EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

SZAKDOLGOZAT

Kaonok kvantumstatisztikus korrelációinak mérése a PHENIX kísérletnél

Kovács László
Fizika Bsc.

Témavezetők:
Csanád Máté
Lökös Sándor

ELTE TTK Atomfizikai Tanszék

2023. május 31.

Kivonat

Az ősrobbanást követő pár mikromásodpercben a teret az ősleves, az úgynevezett kvark-gluon plazma (QGP) töltötte ki. A kvarkok azok az elemi részecskék, amelyekből például a protonok és a neutronok is felépülnek. A kvarkok között fellépő erős kölcsönhatást pedig a gluonok közvetítik. Ha a világegyetem ezen korszakát szeretnénk megérteni, akkor az ehhez szükséges hőmérsékletet és nyomást ultrarelativisztikus sebességre gyorsított nehézionok ütköztetésével érhetjük el.

A technológia mára már adott ezeknek a kísérleteknek az elvégzéséhez. Ilyen például a CERN LHC (Nagy Hadronütköztető), vagy az e dolgozathoz is adatokat szolgáltató brookhaveni RHIC (Relativisztikus Nehézion-Ütköztető). Ezeknél a kísérleteknél mini ősrobbanásokat hoznak létre, ahol a plazma kifagyásakor a kvarkok összeállnak részecskékké. Detektorok segítségével ezeknek a részecskéknek az eloszlásaiból tudunk következtetni a forrásra. A forrás tulajdonságainak meghatározásához fontos eszköz a Bose–Einstein korrelációs függvények mérése. Ezt a korrelációt a részecskék megkülönböztethetetlensége okozza, és az ebből adódó hatást HBT-jelenségnek nevezzük, az ezt felfedező Hanbury Brown és Twiss után. Ez a módszer, habár a csillagászat területéről származik, és csillagok méreteit mérték meg először az intenzitáskorrelációk segítségével, ma már femtométer nagyságú objektumok vizsgálatára is alkalmas. Ez esetben azonban a keletkezett részecskék impulzuskorrelációit mérjük meg.

Kezdetben, kis statisztikájú méréseknél ez a korreláció még Gauss-eloszlással közelíthető volt. Azonban ahogy egyre több adat állt rendelkezésre, és megnőtt az igény a minél pontosabb mérésekre, ez a Gauss-eloszlás már nem bizonyult kellően pontosnak a korrelációk leírására. Ezért ma már Lévy-eloszlást teszünk fel, amelyben eggyel több szabad paraméter szerepel, így ez egy általánosabb eloszlásnak tekinthető.

A pion-pion korrelációs függvények Lévy-paramétereit már korábban megmérték, azonban a Gauss-alaktól való eltérés okának megértéséhez a kaon-kaon korrelációk ismerete lenne fontos. Szakdolgozatom készítése során ezért a RHIC PHENIX kísérletében elvégzett Au-Au ütközésekben keletkező kaonok korrelációit vizsgáltam. Ezekre Lévy-eloszlást illesztve a paraméterek meghatározásából következtetni tudunk a forrás tulajdonságaira.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés **3**
1.1. Részecskegyorsítókkal a kvark-gluon plazma nyomában . . . 3
1.2. A PHENIX kísérlet . . . 4
1.3. Mérföldkövek a kvark-gluon plazma kutatásban . . . 5
1.3.1. A magmódosulási faktor . . . 5
1.3.2. A tökéletes folyadék . . . 6
1.3.3. Kvark szabadsági fokok . . . 7

2. A HBT-effektus és a Bose–Einstein korrelációk **8**
2.1. A HBT-effektus . . . 8
2.2. Bose–Einstein korrelációk a nagyenergiás fizikában . . . 8
2.3. A kinematikai változók . . . 10
2.4. A mag-glória modell . . . 12
2.5. A térbeli korrelációs függvény . . . 13
2.6. Lévy-típusú korrelációk . . . 14
2.7. A Coulomb-kölcsönhatás szerepe . . . 15

