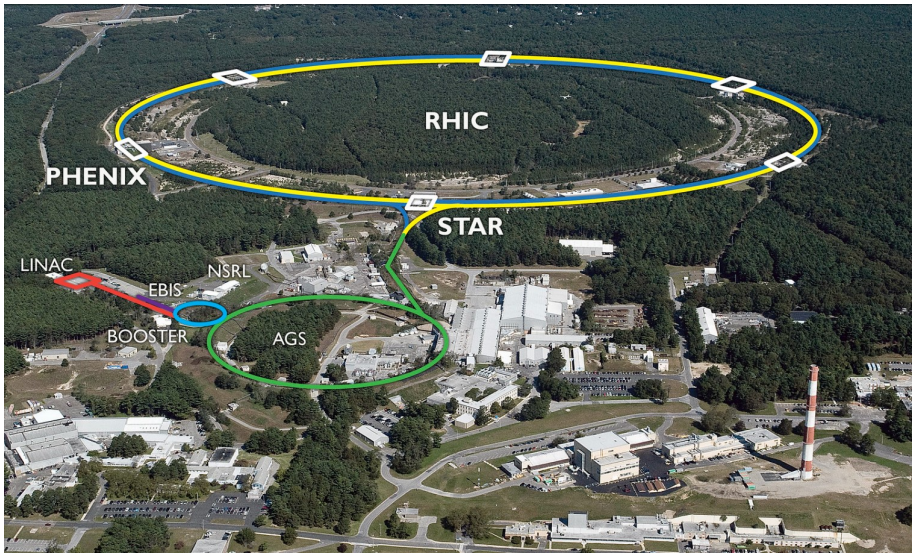
ahol E a részecske energiája. Ezáltal pedig a pszeudorapiditás közelítőleg egyenlő lesz a részecskefizikában definiált, már konkrét fizikai jelentést is hordozó rapiditással:

$$\eta \approx y \equiv \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E + p_z}{E - p_z}\right). \tag{3}$$

Ez a speciális relativitáselméletben használt rapiditástól annyiban különbözik, hogy $|\mathbf{p}|$ értéke helyett p_z-t használja. Innen az „előre” vagy „hátra” irány megfelel a pozitív vagy negatív z-iránynak, vonatkozva adott detektor nyalábtengelyhez közeli régióira.

2. A STAR kísérlet és az EPD

2.1. STAR



3. ábra. A RHIC létesítménye; a képen jelölve a STAR kísérlet helye is. Forrás: [7]

A STAR (Solenoidal Tracker, *szolenoidális lekövető*, ld. 4. ábra) detektor a *Relativisztikus Hadronütköztető* (Relativistic Heavy Ion Collider, RHIC, ld. 3. ábra) egyik létesítménye. Elsődleges célja QGP kialakulásának és tulajdonságainak tanulmányozása.
A nagyenergiás ütközések komplexitása miatt, amennyiben erős konklúziókat szeretnénk levonni a QGP-ről, több egyidejű kísérletre van szükség. Ezért a STAR is többféle detektorból áll, melyek különböző részecskékre specializálódnak vagy mozgásukat karakterizálják. [8]

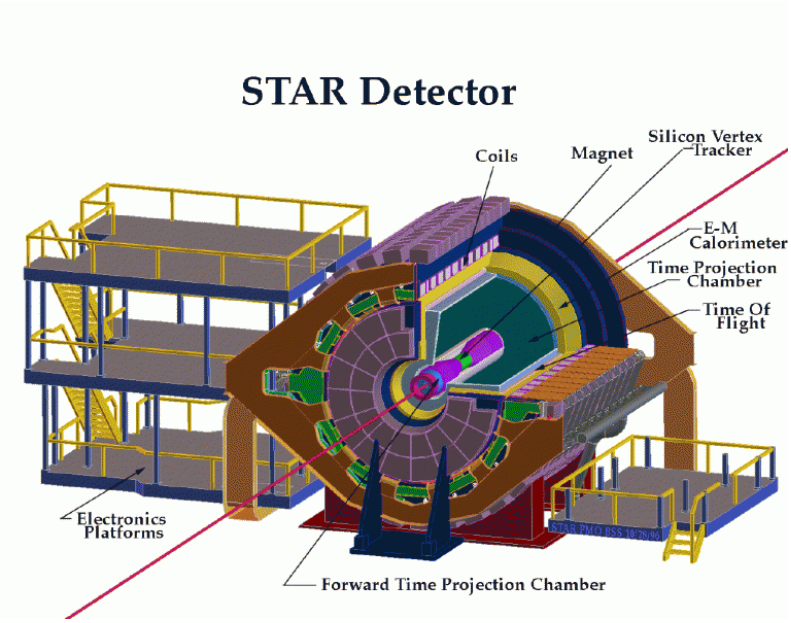
2.2. EPD

Az *Eseménysík-detektor* (Event Plane Detector, EPD) a STAR kísérlet egy újonnan telepített detektora. Célja a nagyenergiás ütközések során kibocsátott előreszóródó töltött részecskék mintázatának mérése.

Valamennyi ütközés kezdeti geometriájának meghatározása kritikus lépése a rendszer komplex fizikájának megismeréséhez. Kísérletileg, ez a geometria *eseménysíkok* (event planes) formájában számszerűsített, ezek meghatározására pedig jól megalapozott módszerek léteznek. Jelen szakdolgozatban ezen mennyiség bővebb vizsgálatára nem térek ki.

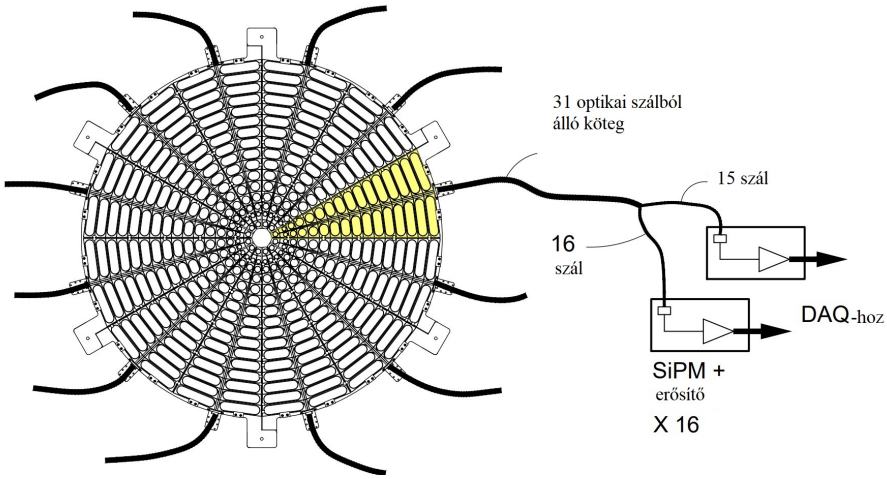
2.2.1. Felépítés

Két erősen szegmentált korongból („kerék”) áll, 1.2 cm vastag szcintillátorlemezekkel ellátva, melyek hullámhossztoló szálakkal vannak szilícium fotoelektronsokszorozókkal összeköttetésben. Egy-egy kerék vázlatos felépítése látható az 5. ábrán. Mindkét kerék 30°



4. ábra. A STAR kísérlet vázlatos felépítése; nem jelölve rajta még az EPD detektor. Kép forrása: [9]

azimutszöget lefedő 12 „szuperszektorból” áll, melyek további 31 csempére oszlanak. Valamennyi szuperszektor egy 31 optikai szálból álló köteggel szállít fényt szilícium fotoelektronsokszorozóba (SiPM); ezek a jelek erősítés után továbbküldődnek a STAR digitalizáló és adatgyűjtő rendszerbe (STAR DAQ). [10]

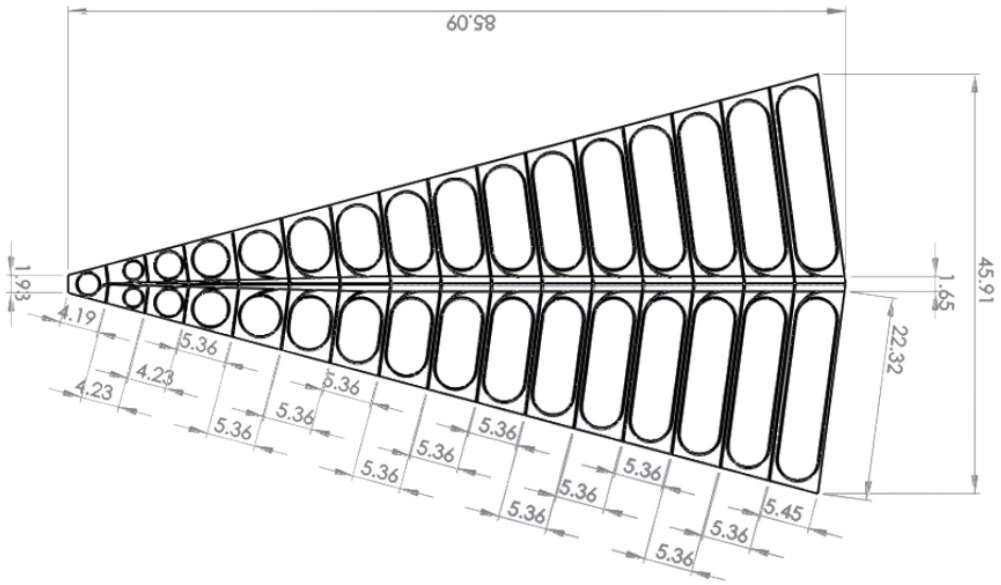


5. ábra. Az EPD felépítésének vázlata. A két EPD „kerék” közül az egyik ábrázolva. A 31 csempe mind a 12 szuperszektorból optikai szálak kötegeivel van összeköttetésben a szilícium fotoelektronsokszorozóval és az erősítő elektronikával. Forrás: [10]

Az eseménysík meghatározása szempontjából a részecskék típusának meghatározása, valamint, hogy ezen részecskék az eredeti ütközési csomópontokból (vertex) származnak-e vagy esetleg azok elbomlásából született leányelemek, lényegtelen. Bár a töltött részecskék pályája elhajlik a STAR 0.5 T mágneses mezejében, szimulációk alapján ez sem befolyásolja az eseménysík meghatározását lényegesen. Ennek következtében a az EPD nem tudja sem részecskék típusát meghatározni, sem azok pályáját követni (tracking). [10].

A detektorrendszer ezen tulajdonsága meghatározó lesz abban, hogy hogyan lehetséges vele az eredeti ütközési csomópontból származó töltött részecskék pszeudorapiditás-eloszlását (a „valódi” pszeudorapiditás-eloszlást) mérni.

2.2.2. Geometria



6. ábra. Egy szuperszektor részletes ábrája; a méretek cm-ben megadva.

Mivel az eseménysíkok a részecskehozam azimutális függésének Fourier-komponensei által meghatározottak [11], ezért az EPD is azimutális szimmetriát mutat. A STAR további detektorai miatt az EPD $z = \pm 3.75$ m helyzetben rögzített.

Az EPD előre- és hátraszóródó részecskéket képes érzékelni, a nyaláb eredeti irányához képest

$$0.7^\circ < \theta < 13.5^\circ$$

szögtartományban. Pszeudorapitiásban kifejezve, a detektor lefedi a

$$2.14 < |\eta| < 5.09$$

tartományt.

A detektor szegmentációjának tervezésekor többféle, a mérési teljesítmény irányában tett elvárást figyelembe kellett venni, ennek megfelelően lettek optimalizálva az egyes csempeméretek. Végeredményben, korábbi mérések alapján [12] kb. 10% valószínűséggel történnek kettős beütések, valamennyi sugárméretnél található csempéken, centrális Au + Au ütközésekre $\sqrt{s_{NN}} = 19.6$ GeV energián. Ezek hatását a későbbiekben folytatott online trigger (kioldó mechanizmus) és offline elemzések esetén szimulációkból kell meghatározni és ennek megfelelően korrigálni.

2.2.3. Gyűrű (ring)

Amely mennyiség a későbbiekben is fontos lesz a pszeudorapiditás mérése szempontjából, a *gyűrű* (ring) száma: ez megfelel a nyaláb tengelyétől azonos távolságban lévő csempék sávjának. Az egyik oldalon található kerék esetén (`Side=-1`, keleti oldal) középről kifelé 0-tól 15-ös indexszel jelölhető, míg a másik oldalon (`Side=1`, nyugati oldal) kintről befelé 16-ostól 31-es indexszel. Ekképpen a pszeudorapiditás a gyűrűszám függvényében a lehető leginkább „folytonosan" megy át (természetesen, a gyűrűszámok diszkrét értékek, valamint van egy ugrás a 15-ös és 16-os index között, ahol is a pszeudorapiditás gyakorlatilag előjelet vált).

3. Az iteratív kibontó (*iterative unfolding*) eljárás

3.1. Elméleti megfontolások [13]

A kísérletekben a mért, megfigyelhető mennyiségek eloszlása különbözik a megfelelő „valódi" fizikai mennyiségektől, a fizikai hatások és a detektorok tökéletlenségei miatt.

Egyetlen fizikai változó esetén általában az ún. *bin-to-bin* korrekciót használjuk (a bin az adatot tároló, diszkrét oszlopra vonatkozik). Ennek során Monte Carlo szimuláció segítségével meghatározható egy *általánosított hatékonyság*: itt kiszámoljuk az arányát annak, hogy mennyi esemény esik egy adott binbe a rekonstruált változó esetén szemben azzal, hogy mennyi az események száma ugyanazon binben a valódi változó esetén. Ez a módszer több szempontból is limitált: egyrészt, a kétféle eloszlás ugyanannyi binre osztott kell legyen, valamint nem veszi figyelembe a binek közötti korrelációt sem. Tehát, csak akkor érvényes, ha migráció mértéke elhanyagolható, és az elkenés (smearing) szórása kisebb a bin szélességénél. Munkám során ezt a módszert is használtam, pl. a 4.3.1. fejezetben leírtaknak megfelelően.

Egy másik elképzelés lehet a migrációk problémájának feloldására, hogy konstruálunk egy mátrixot, mely összeköti az adott binben generált események számát a többi, egyes binekben megfigyeltek számával. Ezen mátrix inverzének segítségével ezután beszorozzuk a mért eloszlást.
Mivel a mátrix szinguláris is lehet (nem létezik valószínűségi megfontolás, hogy ez a mátrix minden esetben invertálható kell legyen), a valószínűségeloszlások térbeli vektorokként kezelése elvben is helytelen.

A továbbiakban egy Bayes-tételen alapuló módszert mutatok be, amelynek alkalmazását a munkám során felhasználtam: ez az iteratív kibontó *bayesian unfolding* algoritmus.

3.1.1. A Bayes-tétel

Különböző független C_i $(i = 1, 2, ..., n_C)$ okokat veszünk, amelyek egy E hatást képesek kiváltani. Tételezzük fel, hogy az egyes okok kezdeti valószínűsége $P(C_i)$, és az i-edik ok feltételes valószínűsége a hatás kiváltására $P(E|C_i)$. A Bayes-tétel formula alakjában ekkor

$$P(C_i|E) = \frac{P(E|C_i) \cdot P(C_i)}{\sum_{l=1}^{n_C} P(E|C_l) \cdot P(C_l)}. \tag{4}$$

Azaz, ha megfigyelünk egy egyedülálló eseményt (ill. hatást), az i-edik ok miatti valószínűség arányos az ok valószínűségével szorozva a hatást is kiváltó ok valószínűségével.

A $P(C_i|E)$ függ az okok kezdeti valószínűségétől, ahogy a végső eloszlás szintén függ $P(E|C_i)$-től. Ezeket a valószínűségeket szükséges előbb mind kiszámolni Monte Carlo módszerekkel, ebben áll ezen módszer egyetlen gyengesége.

3.1.2. Kísérleti eloszlás kibontása

Amennyiben egy E hatás esetén $n(E)$ eseményt észlelünk, az egyes okokhoz rendelhető események számának várható értéke:

$$\langle n(C_i)\rangle = n(E) \cdot P(C_i|E) \tag{5}$$

Mivel a mérés eredménye adott C_i ok esetén többféle E_j ($j = 1, 2, ..., n_E$) hatás lehet, mindre szükséges a 4. Bayes-formula $P(C_i|E_j)$ kiértékelése (ezeket egyes helyeken formálisan ún. **S** *smearing*, elkenési mátrixként is jelölik):

$$P(C_i|E_j) = \frac{P(E_j|C_i) \cdot P_0(C_i)}{\sum_{l=1}^{n_C} P(E_j|C_l) \cdot P_0(C_l)}, \tag{6}$$

ahol $P_0(C_i)$ az esetek kezdeti valószínűsége. Mindez a következő normálási feltételek mellett érvényes:

$$\sum_{i=1}^{n_C} P_0(C_i) = 1 \quad \text{és} \quad \sum_{i=1}^{n_C} P(C_i|E_j) = 1 \tag{7}$$

Valamint, teljesülnie kell a következőnek:

$$0 \leq \varepsilon_i \equiv \sum_{j=1}^{n_E} P(E_j|E_i) \leq 1 \tag{8}$$

A $P(E_j|C_i)$ valószínűségekre pedig az előzőhöz hasonlóan formálisan ún. **R** *response*, válasz mátrixként hivatkozom majd.