3. Lévy HBT analízis a PHENIX kísérletben **16**
3.1. Részecskeazonosítás . . . 16
3.2. Eseménykeverés, a korrelációs függvény mérése . . . 17
3.3. Párvágások . . . 20
3.4. A korrelációs függvények illesztése . . . 21
3.5. A Coulomb-korrekció változócseréjének kezelése . . . 23
3.6. Szisztematikus hibák . . . 24
3.7. Az eredmények kiértékelése . . . 27
3.7.1. A Lévy-stabilitási index – α . . . 27
3.7.2. A korrelációs erősség – λ . . . 27
3.7.3. A Lévy-skálaparaméter – R . . . 28
3.7.4. Az $\hat{R}$ skálaparaméter . . . 30

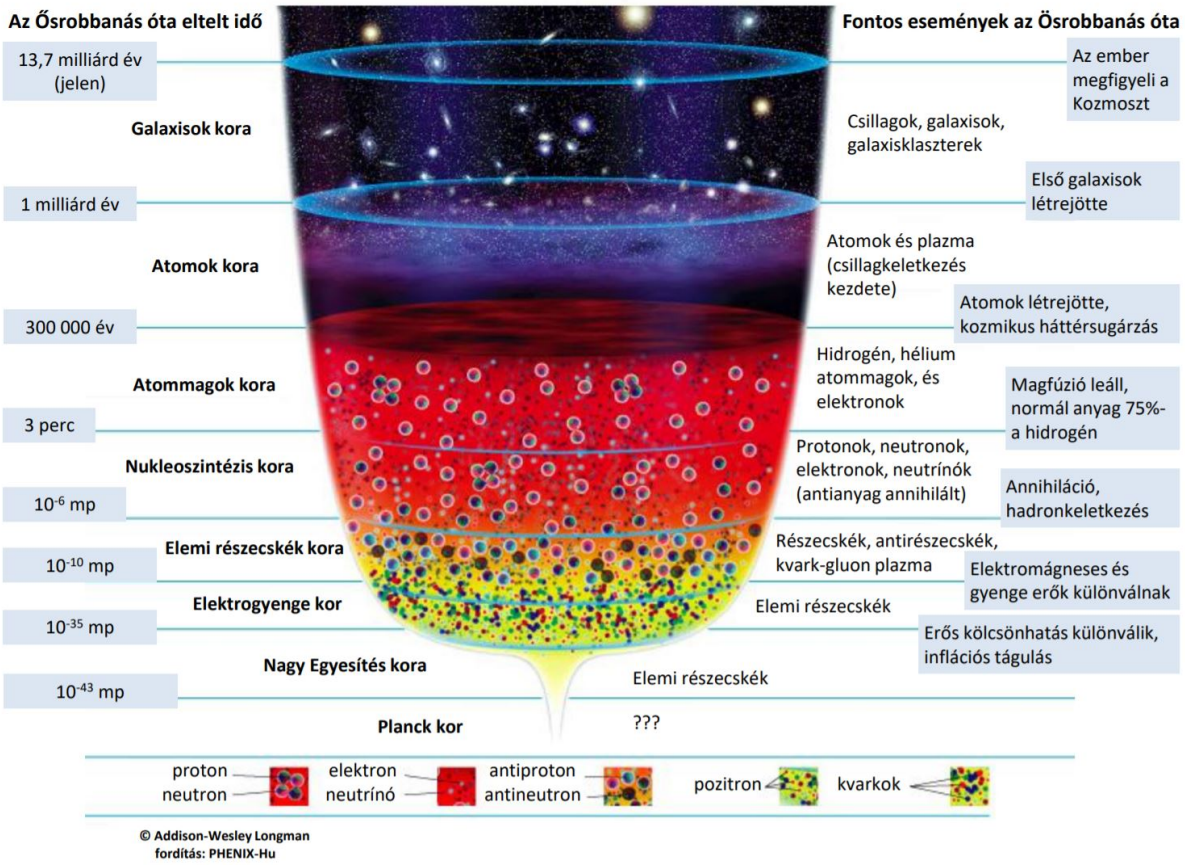
4. Összefoglalás **30**

5. Köszönetnyilvánítás **31**

1. Bevezetés

1.1. Részecskegyorsítókkal a kvark-gluon plazma nyomában

Milyen volt a világ a Nagy Bumm után nagyon-nagyon kicsivel? Ha erre a kérdésre keressük a választ, akkor az abban az időszakban uralkodó állapotokat kell előállítanunk. A Világegyetem keletkezését követő pár mikromásodpercben akkora volt a nyomás és a hőmérséklet, hogy a kvarkok és a gluonok még nem voltak hadronokba zárva [1]. Ezt az állapotot nevezzük kvark-gluon plazmának. A Világegyetem gyors tágulásának következtében az anyag lehűlt, a kvarkok hadronokba rendeződtek, és megkezdődött az új részecskék kialakulása. Az 1. ábrán nyomon követhetjük a Világegyetem történetét az ősrobbanástól egészen a csillagok, galaxisok kialakulásig.