N_{obs} számú kísérleti megfigyelés után után megkapjuk a gyakoriságeloszlást: $\mathbf{n}(E) = \{n(E_1), n(E_2), ..., n(E_{n_E})\}$. Az események várható értékét hozzárendelve minden egyes okhoz és a megfigyelt eseményhez, a következőképp számolható minden egyes hatásra alkalmazva:

$$\langle n(C_i)|_{obs}\rangle = \sum_{j=1}^{n_E} n(E_j) \cdot P(C_i|E_j). \tag{9}$$

Bizonyos ε_i hatékonyságot is figyelembe véve, a valódi eseményszám várható értékének legjobb becslése:

$$\langle n(C_i)\rangle = \frac{1}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^{n_E} n(E_j) \cdot P(C_i|E_j) \quad \wedge \quad \varepsilon_i \neq 0 \tag{10}$$

Ezen kibontott eseményekből közelíthető a valódi teljes eseményszám:

$$\langle N_{true}\rangle = \sum_{i=1}^{n_C} \langle n(C_i)\rangle,$$

az okok végső valószínűsége:

$$\langle P(C_i)\rangle \equiv P(C_i|n(E)) = \frac{\langle n(C_i)\rangle}{\langle N_{true}\rangle},$$

és a teljes hatékonyság:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{N_{obs}}{\langle N_{true}\rangle},$$

mely **különbözhet** a generált és rekonstruált Monte Carlo események ε_0 teljes hatékonyságától:

$$\varepsilon_0 = \frac{N_{\text{rekonstruált}}}{\langle N_{\text{generált}}\rangle} = \frac{\sum_{i=1}^{n_C} \varepsilon_i P_0(C_i)}{\sum_{i=1}^{n_C} P_0(C_i)}.$$

Ennek megfelelően, a kibontást iteratívan kell végezni, ennek lépései:

1. kiválasztani egy kezdeti $\mathbf{P_0}(C)$ eloszlást, a tanulmányozott folyamat lehető legjobb ismeretében;
2. kiszámolni $\langle \mathbf{n}(C)\rangle$-t és $\langle \mathbf{P}(C)\rangle$-t;
3. χ^2-próbát végezni $\langle \mathbf{n}(C)\rangle$ és $\langle \mathbf{n_0}(C)\rangle$ között;
4. $\mathbf{P_0}(C)$-t helyettesíteni $\langle \mathbf{P}(C)\rangle$-vel, $\mathbf{n_0}(C)$-t helyettesíteni $\langle \mathbf{n}(C)\rangle$-vel;
5. kezdeni a folyamatot újra a 2. ponttól.

Ezt a folyamatot addig ismételni, míg a χ^2 érték „elég kicsi” nem lesz. Általában (legalábbis az ezen munkában bemutatandó folyamatoknál) 4 iteráció épp elégséges és optimális. Túl nagy iterációs szám esetén ugyancsak elromlik a módszer hatékonysága.

3.1.3. A bizonytalanság közelítő meghatározása

Bevezetve az

$$M_{ij} = \frac{P(E_j|C_i)\cdot P_0(C_i)}{[\sum_{l=1}^{n_E} P(E_l|C_i)]\cdot[\sum_{l=1}^{n_C} P(E_j|C_l)\cdot P_0(C_l)]}$$

kibontó mátrixot, (10) átírható a következőképp:

$$\langle n(C_i)\rangle = \sum_{j=1}^{n_E} M_{ij}\cdot n(E_j). \tag{11}$$

A $\mathbf{V}$ kovarianciamátrix elemeit alapjában véve ezen két lineáris tag adaléka adja; nevezetesen, a teljes kovarianciamátrix ezek összege:

$$V_{kl} = V_{kl}(\mathbf{n}(E)) + V_{kl}(\mathbf{M}), \tag{12}$$

ahol

$$V_{kl}(\mathbf{n}(E)) = \sum_{j=1}^{n_E} M_{kj}M_{lj}n(E_j)\left(1-\frac{n(E_j)}{\langle N_{true}\rangle}\right) - \sum_{i,j=1;\,i\neq j}^{n_E} M_{ki}M_{lj}\frac{n(E_i)n(E_j)}{\langle N_{true}\rangle}; \tag{13}$$

és

$$V_{kl}(\mathbf{M}) = \sum_{i,j=1}^{n_E} n(E_i)n(E_j)\cdot \mathrm{Cov}(M_{ki}, M_{lj}), \tag{14}$$

melyben

$$\mathrm{Cov}(M_{ki}, M_{lj}) = \sum_{\{ru\}\{su\}} \frac{\partial M_{ki}}{\partial P(E_r|C_u)} \frac{\partial M_{lj}}{\partial P(E_s|C_u)} \cdot \mathrm{Cov}[P(E_r|C_u),\, P(E_s|C_u)];$$

$$\frac{\partial M_{ki}}{\partial P(E_r|C_u)} = M_{ki} \left[\frac{\delta_{ku}\delta_{ri}}{P(E_r|C_u)} - \frac{\delta_{ku}}{\varepsilon_u} - \frac{\delta_{ri} M_{ui} \varepsilon_u}{P(E_i|C_u)} \right];$$

$$\mathrm{Cov}[P(E_r|C_u),\, P(E_s|C_u)] = \begin{cases} \frac{1}{n_u} P(E_r|C_u)[1 - P(E_s|C_u)] & \text{ha } (r = s) \\ -\frac{1}{n_u} P(E_r|C_u) P(E_s|C_u) & \text{ha } r \neq s \end{cases}$$

és δ_{ij} a Dirac-delta, n_u a generált események száma a C_u ok-cellában.

3.1.4. A háttér kezelése

A feljebb ismertetett módszerrel a háttér egyszerűen figyelembe vehető további C_{n_c+1} ok-cellák és $P(C_{n_c+1})$ kezdeti valószínűségek hozzáadásával.

3.2. Gyakorlati alkalmazás: RooUnfold [14]

Egy programcsomag, mely a 3.1. alfejezetben leírtakat megvalósítja, valamint az ismertetetten túl más módszerekkel is (szingulárisérték-dekompozíció - SVD, ún. TUnfold regularizált mátrixinvertáló metódus, valamint regularizálatlan binenkénti mátrixinvertálás) kibontást végez, a `RooUnfold` [15].

A programcsomag `C++`-ban implementált, egyszerű objektumorientált megközelítéssel tervezett, a `ROOT` osztályaira épít. Maga definiál osztályokat különböző kibontó algoritmusoknak, és egy osztályt a válasz mátrixnak. Ez utóbbi teljesen független a kibontástól.

A válasz mátrix tölthető már meglévő hisztogrammokból (v. mátrixokból), vagy a beépített függvények segítségével, alapjában véve háromféle kategóriából:

- `Fill(`$x_{\texttt{meas}}$`, `$x_{\texttt{true}}$`)`: egy valódi, megfelelő mért érték és hozzá tartozó kimeneti érték betöltése.
- `Miss(`$x_{\texttt{true}}$`)`: interpretálható további egy sorként a válasz mátrixban; nem valódi kimeneti érték.
- `Fake(`$x_{\texttt{meas}}$`)`: interpretálható további egy oszlopként a válasz mátrixban; hamis bemeneti érték.

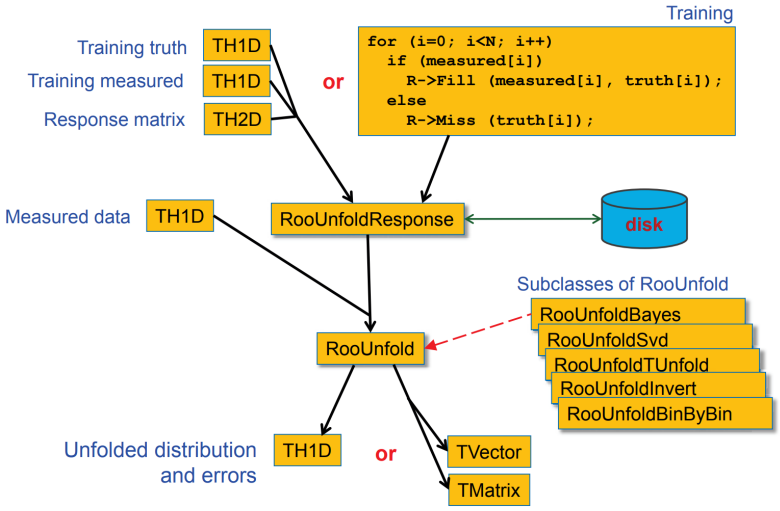
3.2.1. Hibák kibontása

Egyszerű regularizációs eljárás során a helyes χ^2 értékhez invertálni szükséges a kovarianciamátrixot:

$$\chi^2 = (\mathbf{x}_{\text{meas}} - \mathbf{x}_{\text{true}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{x}_{\text{meas}} - \mathbf{x}_{\text{true}}), \tag{15}$$

azonban az esetek nagyrészében ez a kovarianciamátrix rosszul kondicionált, mely megnehezíti az inverz számolását.

Ez a probléma nem merül fel a bayesi kibontás esetén. Itt felhasználom (10) és (12) jelöléseit. A $\mathbf{V}$ kovarianciamátrix hibaterjedéssel számolt $n(E_j)$-ből, de M_{ij} attól függetlennek



7. ábra. RooUnfold osztályok. A tanító igazi (training truth), tanító mért (t. measured), mért és kibontott eloszlás-adathalmazok megadhatók TH1D, TH2D vagy TH3D hisztogrammok formájában. Kép forrása: [14], 1. ábra

feltételezett. Ez csupán az első iterációra igaz; minden továbbira $n_0(C_i)$ az előző iterációból származó $\langle n(C_i)\rangle$-vel helyettesítődik, és így már a következő $\langle n(C_i)\rangle$ függ $n(E_j)$-től. Ennek figyelembe vételére, a hibaterjedési mátrix:

$$\frac{\partial\langle n(C_i)\rangle}{\partial n(E_j)} = M_{ij} + \sum_{k=1}^{n_E} M_{ik} n(E_k) \left(\frac{1}{n_0(C_i)} \frac{\partial n_0(C_i)}{\partial n(E_j)} - \sum_{l=1}^{n_C} \frac{\varepsilon_l}{n_0(C_l)} \frac{\partial n_0(C_l)}{\partial n(E_j)} M_{lk} \right) \tag{16}$$

Ez függ a $\frac{\partial n_0(C_i)}{\partial n(E_j)}$ mátrixtól - az azonban a $\frac{\partial\langle n(C_i)\rangle}{\partial n(E_j)}$ mátrix az előző iterációból; az első iteráció után tehát e második tag teljesen eltűnik:

$$\frac{\partial n_0(C_i)}{\partial n(E_j)} = 0 \quad \text{és így} \quad \frac{\partial\langle n(C_i)\rangle}{\partial n(E_j)} = M_{ij}$$

lesz.

A hibaterjedési mátrix használható a kibontatlan eloszlás kovarianciamátrixának $V(n(E_i), n(E_j))$ mérési kovarianciamátrixból való kinyerésére:

$$V(\langle n(C_k)\rangle, \langle n(C_l)\rangle) = \sum_{i,j=1}^{n_E} \frac{\partial\langle n(C_k)\rangle}{\partial n(E_i)} V(n(E_i), n(E_j)) \frac{\partial\langle n(C_l)\rangle}{\partial n(E_j)} \tag{17}$$

Munkám során a RooUnfoldBayes és RooUnfoldResponse kibontó és válasz mátrix osztályokat használtam. Előbbi a 3.1. alfejezetben már ismertetett bayesi kibontást végzi, és a feljebb részletezett módon számol hibát.

4. A mérés és annak menete

Megjegyzés: *a könnyebb kezelhetőség és gyorsabb számolás érdekében a most következő diagrammokat eredetileg teljes* $-6 \leq \eta \leq 6$ *tartományra kiértékeltem; valódi jelentése azonban csak az EPD által lefedett tartománynak (*$-5.09 \geq \eta \geq -2.14$ *és* $2.14 \geq \eta \geq 5.09$*) van, így az azon kívülieket fehér téglalapokkal (`TBox`) kitakartam.*

4.1. A mérés célja

Célunk meghatározni az EPD beütéseinek (mérés) segítségeivel az ütközésben közvetlenül keletkezett részecskék pszeudorapiditás-eloszlását. Ez azonban nem tehető meg közvetlenül több okból sem, egyebek mellett

- miután az EPD a STAR többi detektorrétegén kívül helyezkedik el, egy-egy beütést okozó részecske könnyen származhat a beljebb elhelyezkedő detektorokkal való kölcsönhatásból;
- a nagy távolság miatt sokkal nagyobb esély van arra, hogy egyes beérkező részecskék valamely útközben elbomlott, más részecskéből származnak;
- sokszor bonyolult folyamatok során egyes ütközésben keletkezett semleges részecskék is okoznak beütést, tényleges fizikai értelme viszont csak a töltött részecskék pszeudorapiditásának van.

Jelölje az egyes események során keletkező EPD-beütések vektorát $\mathbf{N}$, melynek elemeit: $N(i_{\text{ring}})_i$ a gyűrűk $i \in \{0, 1, ..., 31\}$ száma indexeli. Jelölje az ütközés során kirepülő direkt részecskék diszkrét értékekre szétválasztott, adott pszeudorapiditás-tartományba eső számait formálisan $\left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\eta}\right)_j$. Lineáris kapcsolatot feltételezve:

$$N(i_{\text{ring}})_i = \sum_j R_{ij}(\eta_j, i_{\text{ring}}) \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\eta}\right)_j \tag{18}$$

Ez az R_{ij} mátrix azonban nem identitás, hanem a válaszmátrix; folytonos esetben ez a következő lenne - formálisan felírva konvolúció:

$$\mathrm{d}N(i_{\text{ring}}) = \int R(\eta, i_{\text{ring}}) \left(\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\eta}\right) \mathrm{d}\eta. \tag{19}$$

(A pszeudorapiditás-eloszlás egyébként is folytonos mennyiség, de a numerikus számítások esetén értelemszerűen mindig binezett eloszlással dolgozunk.)

A feladat tehát az, hogy ezen $\mathbf{R}$ mátrixot szimuláció segítségével meghatározzuk, majd a $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\eta}$ eloszlást kibontsuk a mért (és eseményszámmal normált) EPD gyűrű-beütés eloszlásból.

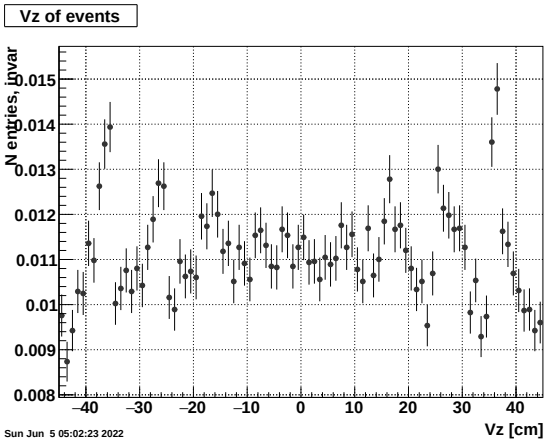
4.2. A válasz (response) mátrix meghatározása szimulációval

A HIJING (Heavy Ion Jet Interaction Generator) egy Monte Carlo eseménygenerátor nagyenergiás hadronikus és magütközések parton- és részecskekeletkezéseinek modellezésére. [16] Ennek segítségével készített ún. MuDST adatformátumú fájlokon (összesen 4490 fájl, 44900 szimulált eseménnyel) végeztem mérést.

4.2.1. Mérés szimulált adatokon

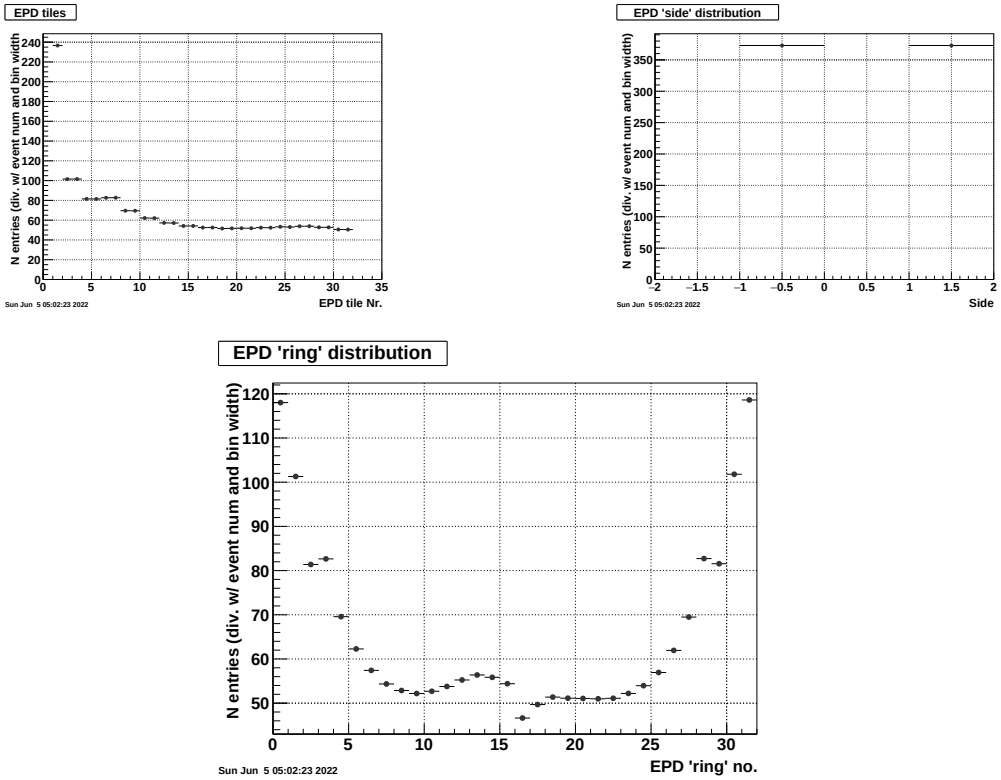
Ciklus eseményeken és EPD beütéseken

A mérés során végigiteráltam az összes eseményen egy ciklusban. Itt egy `TH1` hisztogrammba betöltöttem az események z-vertexét.
*A **vertex:** kölcsönhatási pont (interaction point, IP) a részecske ütközésének helyét jelöli. A nominális kölcsönhatási pont a tervezett ütközési pont, mely különbözhet a valódi ütközési ponttól; ehhez kötődik az elsődleges (primary) vertex, mely a részecskék ütközésének rekonstruált, valódi helye. [17] A „z" ennek z koordinátájára, azaz a nyaláb irányú vetületére utal.*
Az események z-vertexeinek eloszlása látszik a 8. ábrán, a számunkra későbbiekben releváns (-45 cm-től +45 cm-ig) tartományban.