1. ábra. A Világegyetem története.

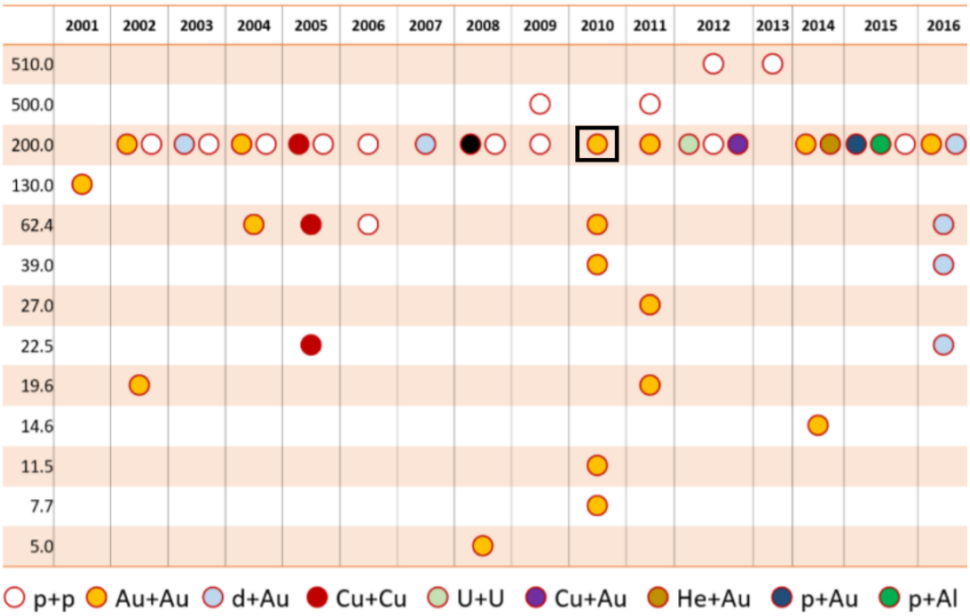
A technológia fejlődésének köszönhetően, ma már részecskegyorsítók segítségével elő tudunk állítani kvark-gluon plazmát. Ilyen részecskegyorsító például a RHIC és az LHC. A világ jelenlegi legnagyobb energiájú gyorsítójában, az LHC-ben, a részecskék elérhetik a 7 TeV-os energiát is. Eddigi egyik legjelentősebb eredménye a Higgs-bozon megtalálása volt, ami megerősítette a részecskefizika standard modelljét. A RHIC-et a következő fejezetben fogom részletesebben bemutatni.

A részecskegyorsítóban az ultrarelativisztikus sebességre gyorsított atommagok a hatalmas energiasűrűség hatására megolvadnak, és kvark-gluon plazma keletkezik. A plazma robbanásszerűen tágulni kezd, majd kifagy. Ez a kifagyás olyan gyorsan megtörténik

(10^{-22} másodperc), hogy magát a plazmát közvetlenül nem tudjuk megfigyelni. Azonban a kifagyáskor keletkező részecskéket az ütközési pont köré elhelyezett detektorok segítségével észlelhetjük. Ilyenkor a részecskék töltését, energiáját és impulzusát mérjük. Ezen adatok ismeretében következtethetünk a plazma tulajdonságaira.