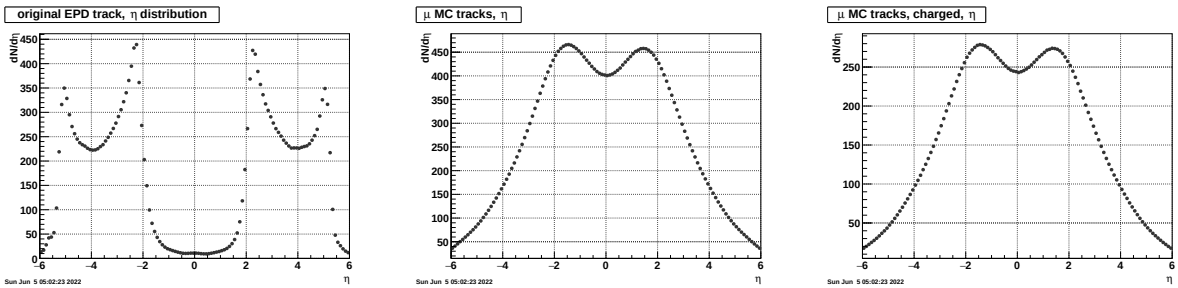
8. ábra. A szimulációból kinyert események z-vertexeinek eloszlása, leosztva az eseményszámmal és binszélességgel.

Ezen belül egy EPD beütéseken végighaladó ciklusban lekértem az `StMuEpdHit` osztályba tartozó beütések `tile` (csempe) és `side` (oldal) értékét; ezek eloszlása önmagában véve csak tájékoztató jellegű volt, egy egyszerű algoritmus segítségével ezeket átalakítottam EPD gyűrűszámmá. E három eloszlás látszik a 9. ábrán.



9. ábra. Az összes szimulált eseményre vett EPD „tile” és „side” eloszlás eseményszámmal és binszélességgel leosztva, valamint az ezekből számolt gyűrűszámbeütés-eloszlás. A középső triviális, valóban ezt vártuk, hogy ugyanazon negatív ill. pozitív értékeket vegyen fel.

A következőkben egy algoritmus segítségével visszakerestem valamennyi EPD beütés elsődleges pálya - *primary track* (amennyiben visszakövethető volt) azonosítóját; ezen azonosítót egy vektorok alkotta vektor (jelölje `track_epdhits`) adott indexeivel azonosítottam (jelölje `numOrigin`), majd az EPD beütés indexét beírtam a `numOrigin-1` indexű vektor egyes elemeibe.



10. ábra. Balról jobbra: Az EPD-beütést okozó, elsődleges pályák pszeudorapiditás-eloszlása, a többszöri beütések korrekciója nélkül, szimulált adatokból; MC pályák pszeudorapiditás-eloszlása;
töltött részecskékhez tartozó MC pályák pszeudorapiditás-eloszlása.

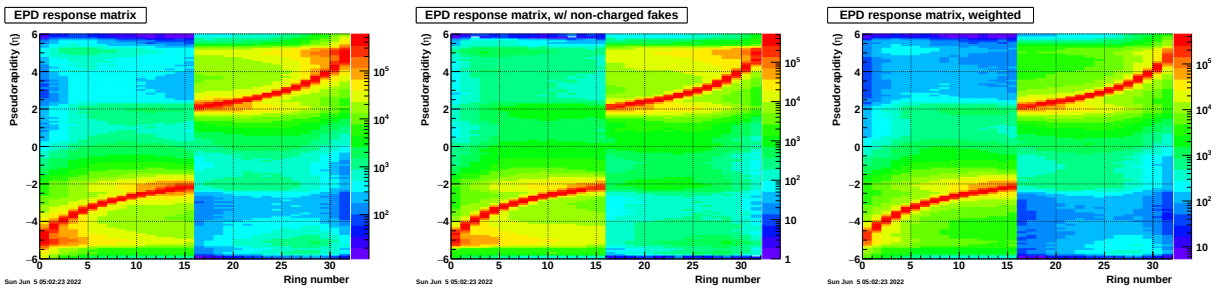
Ciklus elsődleges pályákon

Ezt követően az `StMuMcTrack` osztályba tartozó elsődleges pályákon végigiteráltam, és ott a következőket végeztem el:

- **Pszeudorapiditás az összes és a töltött részecskék pályáira:** `TH1` függvényosztály segítségével hisztogrammba töltöttem a pályák pszeudorapiditását. *Amennyiben `track->Charged()` értéke nemnullát adott, tehát töltött részecske pályáját találtam meg*, ezt egy külön hisztogrammba is betöltöttem.
- Amennyiben a `track_epdhits` ciklusváltozó indexű vektora nemnulla méretű volt, azon a vektoron végigiteráltam:
  1. **Válaszmátrix:** Egy válaszmátrixba `Fill` metódussal betöltöttem az EPD-beütés gyűrűszámát és a pálya pszeudorapiditását.
  2. **Súlyozott válaszmátrix:** Egy másik válaszmátrixba betöltöttem ugyanezt, a függvény saját paraméterét használva súlyozva az adott vektor méretének inverzével. Ezt végül nem használtam, mert a kibontási procedúra során megbízhatatlan eredményt adott.
  3. **„Töltött" válaszmátrix:** Egy harmadik válaszmátrixba betöltöttem ugyanezt, *amennyiben töltött részecske pályáját találtam meg.*
  4. **„Fakes" válaszmátrix:** Egy negyedik válaszmátrixba is betöltöttem, *amennyiben töltött részecske pályáját találtam meg*; emellett a `Fake` procedúrával betöltöttem a gyűrűszámot, *amennyiben semleges részecskéjét.*
  5. **Gyűrűszámtól függő töltöttségi faktor:** *Töltött részecske esetén* betöltöttem egy hisztogrammba a gyűrűszámot; ez a későbbiekben a 4.3.2. al-alfejezetben leírtak során lesz hasznos.
- Amennyiben a `track_epdhits` ciklusváltozó indexű vektora nullaméretű volt, tehát azon elsődleges pálya nem okozott EPD-beütést:
  1. **Válaszmátrix és súlyozott válaszmátrix:** `Miss` procedúrával betöltöttem a pálya pszeudorapiditását.
  2. **„Töltött" és „fakes" válaszmátrix:** betöltöttem ugyanezt, *amennyiben töltött részecske pályáját találtam meg.*

A válaszmátrixok `HresponseNoOverflow()` procedúrával `TH2` hisztogramm-függvényosztályba alakított vizualizációi látszanak a 11. ábrán.

Az összes elsődleges pályára és töltött részecskék elsődleges pályájára vett pszeudorapiditás-eloszlások hisztogrammjait és a válaszmátrixot ezen túl kimentettem különböző z-vertex tartományokból származó ütközésekre is, nevezetesen a 10 cm-enként, összesen 9 részre felosztott $]-45\,\mathrm{cm}, +45\,\mathrm{cm}[$ tartományból. Ez az 5. fejezetben tárgyaltak esetén lesz fontos.



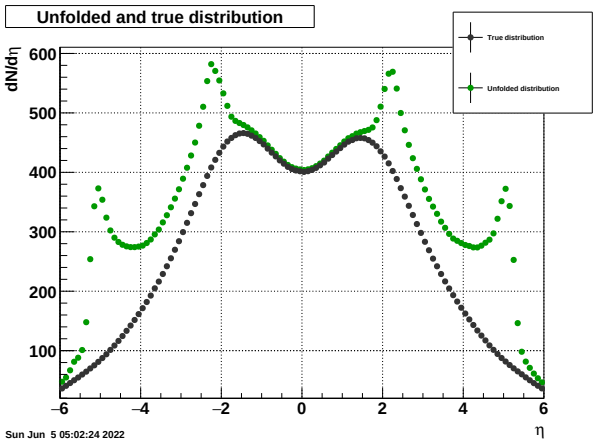
11. ábra. Vizualizált válaszmátrixok. Balról jobbra: közönséges válaszmátrix; „töltött” ill. „fakes” válaszmátrix (a kettő ábrázolása azonos); végül a - továbbiakban ugyan nem használt, de ábrázolva intuitív következtetések levonására hasznos - súlyozott válaszmátrix.

4.3. Unfolding és korrekciók

A mérések végeztével, egy másik ROOT-makróban végeztem az ábrázolást és a kibontási procedúrákat.

`RooUnfold` segítségével előbb kibontottam az összes esemény EPD gyűrűszámbeütés-eloszlását a válaszmátrixot alkalmazva. Ez, amint a 12. ábrán látszik, nem egyezik meg a MC valódi $\mathrm{d}N/\mathrm{d}\eta$-val, hiszen

1. nem vettem még figyelembe azt, hogy egyes elsődleges részecskék több EPD beütést is okozhatnak, ha a detektorig elbomlanak vagy egyéb kölcsönhatás során további részecskék keletkeznek belőlük - erre fog szolgálni a 4.3.1. al-alfejezetben részletezett *többször számolt részecske* korrekció.
2. Nem vettem még figyelembe azt sem, hogy fizikai jelentése a töltött részecskék pszeudorapiditásának van az EPD esetében, így a töltött részecskék pályáira vonatkozó $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$-t egy további, a 4.3.2. al-alfejezetben tárgyalt korrekcióval veszem figyelembe.



12. ábra. A MC szimulációból kinyert EPD gyűrűszámbeütés-eloszlás iteratív bayesi módszerrel kibontva, valamint a „true distribution”-ként jelölt, összes MC elsődleges pálya pszeudorapiditás-eloszlása.

4.3.1. Hatékonyság (efficiency): többször számolt részecske (multiple count) korrekció

A többször számolt beütések figyelembe vételét több, ekvivalens módszerrel is implementálhattam; ezek közül a legegyszerűbb - a különböző tulajdonságú válaszmátrixok rendelkezésre állása révén - a következő:

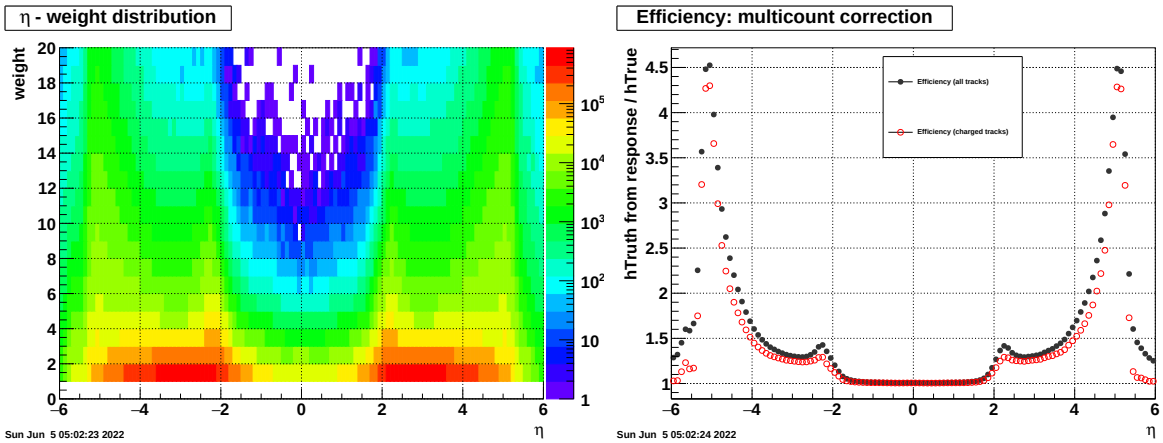
1. A válaszmátrixból `Hreco()` procedúra segítségével előállítom a beütések számával súlyozott, normálatlan η-eloszlást;
2. ezt elosztom (pl. `TH1->Divide()` procedúra által) az MC pályák normálatlan η-eloszlásával;
3. ezzel tovább leosztom a kibontott eloszlást.

Amennyiben a töltöttségi faktort a kibontási szubrutinba betöltött EPD gyűrűszámbeütés-eloszláson keresztül vesszük figyelembe (ld. 4.3.2. al-alfejezet), akkor ugyanezt a korrekciót

„töltött” válaszmátrixból előállított súlyozott eloszlás / töltött MC pályák η-eloszlása

adja.

A kétféle korrekció látszik a 13. ábra jobb oldalán.



13. ábra. Baloldalt: a többször számolt beütések súlyának eloszlása a pszeudorapiditás függvényében, szimulált adatokból, az összes pályára.
Jobboldalt: hatékonyság a válaszmátrixszal és a „töltött” válaszmátrixszal elvégzett kibontás esetére.

4.3.2. Charged factor (töltöttségi faktor) korrekciók

A cél, hogy a töltött részecskékre vonatkozó $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$-eloszlást kapjuk vissza a kibontott, mérésből származó EPD gyűrűszámbeütés-eloszlásból.

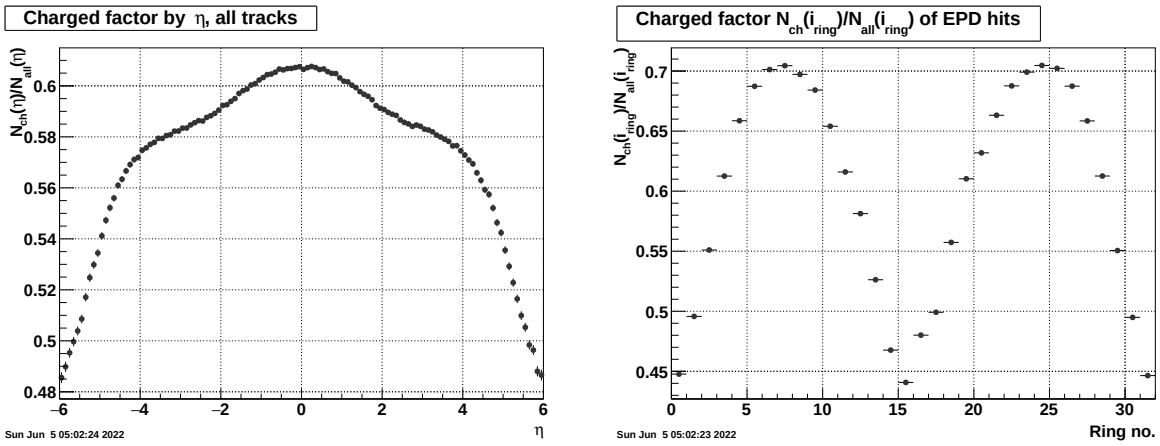
Ehhez háromféle módszert használtam és hasonlítottam össze:

- *A töltöttségi faktor korrekció η függvényében a kibontott eloszlásra alkalmazva:* ehhez elosztottam a töltött részecskékhez tartozó MC pályák $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$-ját az összes MC pályára mért $\mathrm{d}N_{all}/\mathrm{d}\eta$-val.
  A kibontott eloszlás ezután ezzel a korrekcióval beszorzandó (pl. `TH1->Muliply()` procedúrával).

- *A töltöttségi faktor korrekció az i_{ring} gyűrűszám függvényében a mért eloszlásra alkalmazva, kibontás előtt:* ehhez elosztottam a töltött részecskék által EPD beütést okozó gyűrűszám-eloszlást az összes részecskére mért gyűrűszám-eloszlással.
  Ezzel a faktorral szorzandó a bemeneti, mért gyűrűszám-eloszlás, majd ezen korrigált eloszlás a „töltött" válaszmátrix használatával kibontandó.

- *RooUnfold `Fakes` használatával:* ez a semleges részecskéket egyféle „hamis" bemeneti adatként kezeli. A kibontás a mért eloszláson ezen „fake" válaszmátrix használatával történik. (Megj.: ugyan a Monte Carlo EPD-eloszlás kibontásakor elég pontos eredményt ad, feltételezhető, hogy erősen szimulációfüggő a módszer. Lásd 5.3. alfejezet.)

Az 1. esetben az összes részecskére mért többször számolt részecske korrekció szükséges ezen túl, a 2-3. módszerek esetén pedig a töltött részecskékre számolt. Az 1-2. módszerrel kapott korrekciók hisztogrammjai láthatók a 14. ábrán.

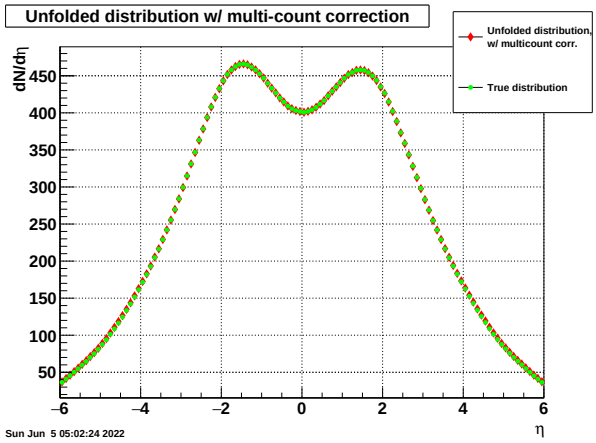


14. ábra. Baloldalt: töltöttségi faktor korrekció η függvényében, a kibontott eloszlásra alkalmazható.
Jobboldalt: töltöttségi faktor korrekció a gyűrűszám függvényében, a kibontatlan, bemeneti (mért) eloszlásra alkalmazható.

4.4. Konzisztencia ellenőrzése - Monte Carlo EPD-eloszlás kibontása és korrekciók

Előbb megvizsgáltam a többször számolt részecske korrekcióval kapott eloszlást, azaz, pontosabban azt, hogy a kibontó módszer működik-e. Ennek során tehát az MC eloszlást elosztottam az összes részecskére mért korrekcióval, ennek eredménye látszik a 15. ábrán. Ugyan a hibavonalak kisebbek a jelölőknél, így az nem állapítható meg, hogy az algoritmus által számolt hibán belül egyeznek-e, az viszont mindenképpen látszik, hogy a két görbe nagyon szorosan követi egymást, így a módszert konzisztensnek ítélem.

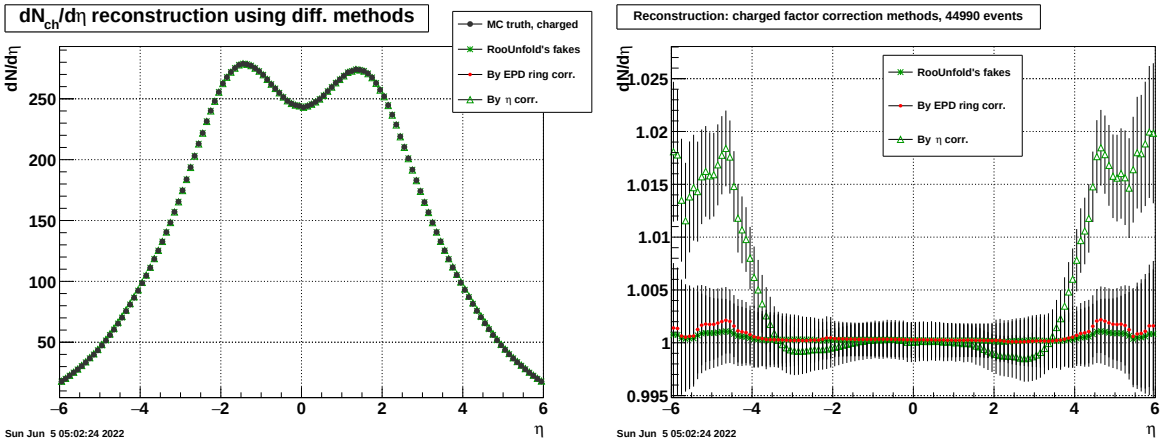
Ezután megvizsgáltam a háromféle töltöttségi faktor korrekciót, a 4.3.2. al-alfejezetben le-



15. ábra. A kibontott eloszlás, majd rajta alkalmazott többször számolt részecske korrekció (*unfolded distribution...*) és az összes részecskére mért MC $\mathrm{d}N/\mathrm{d}\eta$ („*true distribution*”-ként jelölve).

írt módon alkalmazva. Ezek a korrigált eloszlások, valamint azok arányai az MC $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$-val látszódnak a 16. ábrán. Tekintve, hogy a három módszer közül mind 1-2% alatti eltérést eredményez, ezek alapján mindet feltételezhetően konzisztensen működőnek ítélem.

A továbbiakban a három módszert összehasonlítandó alkalmazom valódi EPD adatokon, és e kombinált unfolding+korrekció módszerek szisztematikus hibáját próbálom megbecsülni.

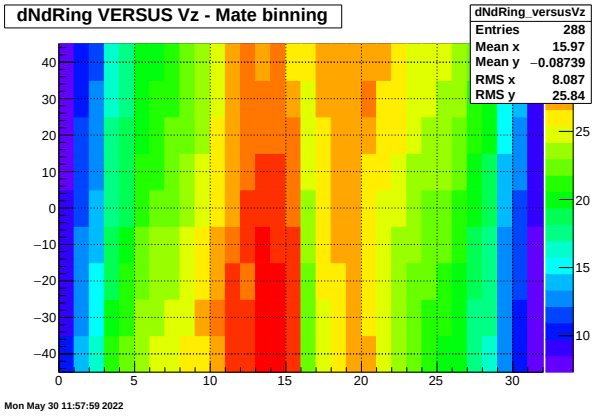


16. ábra. Baloldalt: Rekonstrukció. Az MC $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$ és a kibontott eloszlás a töltöttségi faktor háromféle korrekciójával (fakes, gyűrűszám, η).
Jobboldalt: a korrigált eloszlások aránya az MC $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$-hoz képest.

5. Eredmények valódi, mért EPD adatokon

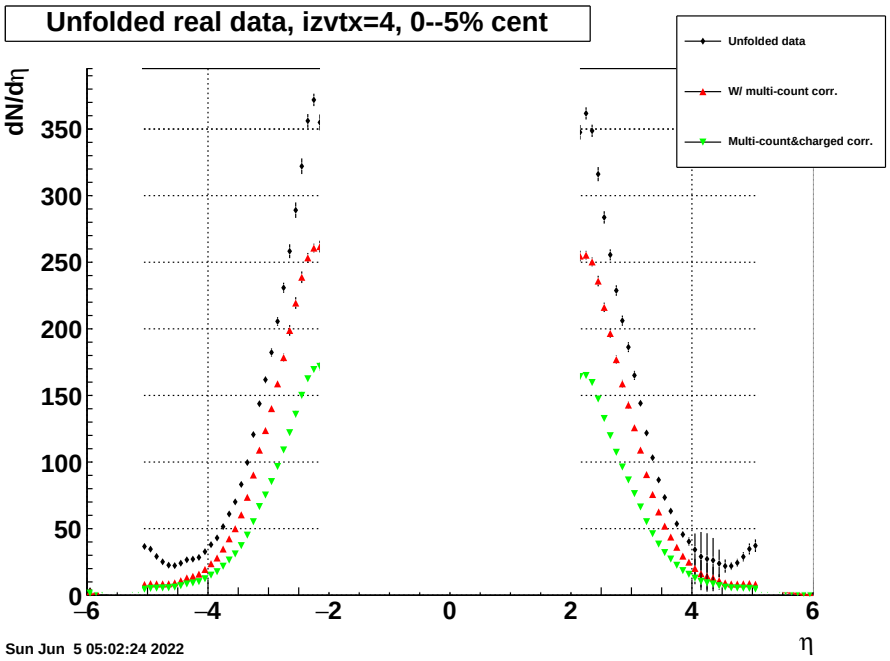
A rendelkezésre álló adatok különböző centralitástartományokból (5%-onként 0-tól 10%-ig, majd 10%-onként 70%-ig) származtak. Ez az ütközést jellemző paraméter, azt jellemzi, hogy az ütközéskor adott két részecske(csomag) mennyire fedi egymást (100% jelent teljesen centrális, 0% teljesen periferális ütközést).
Ezen túl, az adatok a fájlokon belül egy-egy kétdimenziós hisztogrammba töltve voltak megtalálhatók $\mathrm{d}N/\mathrm{d}i_{\mathrm{ring}}$ - V_z párokban, tehát az egyes sorok különböző Vz (V_z, z-vertex)

tartományokból származó ütközések szerint voltak szétosztva, nevezetesen a 10 cm-enként, összesen 9 részre egyenletesen felosztott $]-45\,\mathrm{cm}, +45\,\mathrm{cm}[$ tartományból. Egy ilyen fájl tartalma látszik a 17. ábrán.



17. ábra. 0–5% centralitásosztályú adatokat tartalmazó mérési adatfájl vizualizációja, 27 GeV.

Elsőként egy gyors próbát végeztem, melynek során $-5 > V_z > 5$ [cm], 0–5% centralitásosztályú adatokból álló gyűrűszámbeütés-eloszlást bontottam ki, majd erre hattattam a két szükséges korrekciót. Az eredmény látható a 18. ábrán.

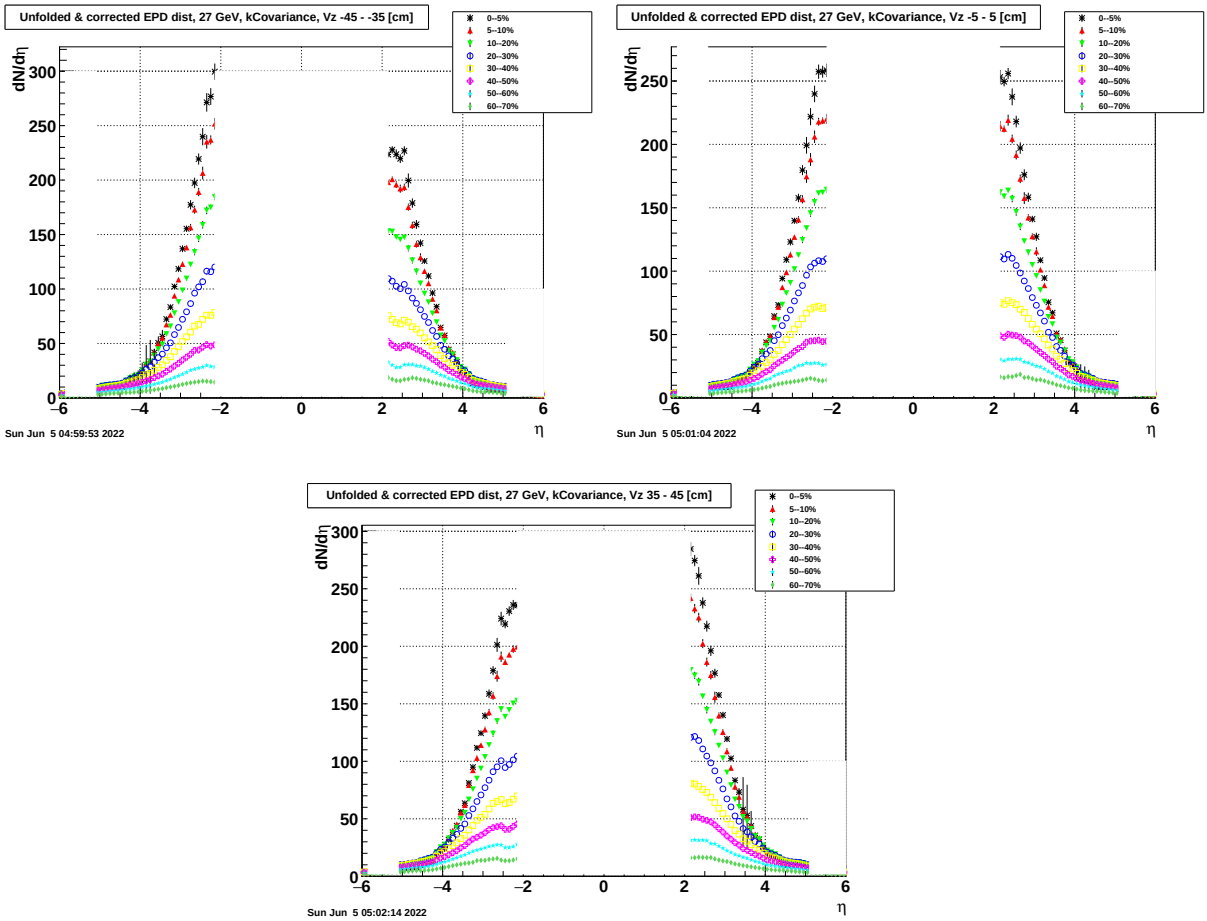


18. ábra. Próba-kibontás $-5 > V_z > 5$ [cm], 0–5% centralitásosztályú adatokból (fekete gyémánt jelölő), és a rajta elvégzett korrekciók: többször számolt részecske korrekció (piros háromszög), töltöttségi korrekció (zöld fordított háromszög).

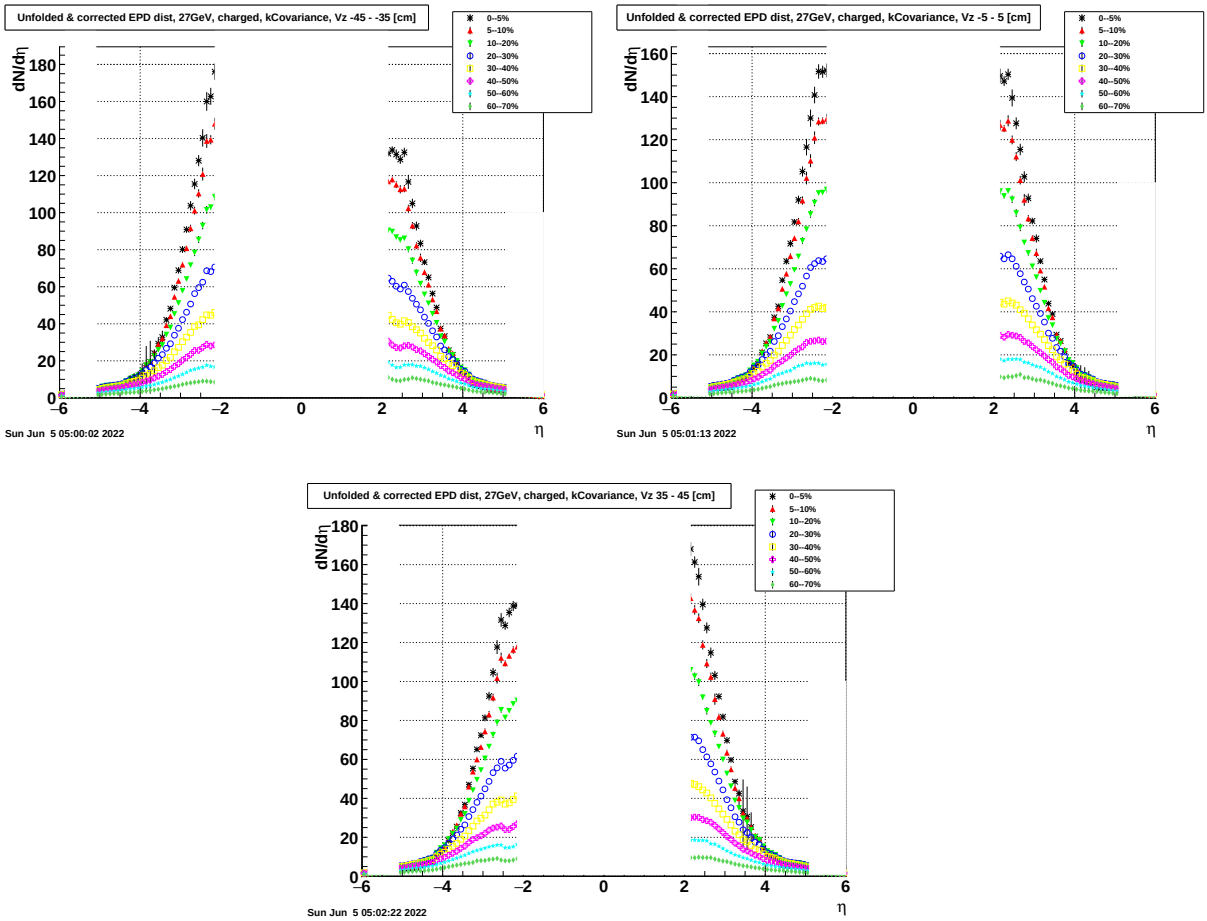
5.1. Kibontott eloszlások, η függvényében vett töltöttségi faktor korrekcióval

Legelőször is, egyszerű előállíthatósága és tetszőleges binszáma miatt a 4.3.2. alfejezetben leírt 1. módszert alkalmaztam (η-függő korrekció) - annak ellenére, hogy legkisebb hibát a gyűrűszám szerinti korrekció adott a MC adatok kibontása esetén; ez, természetesen, nem garantálná azt, hogy a valódi adatokon is jobban működne.

Az ábra a várakozásoknak megfelelően alakult, ezért folytattam az EPD adatok feldolgozását, immáron az egyes Vz-tartományokra mért válaszmátrixok, összes részecskére mért MC $\mathrm{d}N_{all}/\mathrm{d}\eta$ és töltött részecskékre mért MC $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$-eloszlások segítségével. Előbbi kettő segítségével számítottam a hatékonyságot (többször számolt részecske korrekciók), utóbbi kettő segítségével a töltöttségi faktor korrekciókat. A kibontás során a `RooUnfold::ErrorTreatment::kCovariance` opciót használtam, amelynek megfelelően a program a hibákat a kovarianciamátrixból számolja.
A 19. ábrán látszanak a kibontott $\mathrm{d}N_{all}/\mathrm{d}\eta$-eloszlások, a 20. ábrán pedig a töltöttségi faktorral is korrigált valódi $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$-eloszlások. További ábrákat (MC $\mathrm{d}N/\mathrm{d}\eta$, hatékonyság, töltöttségi faktor, válaszmátrixok) a mellékletben helyezek el.