1.2. A PHENIX kísérlet

A Brookhavenben található részecskegyorsító, a RHIC egyik fő feladata a kvark-gluon plazma előállítása, és tulajdonságainak meghatározása. Az ütköztetett részecskék között szerepel a proton, deutérium, hélium-3, réz, alumínium, arany és az urán is. Az elvégzett kísérleteket részletesen a 2. ábrán láthatjuk.



2. ábra. A PHENIX detektornál megfigyelt ütközések és energiák [2]. A bal oldali oszlopban a tömegközépponti ütközési energia látható nukleononként GeV-ben. Jelen dolgozat kereteiben a 2010-ben, 200 GeV energián felvett arany-arany (Au-Au) ütközésekből származó adatokat vizsgálom.

Nehézionok esetén a maximális tömegközépponti ütközési energia 200 GeV volt nukleononként, míg protonoknál 500 GeV. A szakdolgozatom készítéséhez az Au-Au ütközésekből származó adatokat használtam fel, amelyeknek energiája 200 GeV volt. A gyorsító két, 3,8 km átmérőjű gyűrűből áll, amelyekben egymással szemben keringenek az atommagok. Összesen hat helyen metszik egymást, itt történnek az ütközések. Ezek közül négy ponton létesítettek mérési pontokat: BRAHMS, PHOBOS, STAR és PHENIX. Ez utóbbival sokféle részecskét tudunk azonosítani, valamint jóval több eseményt rögzíteni ugyanannyi idő alatt, mint a STAR kísérlettel. Hátránya, hogy a térbeli lefedettsége kisebb. A PHENIX, BRAHMS és PHOBOS kísérlet 2016-ban fejezte be az adatfelvételt.

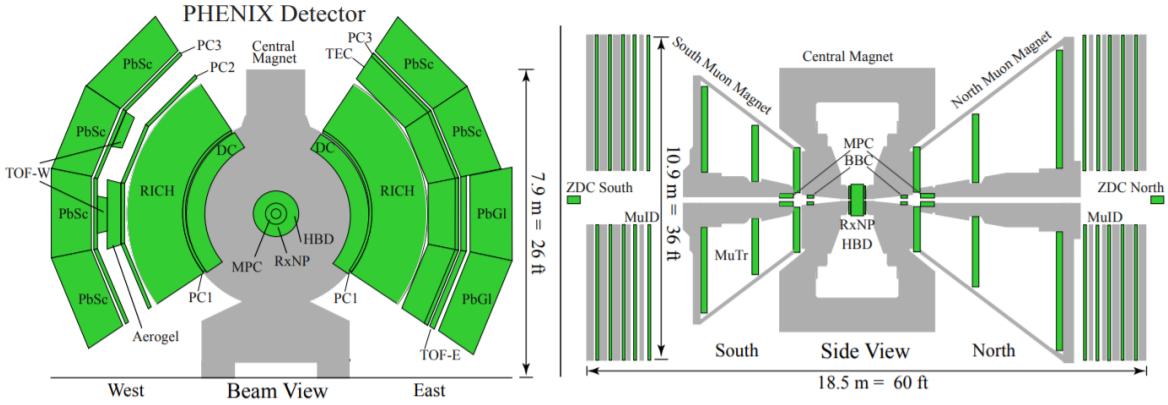
A PHENIX detektorrendszerét három fő részre oszthatjuk [3], amelyet a 3. ábrán láthatunk részletesen:

1. A globális detektorok jeleznek, ha ütközés történt, meghatározzák a vertex helyét,

valamint a centralitását. A centralitás az ütközés „központosságát” jellemzi[1]. A legfontosabb globális detektorok a BBC (Beam-to-Beam Counter) és a ZDC (Zero Degree Calorimeter).