19. ábra. Kibontott eloszlások ($\mathrm{d}N_{all}/\mathrm{d}\eta$) valódi EPD adatokból 27 GeV energián. Hatékonysági korrekció alkalmazva.

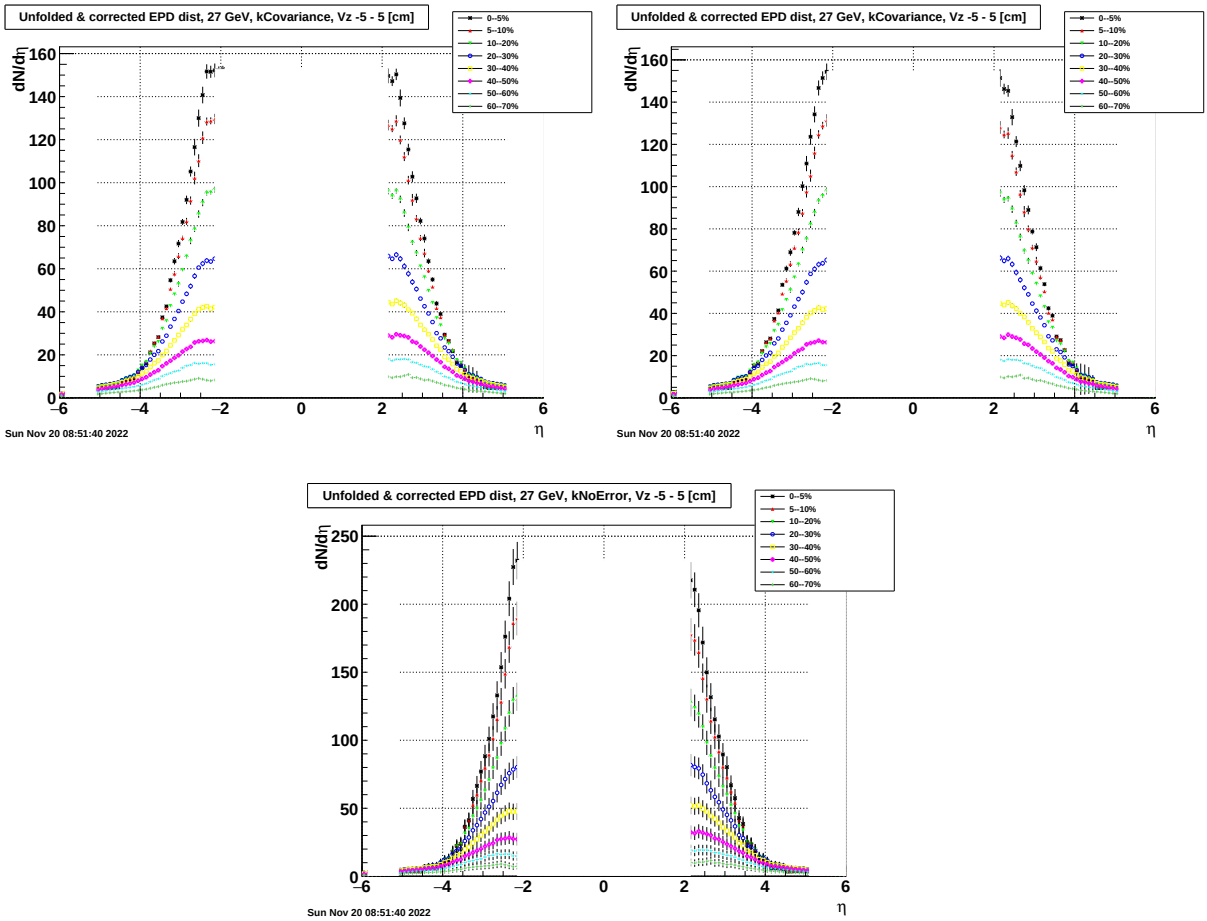


20. ábra. Kibontott eloszlások ($\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$) valódi EPD adatokból 27 GeV energián. Hatékonysági és töltöttségi faktor korrekció alkalmazva.

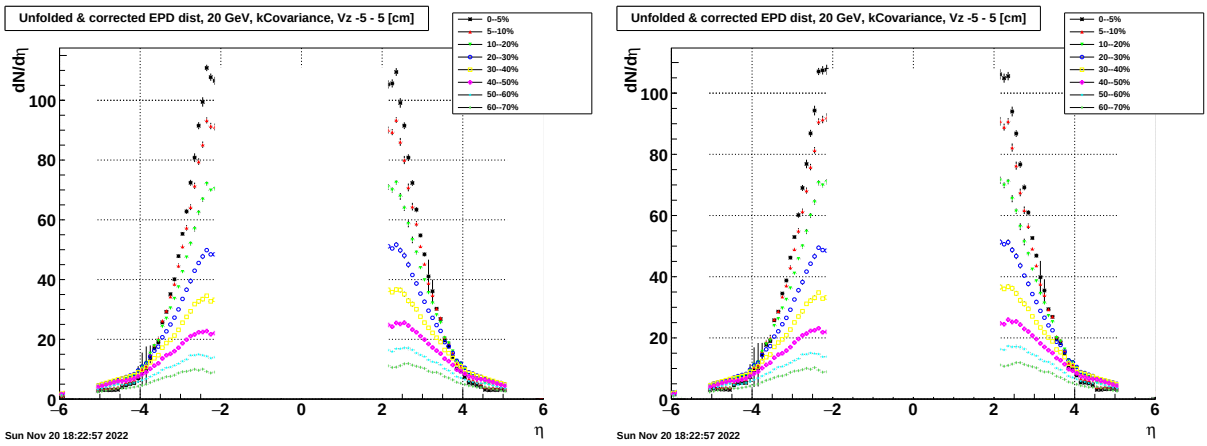
5.2. Eredmények 27 GeV és 19.6 GeV energián, mindhárom töltöttségi faktor korrekcióval

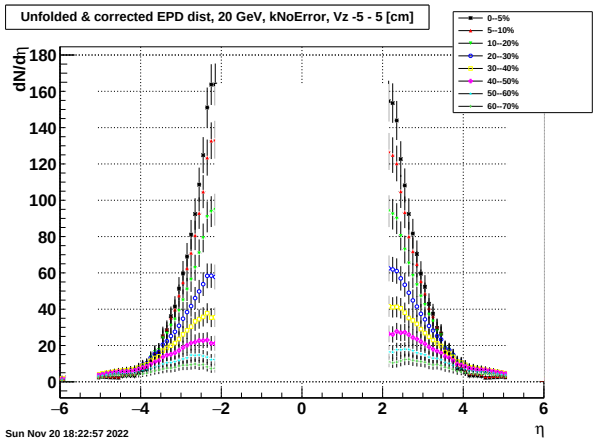
A kibontást elvégeztem ezután mindhárom módszerrel, 27 GeV és 19.6 GeV energián is. A `Fakes` módszer esetében azonban nem alkalmaztam a RooUnfold `kCovariance` hibakezelését, ugyanis jelen esetben ez nemcsak hibajelzést adott, hanem le sem futott. E probléma jelenleg még megoldatlan a fejlesztői oldalról [18]. Ehelyett a `kNoErrors`, azaz hibaterjedés nélküli megoldást alkalmaztam egyelőre.

A kibontott eloszlások közül a -5 és 5 cm közé eső z-vertexű eredmények látszanak egyenként a 21. és a 22. ábrákon.



21. ábra. Kibontott eloszlások ($\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$) valódi EPD adatokból 27 GeV energián. Hatékonysági és töltöttségi faktor korrekció alkalmazva mindhárom módszerrel: η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` metódus.



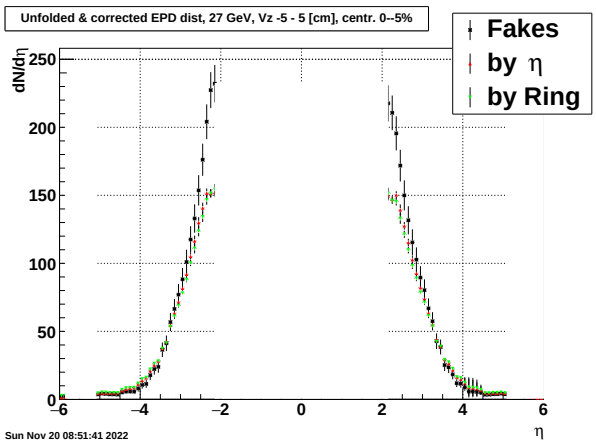


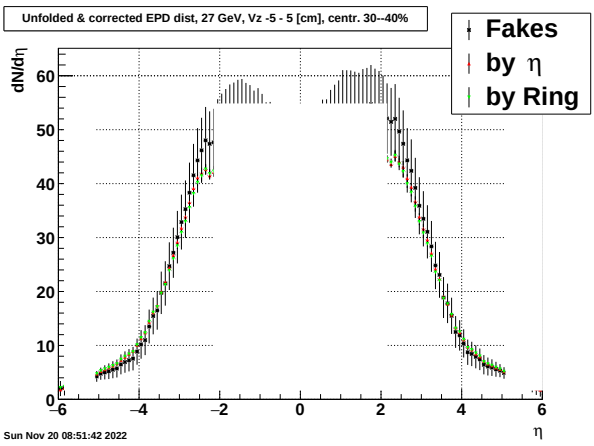
22. ábra. Kibontott eloszlások ($\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$) valódi EPD adatokból 19.6 GeV energián. Hatékonysági és töltöttségi faktor korrekció alkalmazva mindhárom módszerrel: η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` metódus.

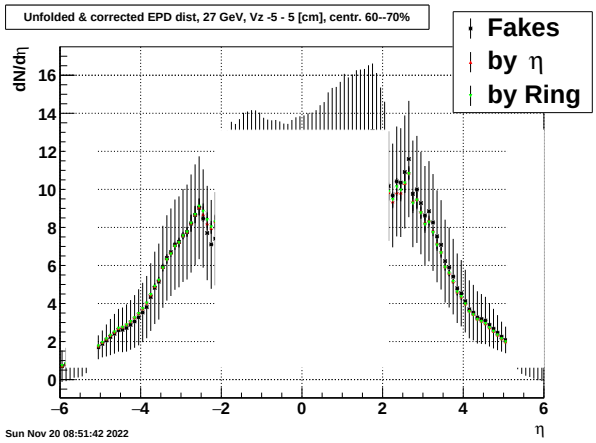
Látható, hogy a harmadik módszer nem egészen konzisztens az első kettővel, és a várt hibák helyett egyszerűen a súlyok négyzetösszege (`Sumw2`) szerepel, pontosabban annak gyöke, binenként [19].

5.3. A három módszer összehasonlítása, szisztematikus hiba

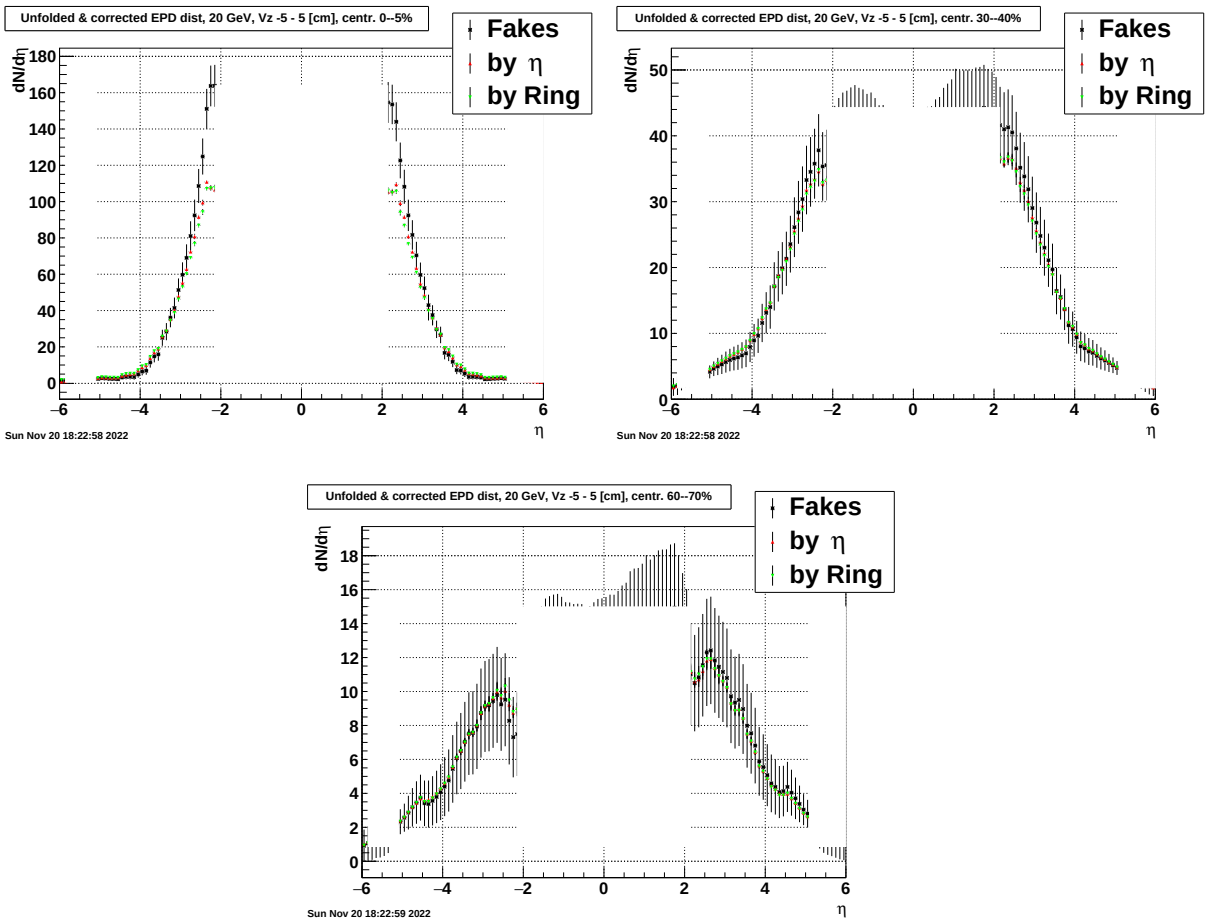
5.3.1. Összehasonlító ábrák







23. ábra. Kibontott eloszlás ($\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$) valódi EPD adatokból 27 GeV energián, adott z-vertexszel és három centralitásosztályon szemléltetve. Hatékonysági és töltöttségi faktor korrekció alkalmazva mindhárom módszerrel: η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` metódus.



24. ábra. Kibontott eloszlás ($\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$) valódi EPD adatokból 19.6 GeV energián, adott z-vertexszel és három centralitásosztályon szemléltetve. Hatékonysági és töltöttségi faktor korrekció alkalmazva mindhárom módszerrel: η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` metódus.

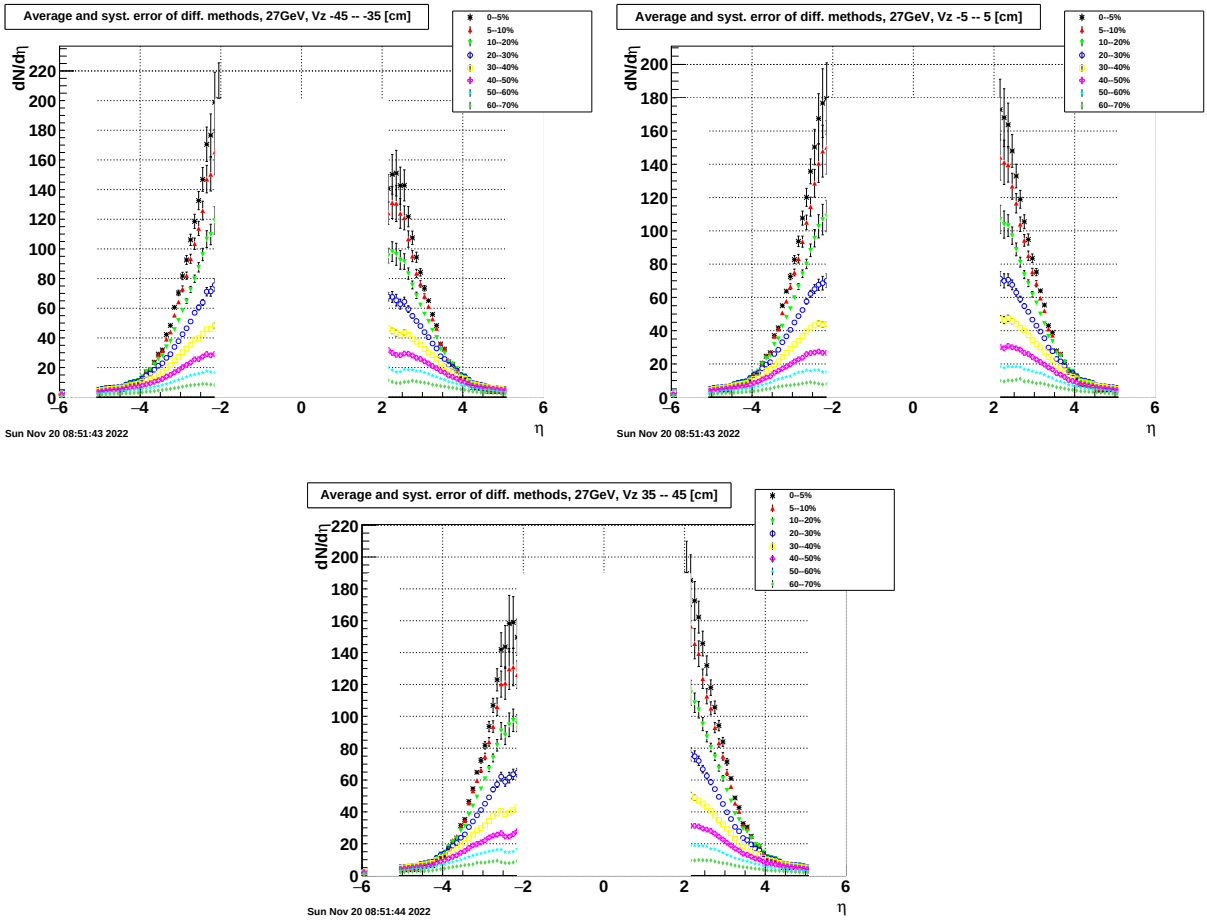
A 23. és a 24. ábrákon látható, hogy a η-függő és gyűrűszámfüggő korrekció viszonylag kis

eltéréssel ugyanazt kibontott eloszlást adja vissza. A `Fakes` módszerrel kibontott ezektől nagyobb mértékben eltér, főleg alacsonyabb abszolútértékű pszeudorapiditás-értékek felé.

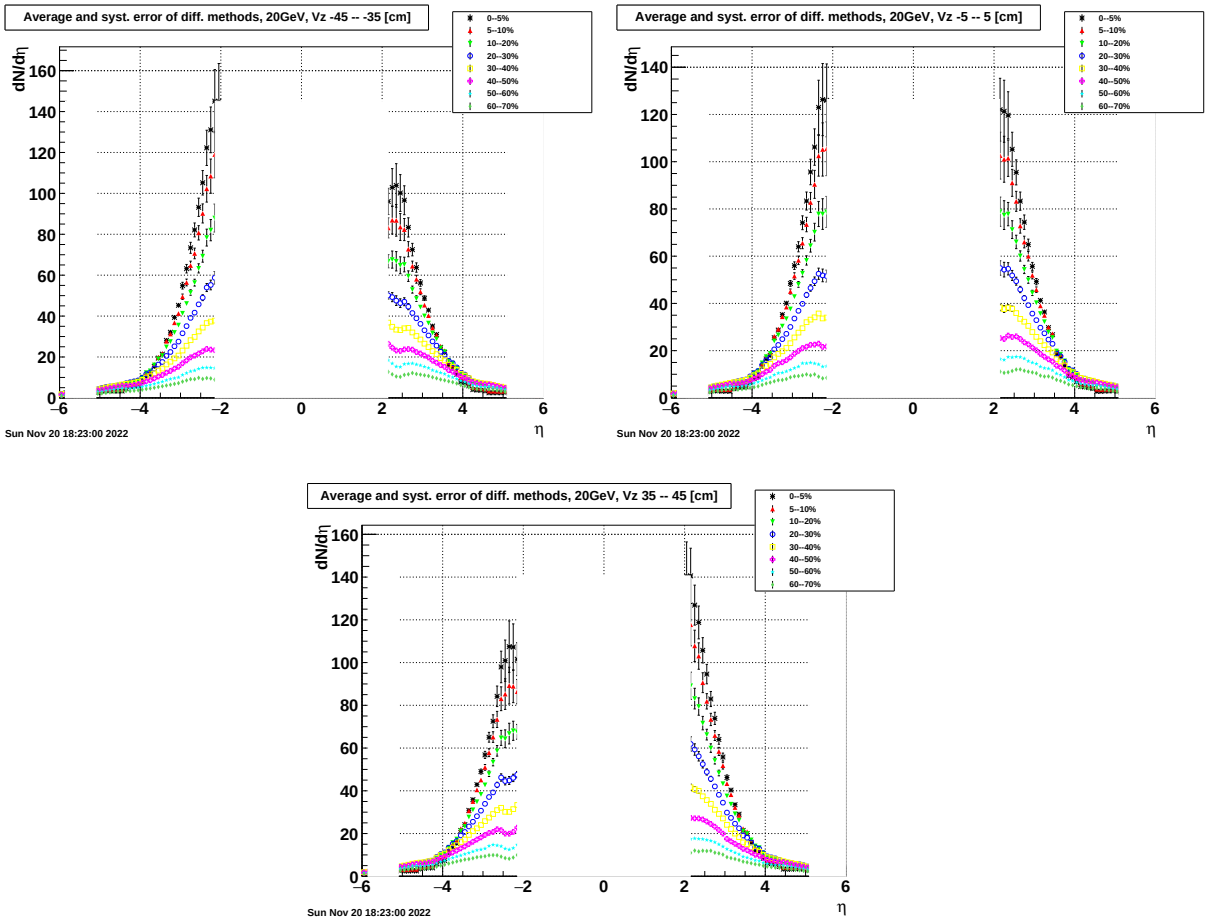
5.3.2. A három módszer átlaga és a módszer választásának előzetesen becsült szisztematikus hibája

A kibontás egyféle szisztematikus hibáját adja az, hogy a kibontási módszer sosem tökéletes, és nem egyértelmű, melyik módszer a legpontosabb (a 4.4. alfejezetben kapott eredmény alapján mindegyik visszaadja a MC eloszlást pontosan).

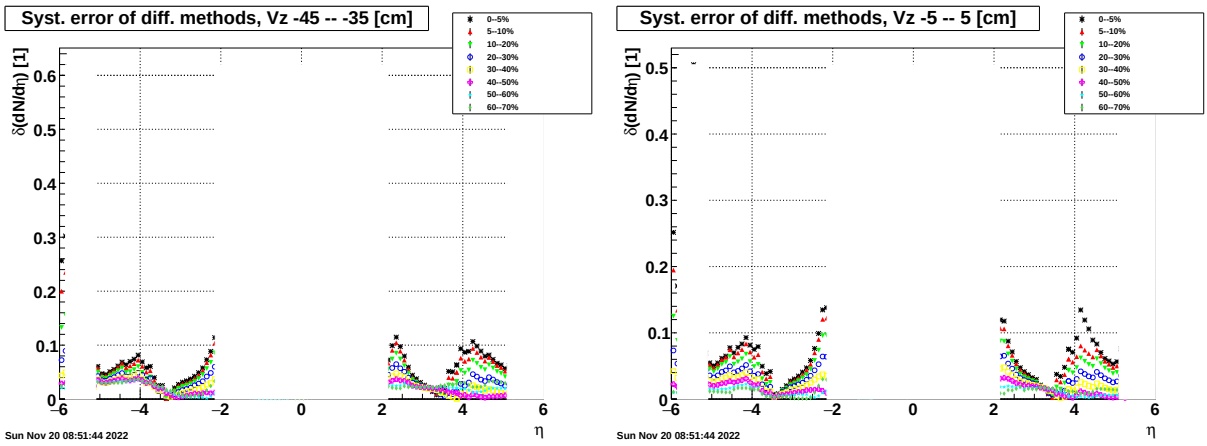
A továbbiakban tehát `TProfile` osztály [20] segítségével a három módszer átlagát vettem, egyúttal kiszámítva ezen átlag hibáját. Az így ábrázolt eredmények látszanak a 25. és a 26. ábrákon.
A lényeges relatív eltéréseket a 27. és 28. hisztogrammokon ábrázoltam, binenként számítva. Itt látszik, hogy az eltérés relatív értéke η függvényében változik, legnagyobb eltéréseket (10–15%) 2 és 4 pszeudorapiditás-értékek körül elérve.

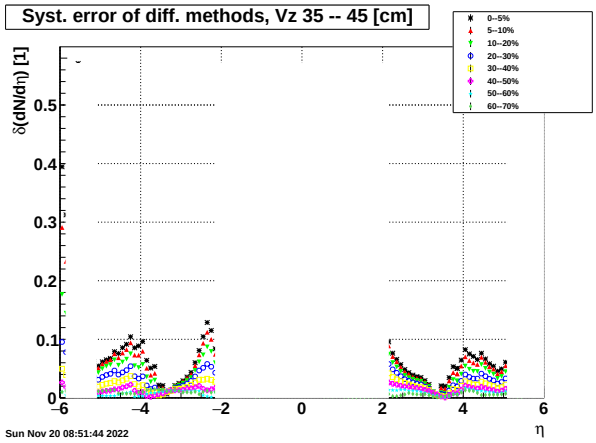


25. ábra. η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` módszerrel elvégzett korrigált kibontott eloszlások átlaga és hibája, 27 GeV energián, három z-vertex értéknél szemléltetve.

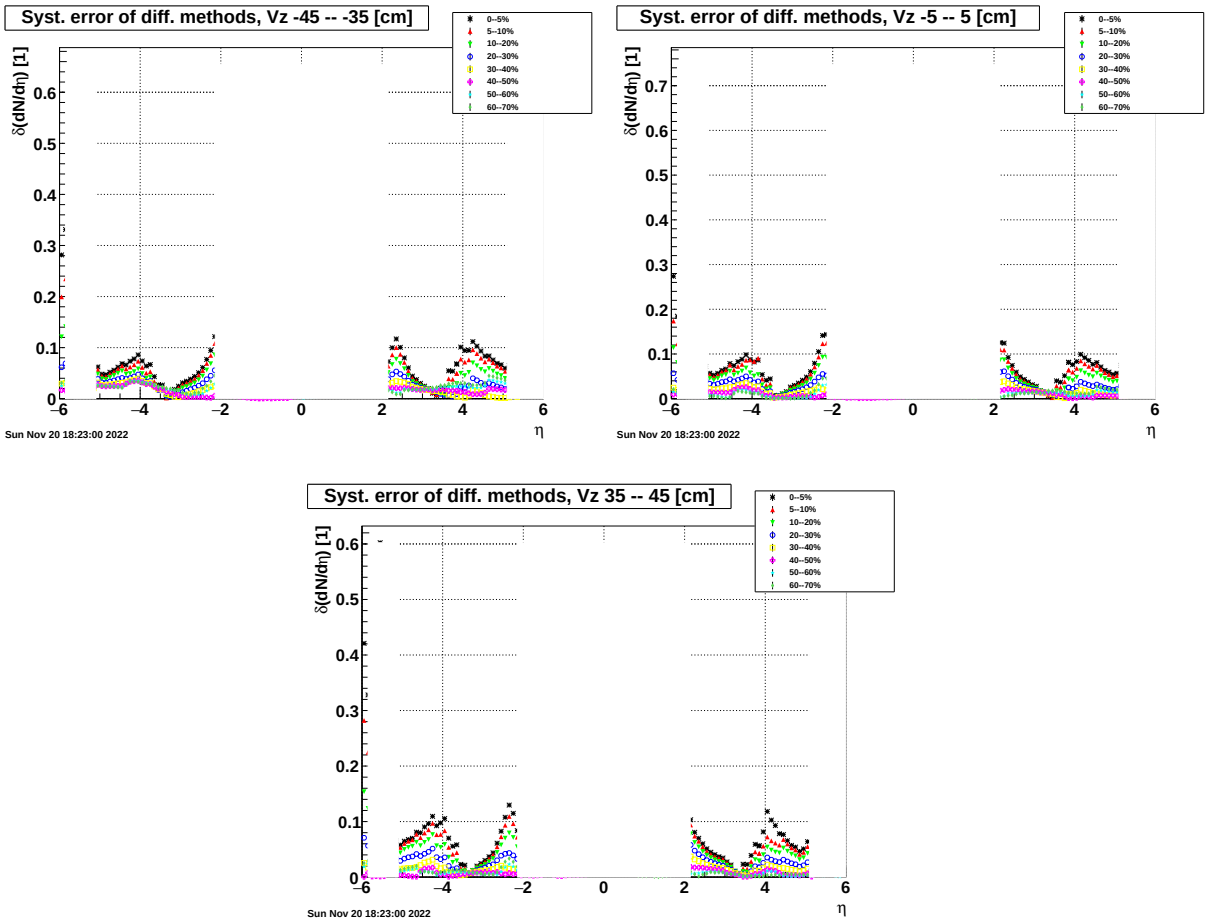


26. ábra. η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` módszerrel elvégzett korrigált kibontott eloszlások átlaga és hibája, 19.6 GeV energián, három z-vertex értéknél szemléltetve.





27. ábra. η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` módszerrel elvégzett korrigált kibontott eloszlások átlaghoz képesti relatív hibája, 27 GeV energián, három z-vertex értéknél szemléltetve.

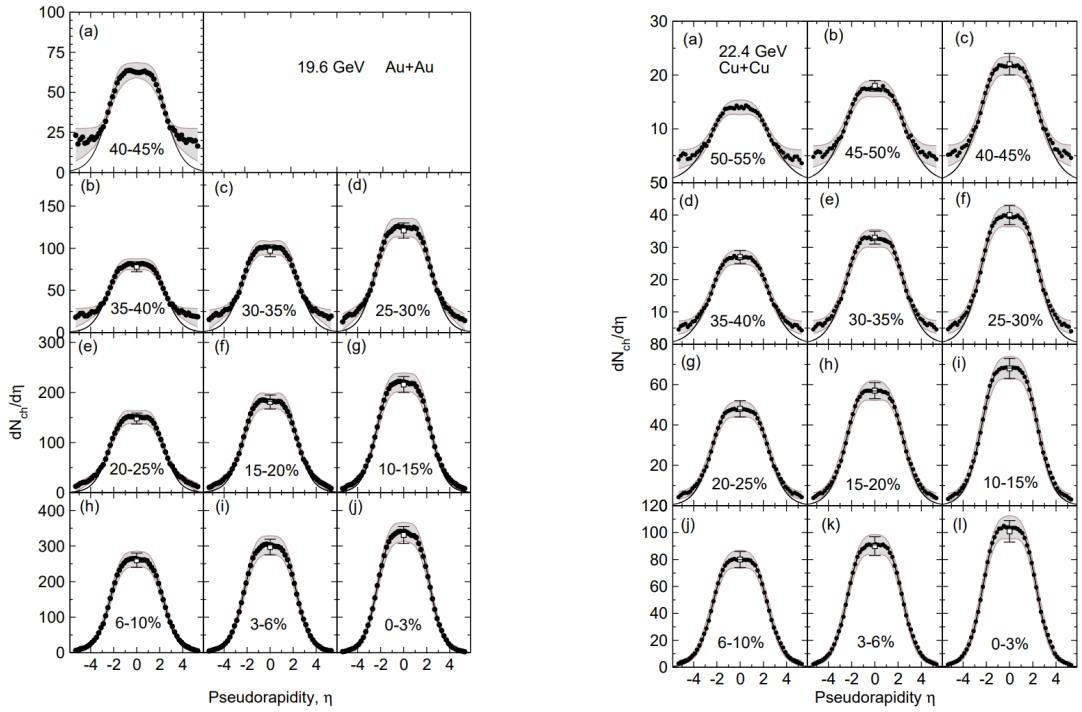


28. ábra. η-függő, gyűrűszámfüggő korrekció és `Fakes` módszerrel elvégzett korrigált kibontott eloszlások átlaghoz képesti relatív hibája, 19.6 GeV energián, három z-vertex értéknél szemléltetve.

5.4. Korábbi eredmények a $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$ megmérésével

A RHIC egy korábbi, PHOBOS nevű kísérletének keretében is megmérték hasonló nagyságrendű energiákra is ütközésben keletkező töltött részecskék $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$ pszeudorapiditás-eloszlását. [21], [22] A 29. ábrán ábrázoltam a jelen dolgozatomban használt 19.6 GeV energiaértékkel azonos, és ahhoz még egy közel eső mérés eredményeit. A pontos numerikus összehasonlításhoz és ábrázoláshoz szükségesek lennének az adatsorok, azonban ezek nélkül is látszik az eltérés, mely akár egy kettes faktort is elér.

Annyi megállapítható, hogy a jövőben hasonló mérési eredmények felhasználásával a módszer finomhangolása indokolt. [23]



29. ábra. η - $\mathrm{d}N_{ch}/\mathrm{d}\eta$ mérések a PHOBOS kísérlet keretében, Au + Au ütközésekre $\sqrt{s_{NN}} = 19.6$ Gev és Cu + Cu ütközésekre $\sqrt{s_{NN}} = 22.4$ Gev energián. A folytonos vonal szimmetrikus kvázi-Gauss illesztés $\sim -3 < \eta < 3$ tartományra, a szürke sáv a 90%-os konfidenciaszintű szisztematikus hiba. A százalékértékek az ütközések centralitásának felelnek meg itt is. [21]

6. Motiváció: kapott eredmények összevetése hidrodinamikai modellel

Egyes kísérletek mutatják, hogy relativisztikus nehézion-ütközésekben egy erősen kölcsönható tökéletes folyadék keletkezik. [24]

A kapott pszeudorapiditás-adatok megillesztése egy relativisztikus hidrodinamikai modellel, majd abból energiasűrűség meghatározása egy lehetséges következő feladat.

7. Összefoglalás, konklúzió

A dolgozatom megírása során a RHIC STAR nevű kísérletének Event Plane Detector (Eseménysík-detektor) adataiból az ütközésben keletkezett részecskék pszeudorapiditás-eloszlásának mérésére alkalmas módszert kerestem. Ennek során az EPD gyűrűibe érkezett beütésszámok eloszlásából szükséges az előbbi mennyiséget kiszámolni, mely nem megoldható direkt módon a részecskebomlások és a detektor fizikai folyamatai és egyéb tényezők miatt.