2. A nyalábirányra merőlegesen elhelyezkedő karokon találhatóak a DC (Drift Chamber) és PC (Pad Chamber) nyomkövető detektorok[2], valamint a kaloriméterek (PbSc és PbGl, együttesen EMCal) és a repülési időt mérő ToF (Time of Flight) East és West detektorok. A kirepülő részecskék a mágneses tér hatására eltérülnek, pályájuk sugarából következtetni tudunk az impulzusukra. A hadron típusának meghatározásához szükség van még a sebességük ismeretére, amit a ToF detektorok mérnek meg.

3. A MuTr (Muon Tracker) és MuID (Muon ID) detektorok pedig a müonok azonosítására szolgálnak.



3. ábra. A PHENIX detektorrendszer, bal oldalt látható a nyalábirányra merőleges, jobb oldalt pedig a nyalábiránnyal párhuzamos metszete, az ábra a 2010-es állapotát tükrözi [4].

1.3. Mérföldkövek a kvark-gluon plazma kutatásban

A következőkben azt fogjuk áttekinteni, hogy mik voltak azok a jelek, amik előrevetítették az erősen kölcsönható kvark-gluon plazba (sQGP) létrejöttét [5].

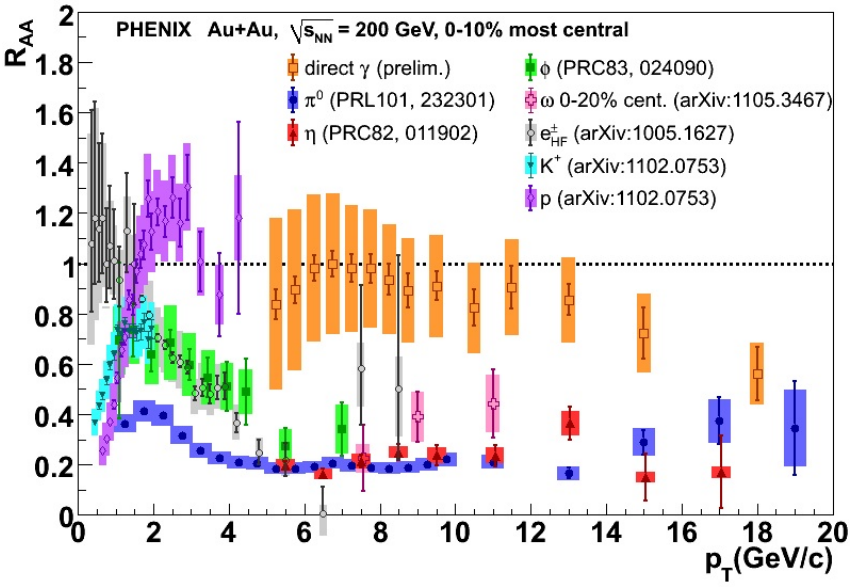
1.3.1. A magmódosulási faktor

Felvetődik a kérdés, hogy többnukleonos atommagok ütközését tudjuk e jellemezni a nukleonjaik páronkénti összegével. Ehhez vezették be az R_{AA} arányszámot, amit magmódosulási faktornak nevezünk:

$$R_{\mathrm{AA}} = \frac{\langle \text{atommagütközés részecskeszáma} \rangle}{\langle \text{bináris ütközések száma} \rangle \times \langle \text{p+p részecskeszám} \rangle}. \tag{1}$$

[1] A legcentrálisabb eseményeket a 0% jelöli, míg a perifériku események 100%-osak. Tehát, ha például egy esemény centralitása 20%-os, az azt jelenti, hogy az összes esemény 20%-a volt centrálisabb az adott ütközésnél. A PHENIX detektorai a 0-92% tartományon tudják észlelni az eseményeket.

[2] A Pad Chamber detektorból három is van: PC1, PC2 és PC3, ahogy a 3. ábrán látható.



4. ábra. A PHENIX kísérletnél mért mag-módosulási faktor p_T függése különböző részecskék esetén.

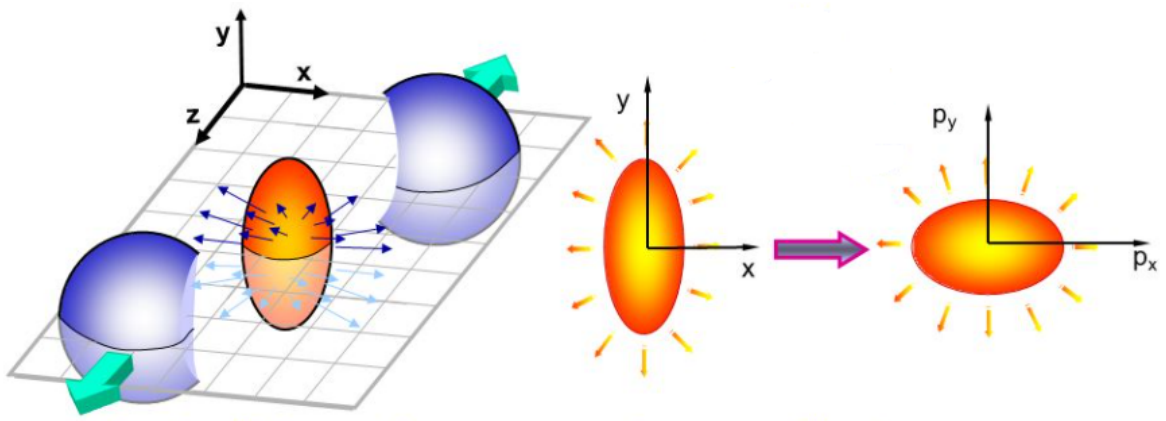
Adott centralitású ütközéseket vizsgálva azt várnánk, hogy atommagok ütközése esetén a keletkező részecskék átlagos száma megegyezik a p-p ütközésekből keletkező részecskék átlagos számának, és az atommagütközésben várható bináris nukleonütközések átlagos számának szorzatával. Fotonok esetén ez a szám a várakozásnak megfelelően közel 1-nek adódott [6]. A kísérletek azonban erősen kölcsönható részecskék esetén azt mutatták, hogy ez a faktor kisebb 1-nél [7]. Ezt mutatja be a 4. ábra. Ennek a jelenségnek az a magyarázata, hogy az ütközés során egy olyan anyag keletkezik, amely az erős kölcsönhatás révén lefékezi a kb. 10 fm nagyságú utat megtevő, színtöltéssel rendelkező részecskéket. Ezt úgy tudták igazolni, hogy deuteron-arany ütközésekben mérték meg R_{AA} értékét. A létrejövő közeg kis mérete miatt ez az elnyomás a vártnak megfelelően kisebb mértékű volt [8]. A kísérletek azt is megmutatták [9], hogy az ütközési energia csökkentésével a jelenség eltűnik. Ezért a jövőre nézve egy fontos cél azon energia megtalálása, amin R_{AA} értéke még éppen kisebb mint 1, tehát keletkezik új típusú anyag.

1.3.2. A tökéletes folyadék

Miután sikerült bebizonyítani a kvark-gluon plazma létezését, a következő lépés az volt, hogy meghatározzák a tulajdonságait. Vajon folyadék, vagy inkább gázként viselkedik? Nem teljesen centrális ütközéseknél két atommag átfedő része közelítőleg ellipszoid alakú. Azt kellett megvizsgálni tehát, hogy a hadronok impulzuseloszlásában a nyalábra merőleges síkban is megjelenik-e ez az aszimmetria. Írjuk fel a részecskék impulzuseloszlásának Fourier-sorát ebben a síkban! Jelölje a síkbeli (transzverz) impulzus értékét p_t, valamint az azimut szöget ϕ:

$$N(p_t, \phi) = N(p_t)[1 + 2\sum v_n(p_t)\cos(n\phi)]. \tag{2}$$

Szimmetria okokból a páratlan n-hez tartozó, valamint a szinusz-os tagok eltűnnek. Az első nem nulla együttható v_2, ezt nevezzük elliptikus folyásnak. Ez mutatja meg a gömbszim-