Bayes-tétel alkalmazásán alapuló iteratív kibontó módszert alkalmaztam; az ehhez szükséges válaszmátrix kimérését egy Monte Carlo szimuláció adataiból (HIJING) végeztem. Többféle korrekciót (jelen dolgozatombeli elnevezésekkel hatékonyság és töltöttségi faktor korrekció) alkalmazva, megkaptam a töltött részecskék valódi pszeudorapiditás-eloszlását.

A módszer önkonzisztensnek bizonyult, azaz 1-2%-os hibán belül visszakaptam az MC szimulált pszeudorapiditás-eloszlást.

Az EPD valódi mérési adatait felhasználva $\sqrt{s_{NN}} = 27$ és 19.6 GeV energián, $]-45\,\mathrm{cm},\ +45\,\mathrm{cm}[$ z-vertex tartományban, 0–70%-os centralitásértékekre elvégeztem a kibontást háromféle módszerrel is. Ezzel megmutattam, hogy az EPD segítségével mérhető fizikai értelmet hordozó pszeudorapiditás-eloszlás, és ezen módszer segítségével lehetséges lesz a RHIC további energiáin is ezen mennyiség mérése.

Mindemellett azonban, összehasonlítva jelen dolgozatom során kapottakat korábbi mérések eredményeivel (PHOBOS, 2011), a módszer még feltételezhetően további hangolásra szorul. Ezen túl, szükségeltetik további szisztematikus hibák meghatározása (eredmény z-vertex választásától és centralitástól való függése, a MC eloszlások szélesítése ill. keskenyítése, a szimulált részecskék transzverz impulzus - p_T - spektruma valamint töltött / semleges aránya).

Köszönetnyilvánítás

Nagy köszönetemet szeretném kifejezni témavezetőmnek, Csanád Mátának, kinek segítségével a fizika egy méltóságteljes ágában nyílt lehetőségem elkezdeni elmélyülni, valamint új módszereket is megismerhettem; hálás vagyok az ugyancsak egyenlőtlenül belém fektetett időért.

Köszönettel tartozom ezen felül a STAR kollaboráció tagjainak, a szimulációs adatokért, dokumentációért és minden hasonlóért, melyek nélkül e dolgozat nem jöhetett volna létre.

Források

[1] CERN. „ROOT 5”. (), cím: https://root.cern/install/dependencies/#root-5-deprecated. (elérve: 2022.06.01.)

[2] D. Horváth, „A részecskefizika anyagelmélete: A Standard Modell”, *Fizikai Szemle*, 7-8. sz., 2008.

[3] S. Weinberg, *The First Three Minutes*. Clarendon Press, 1977.

[4] M. Csanád, „Nagyenergiás atommagütközések téridőbeli szerkezete”, *MTA doktori értekezés*, 2019.

[5] JabberWok. „Wikipedia-en, Wikimedia Commons”. (2007), cím: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/30/Pseudorapidity2.png.

[6] U. Cheuk-Yin Wong (Oak Ridge National Laboratory, „Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions”, World Scientific, 1994, 24. old. DOI: 10.1142/1128.

[7] STAR. „STAR images, https://drupal.star.bnl.gov/STAR/public/img/”. (), cím: https://www.flickr.com/photos/brookhavenlab/7979381212/in/album-72157613690851651/.

[8] „The Physics of STAR”. (), cím: https://www.star.bnl.gov/central/physics/.

[9] „The STAR experiment”. (), cím: https://www.star.bnl.gov/central/experiment/.

[10] J. A. et al., „The STAR Event Plane Detector”, *ScienceDirect*, 968. évf., 163970. sz., 2020. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nima.2020.163970.

[11] A. M. Poskanzer és S. A. Voloshin, „Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions”, *Phys. Rev. C58*, 1671–1678. old., 1998. DOI: 10.1103/PhysRevC.58.1671..

[12] B. A. et al. [PHOBOS Collaboration], „Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions”, *Phys. Rev. C 83*, 2011. DOI: 10.1103/PhysRevC.83.024913.

[13] G. D'Agostini, „A multidimensional unfolding method based on Bayes' theorem”, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 362. évf., 487–498. old., 1995. DOI: 10.1016/0168-9002(95)00274-X.

[14] T. Adye, „Unfolding algorithms and tests using RooUnfold”, *arXiv*, 2011. DOI: 10.48550/arXiv.1105.1160.

[15] T. Adye. „RooUnfold programcsomag és dokumentáció”. (), cím: http://hepunx.rl.ac.uk/~adye/software/unfold/RooUnfold.html.

[16] X.-N. Wang és M. Gyulassy, „HIJING: A Monte Carlo model for multiple jet production pp, pA, and AA collisions”, *Phys. Rev.*, D44. évf., 1991.

[17] Wikipedia: „Interaction point”. (), cím: https://en.wikipedia.org/wiki/Interaction_point.

[18] C. GitLab. „Issues”. (), cím: https://gitlab.cern.ch/RooUnfold/RooUnfold/-/issues/8. (elérve: 2022.11.10.)

[19] R. R. Guide. „TH1 Class”. (), cím: https://root.cern.ch/doc/master/classTH1.html#aefa4ee94f053ec3d217f3223b01fa014. (elérve: 2022.11.10.)

[20] R. R. Guide. „TProfile Class”. (), cím: https://root.cern.ch/doc/master/classTProfile.html. (elérve: 2022.11.10.)

[21] B. A. et al., „Charged-particle multiplicity and pseudorapidity distributions measured with the PHOBOS detector in Au+Au, Cu+Cu, d+Au, and p+p collisions at ultrarelativistic energies”, *Physical Review C*, 83. évf., 2011. DOI: 10.1103/PhysRevC.83.024913.

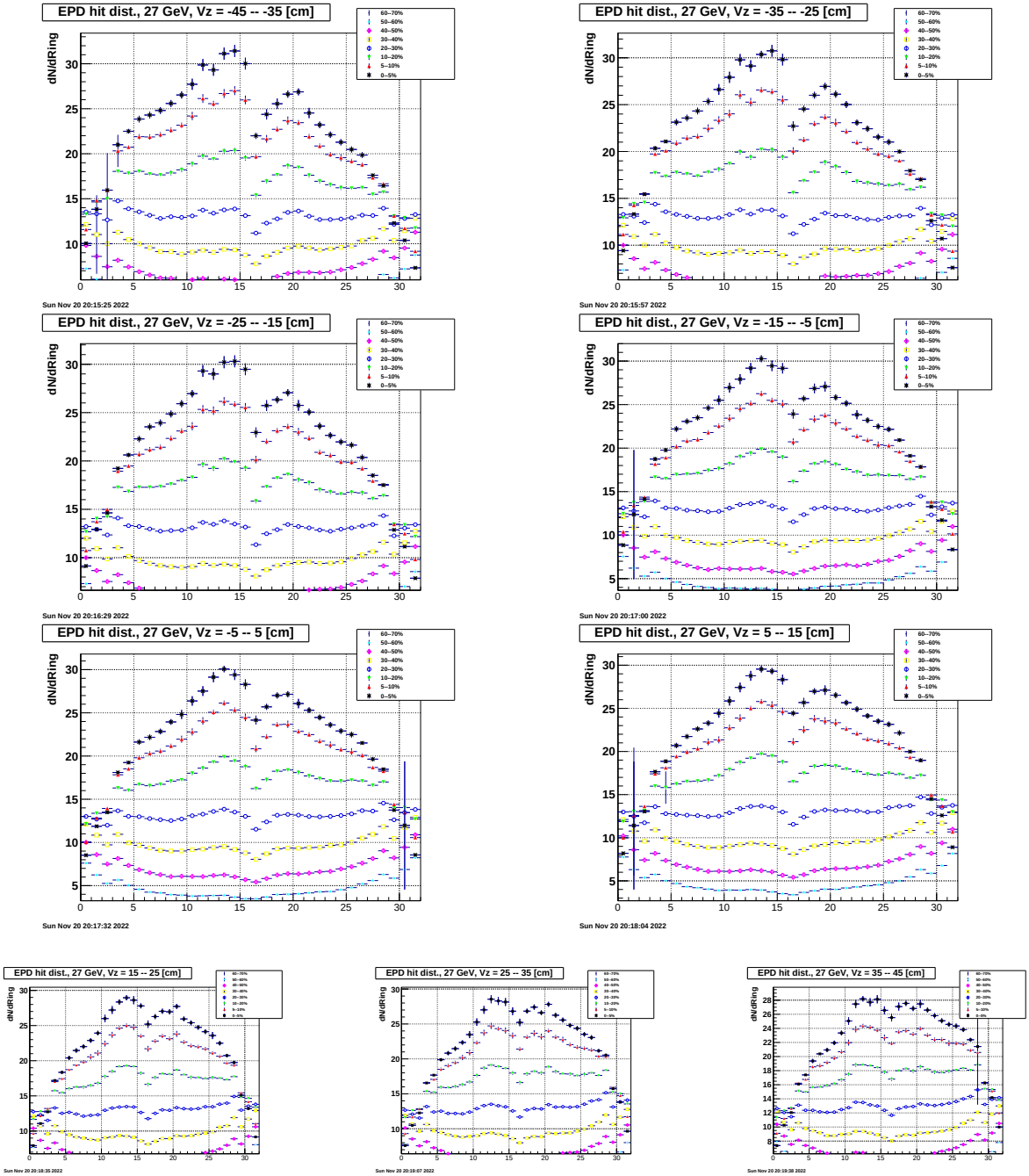
[22] B. A. et al., „Participant and spectator scaling of spectator fragments in Au + Au and Cu + Cu collisions at 19.6 and 22.4 GeV”, *Physical Review C*, 94. évf., 2016. DOI: 10.1103/PhysRevC.94.024903.

[23] M. Csanád. (), cím: https://indico.cern.ch/event/895086/contributions/4721002/.

[24] M. C. et al., „Initial energy density of sqrt(s) = 7 and 8 TeV p+p collisions at the LHC”, *Universe 2017*, 3(1), 9 évf., 2017. DOI: https://doi.org/10.3390/universe3010009.

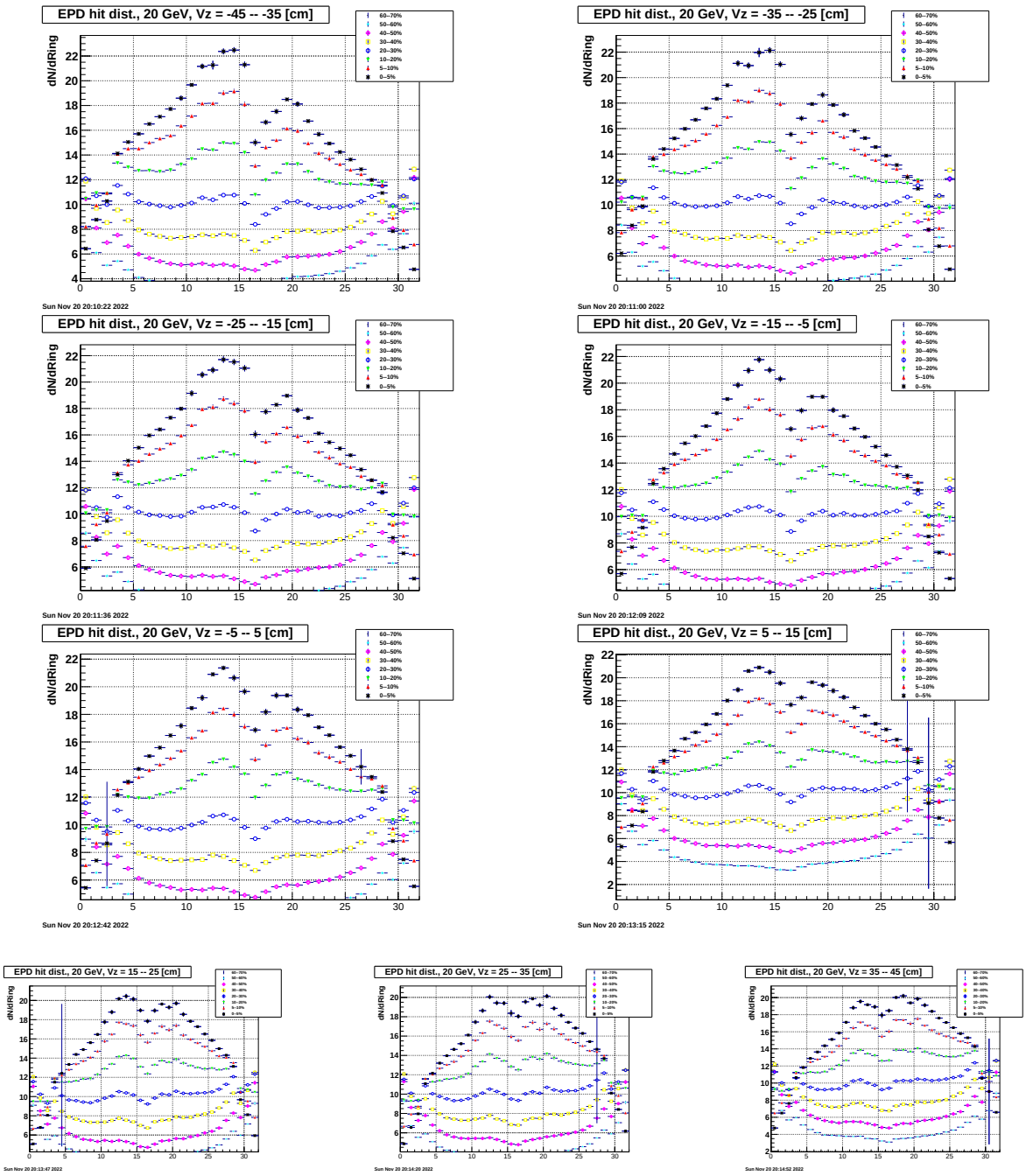
8. Mellékletek

8.1. Valódi adatok: gyűrűszámbeütés-eloszlás minden centralitás-osztályra, adott Vz esetén, 27 GeV



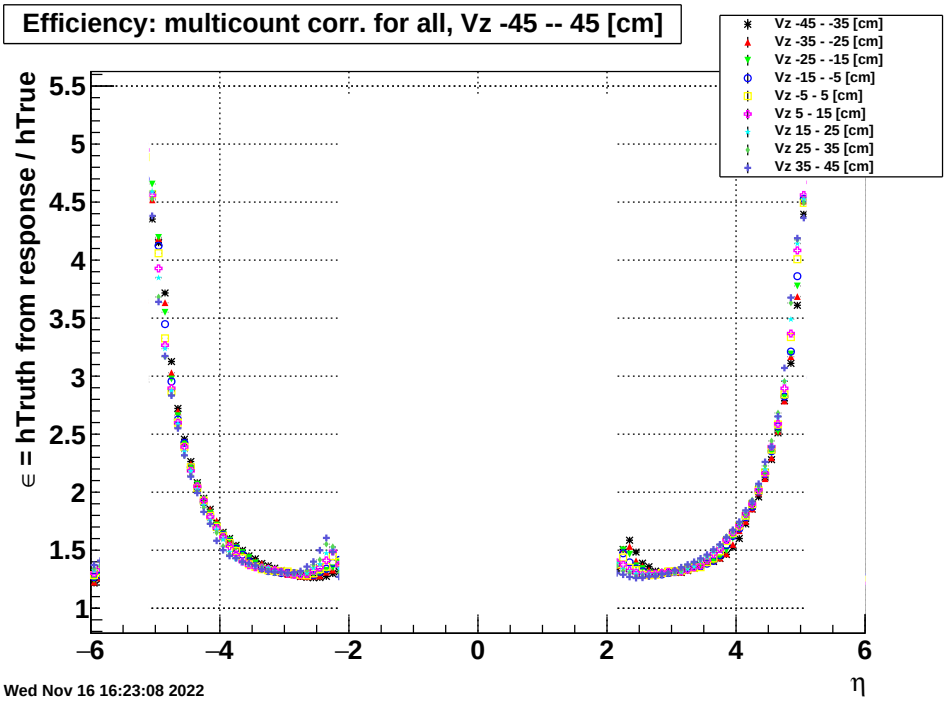
30. ábra. Valódi adatok: gyűrűszámbeütés-eloszlás különböző Vz esetén minden centralitásosztályra, 27 GeV.