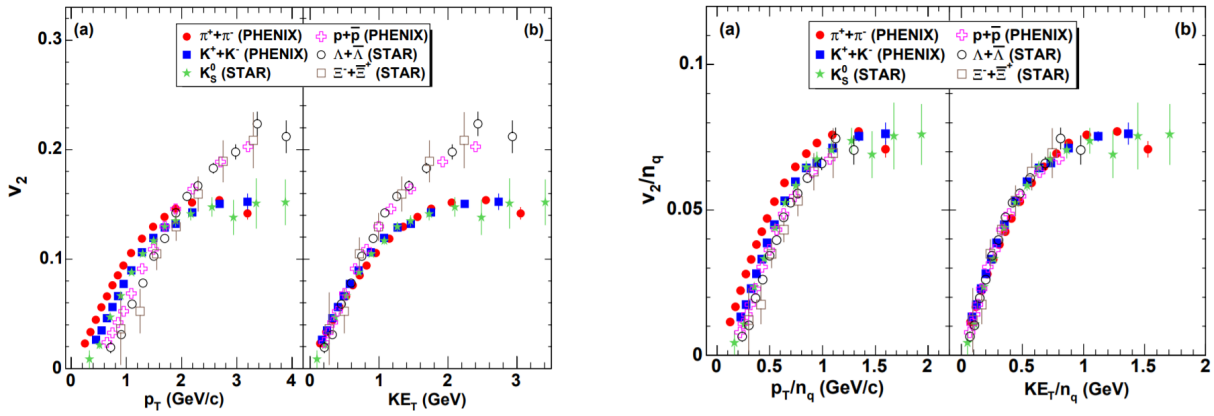


5. ábra. Bal oldalt egy perifférikus ütközés látható, ahol a két atommag által átfedett közeg ellipszoid alakú. Az eseménysíkban kialakuló nagyobb nyomásgradiens nagyobb tágulást fog eredményezni, így a részecskék impulzuseloszlásában is kialakul aszimmetria, amit a jobb oldali ábra szemléltet.

metriától való eltérést. Folyadék esetén, a kezdeti állapot térbeli aszimmetriája a végállapotban impulzus-aszimmetriaként jelenik meg. Mivel a nyomásgradiens az eseménysíkban nagyobb, mint arra merőlegesen, ezért arra számítunk, hogy ebben a síkban nagyobb tágulás jön létre. Ezt szemlélteti az 5. ábra. Kísérleti úton sikerült megmutatni, hogy az impulzuseloszlásban is megjelenik az aszimmetria, így azt mondhatjuk, hogy a plazma folyadékként viselkedik [10]. Nehéz kvarkok R_{AA} és v_2 értékeiből számíthatjuk a diffúziós együtthatót, amely termodinamikai relációkkal kapcsolható a kinematikai viszkozitáshoz. Ezalatt a nyírási viszkozitási és az entrópiasűrűség hányadosát értjük. Ennek értéke nagyon kicsire adódott [11], így a kvark-gluon plazmát tökéletes folyadéknak tekinthetjük.

1.3.3. Kvark szabadsági fokok

Ha a v_2 együtthatót a transzverz impulzus (p_t) függvényében ábrázoljuk, azt kapjuk, hogy mezonok és barionok esetén ez a két görbe eltér egymástól. Ha azonban az elliptikus folyást a p_t helyett a kinetikus energia függvényében ábrázoljuk, valamint az értékeket leosztjuk a kvarkok számával, akkor a pontok egybe fognak esni, ahogy a 6. ábra is mutatja. Tehát ebből látjuk, hogy a kifagyás előtt a kvarkok hordozzák a szabadsági fokokat.