8.2. Valódi adatok: gyűrűszámbeütés-eloszlás minden centralitás-osztályra, adott Vz esetén, 19.6 GeV

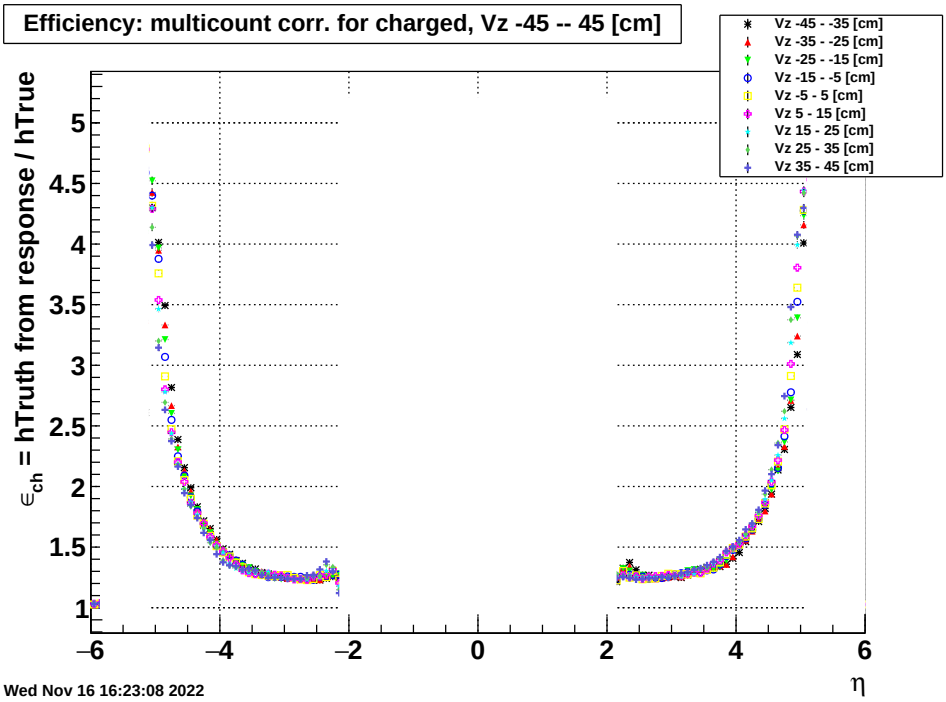


31. ábra. Valódi adatok: gyűrűszámbeütés-eloszlás különböző Vz esetén minden centralitásosztályra, 19.6 GeV.

8.3. MC: hatékonyság különböző Vz (z-vertex) esetén

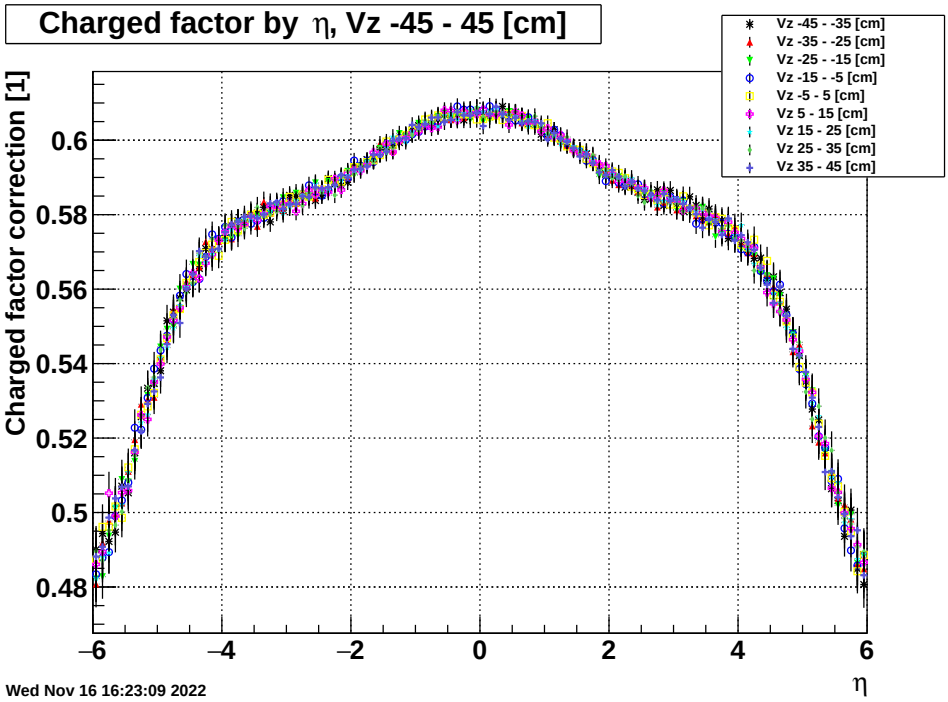


32. ábra. Hatékonyság különböző Vz (z-vertex) esetén, összes pályára

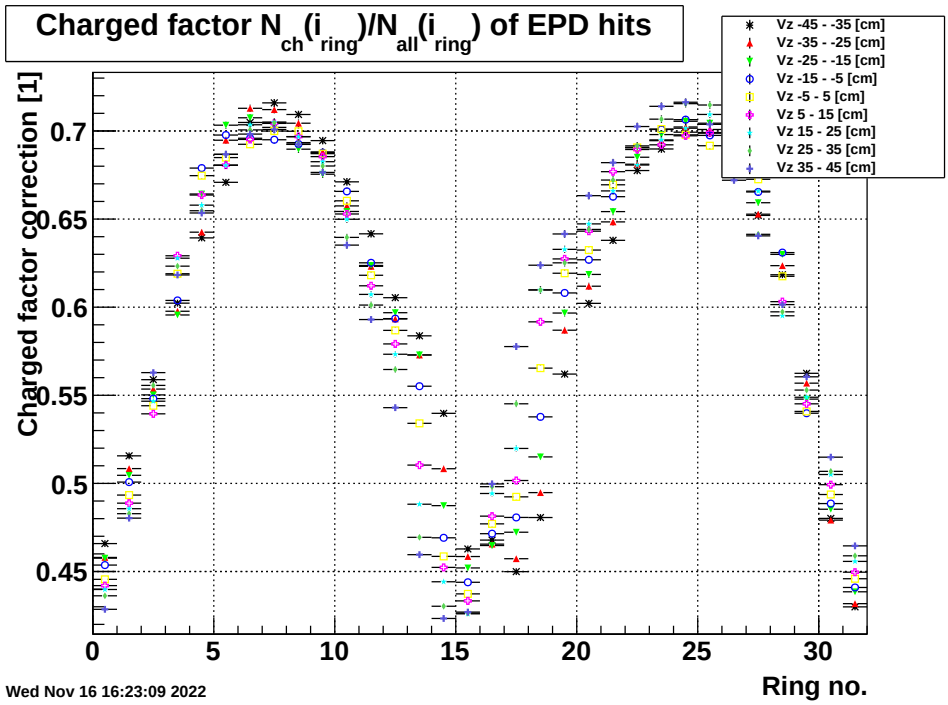


33. ábra. Hatékonyság különböző Vz (z-vertex) esetén, töltött részecskék pályáira.

8.4. MC: η-függő és gyűrűszámfüggő töltöttségi faktor korrekció

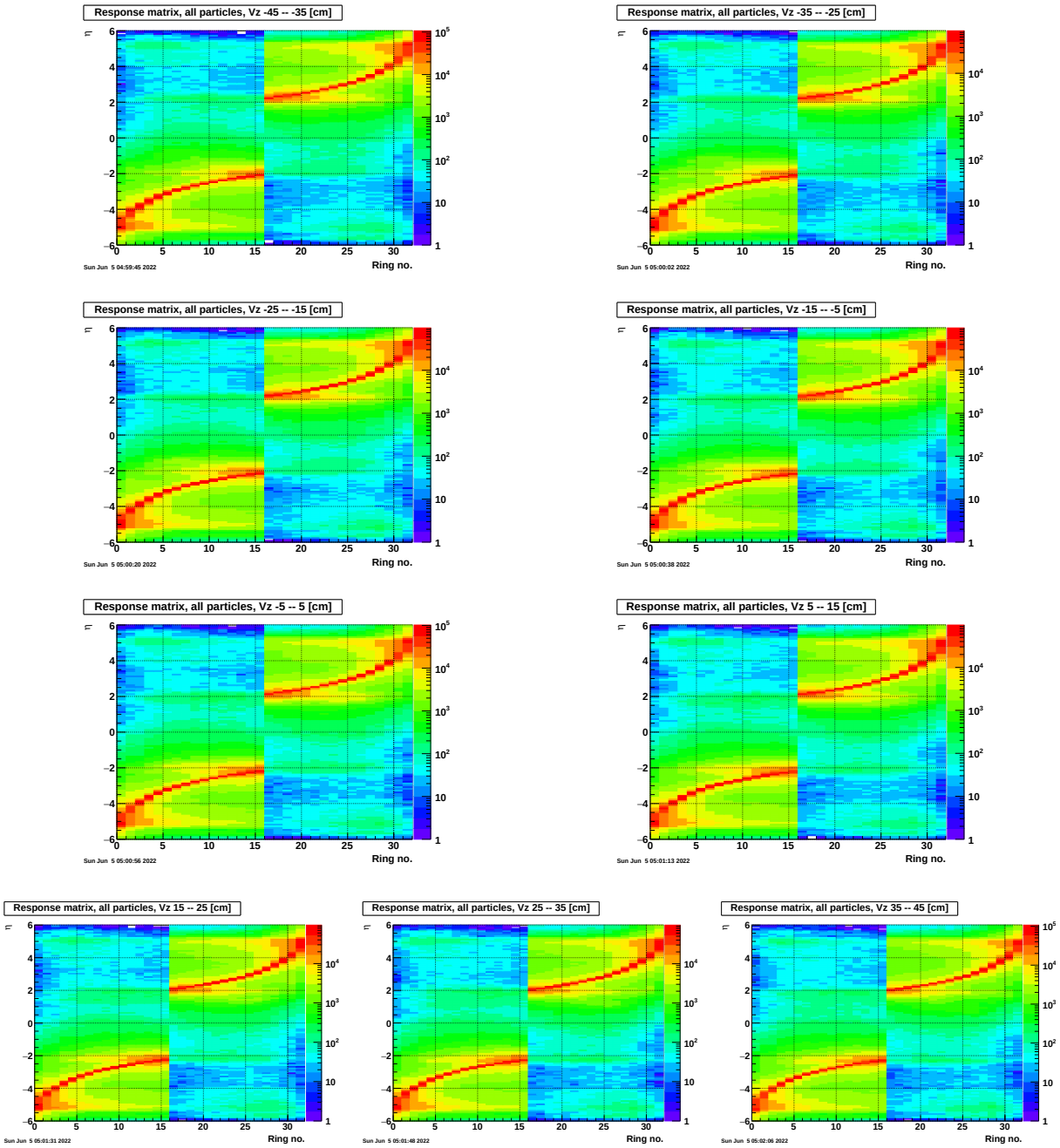


34. ábra. η-függő töltöttségi faktor korrekció különböző Vz (z-vertex) esetén.



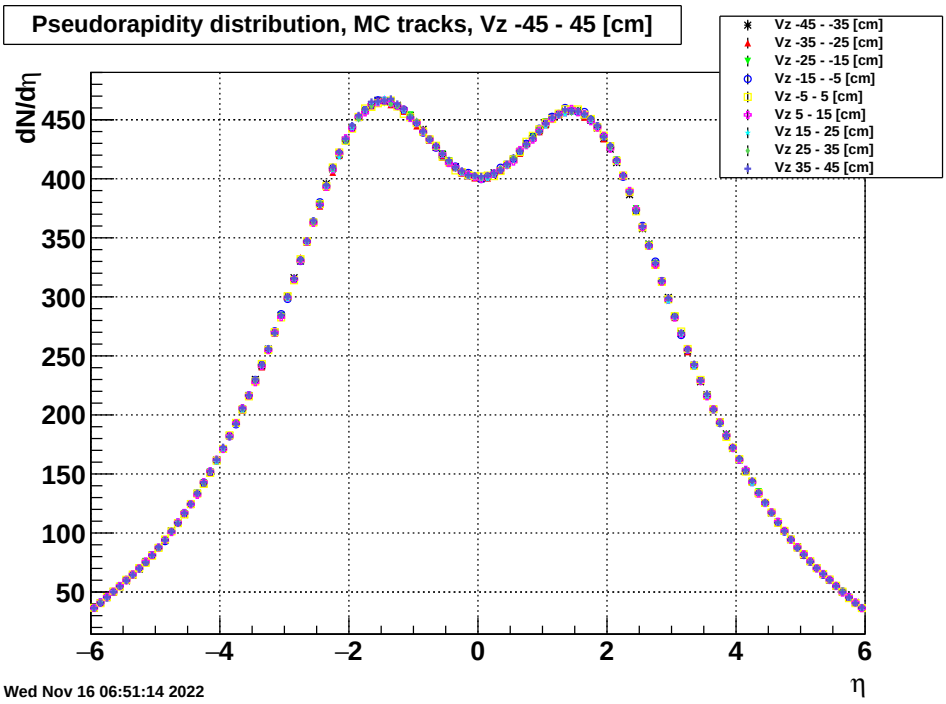
35. ábra. Gyűrűszámfüggő töltöttségi faktor korrekció különböző Vz (z-vertex) esetén.

8.5. Válaszmátrix különböző Vz (z-vertex) esetén

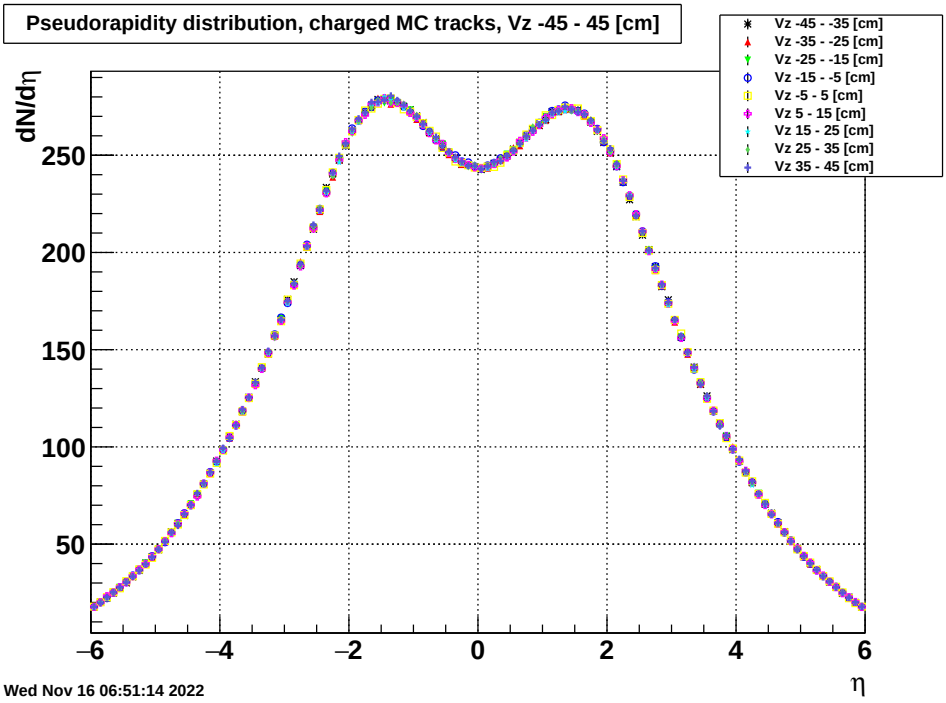


36. ábra. Válaszmátrix különböző Vz (z-vertex) esetén.

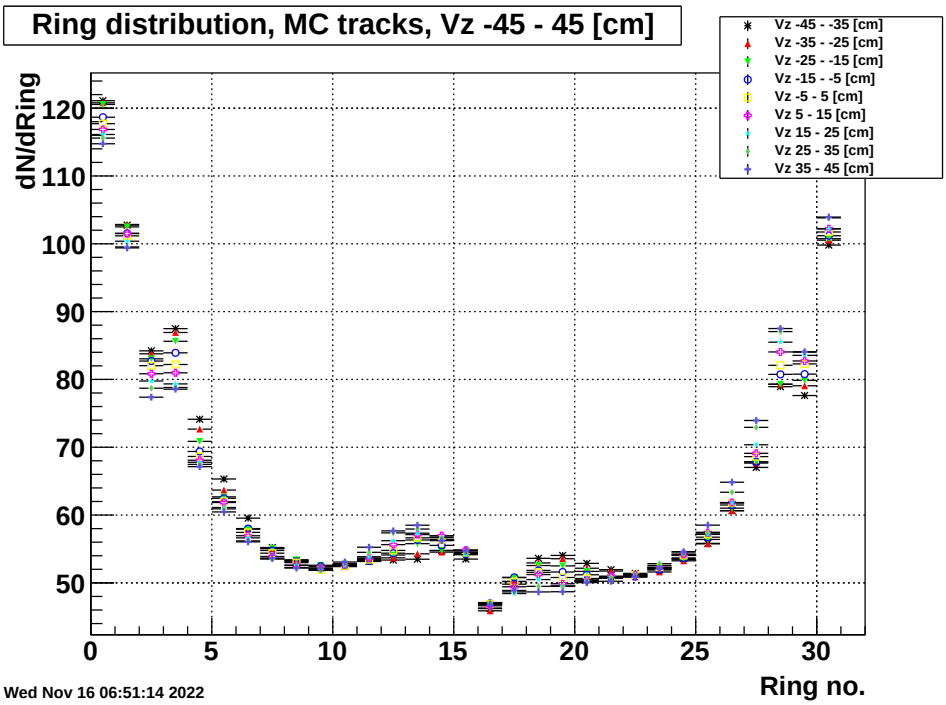
8.6. MC: pszeudorapiditás-eloszlás különböző Vz (z-vertex) esetén és gyűrűszámbeütés-eloszlás



37. ábra. Pszeudorapiditás-eloszlás különböző Vz (z-vertex) esetén, összes MC pályára.



38. ábra. Pszeudorapiditás-eloszlás különböző Vz (z-vertex) esetén, töltött részecskék MC pályáira.



39. ábra. Gyűrűszámbeütés-eloszlás különböző Vz (z-vertex) esetén.