6. ábra. A bal oldali ábrán láthatóak v_2 értékei a transzverz impulzus, valamint a transzverz kinetikus energia függvényében. Itt a pontok még nem esnek egy görbére, azonban ha a jobb oldali ábra szerint skálázzuk ezeket az értékeket a kvarkok számával, akkor már egy görbére kerülnek. [12]

2. A HBT-effektus és a Bose–Einstein korrelációk

2.1. A HBT-effektus

A nagyenergiás nehézion-fizikában a femtométer nagyságrendű objektumok megfigyelését lehetővé tévő tudományágat femtoszkópiának nevezzük. Meglepő módon, ennek alapjait egy másik tudományterületen, a csillagászatban fektették le. R. Hanbury Brown, brit csillagász, rádiótávcsövekkel vizsgálta távoli csillagokból érkező jelek intenzitását [13]. A két távcsővel észlelt jelek között korrelációt fedezett fel. Az intenzitáskorrelációk segítségével képes volt erős rádiófrekvenciás források átmérőjét meghatározni. Felmerült a kérdés, hogy vajon fénnyel is működik-e a módszer. R. Q. Twiss matematikus-csillagásszal, laboratóriumban végzett vizsgáltok során azt tapasztalták, hogy fény esetén és fellép a korreláció. Ezt a jelenséget ezért, a felfedezőik után elnevezve, HBT-jelenségnek hívjuk.

Tőlük függetlenül, A. Pais, G. Goldhaber, S.Goldhaber és W-Y Lee proton-antiproton ütközésekben ρ mezonokat keresett, ahol az azonos töltésű pionok korrelációit figyelte meg. A jelenséget az azonos pionok hullámfüggvényének Bose–Einstein szimmetrizációjával sikerült megmagyarázni [14]. A HBT-effektushoz hasonlóan tehát a mag- és részecskefizikában is fellép egy korreláció, amelyet Bose–Einstein korrelációnak szokás nevezni.

2.2. Bose–Einstein korrelációk a nagyenergiás fizikában

A kétrészecske impulzuskorreláció (vagy Bose–Einstein korreláció) általános alakja a következőképpen írható fel:

$$C_2(p_1, p_2) = \frac{N_2(p_1, p_2)}{N_1(p_1)N_1(p_2)}, \tag{3}$$

ahol p_1 és p_2 jelöli a részecskék négyesimpulzusait, $N_1(p_1)$ és $N_1(p_2)$ az egyrészecske invariáns impulzus eloszlások p_1 és p_2 impulzusoknál vett értéke, valamint $N_2(p_1, p_2)$ jelenti a kétrészecske invariáns impulzus eloszlását szintén a p_1 és p_2 impulzusoknál vett értékén. A

korrelációnak különféle okai lehetnek, mint például a kollektív áramlás, jetek, rezonanciabomlások, impulzusmegmaradás, valamint a HBT-effektus.. Ezek közül jelen dolgozatban a legutóbbi jelenséget fogom vizsgálni, amely kis impulzuskülönbségeknél jelenik meg, és a multiciplitás négyzetével, míg a többi hatás okozta korreláció a multiplicitással arányos. Ezért a Bose–Einstein korreláció méréséhez a nagy multiplicitású nehézion-ütközések kis relatív impulzusú tartományát kell vizsgálni.

Írjuk fel, az egyes eloszlások alakját a Yano–Koonin-formula [15] segítségével:

$$N_1(p_1) = \int S(x,p)|\Psi_p(x)|^2 d^4x, \tag{4}$$

$$N_2(p_1,p_2) = \int S(x_1,p_1)S(x_2,p_2)|\Psi_{p_1,p_2}(x_1,x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2, \tag{5}$$

ahol Ψ_p az egyrészecske-hullámfüggvény, míg $\Psi_{p_1,p_2}(x_1,x_2)$ a szimmetrizált kétrészecske-hullámfüggvény, $S(x,p)$ jelöli a forrásfüggvényt, vagyis a részecskekeltés fázistérbeli valószínűségsűrűségét, amely azt adja meg, hogy a kifagyás után mekkora valószínűséggel keletkezik p impulzussal x téridőbeli helyen egy részecske. Ha eltekintünk a végállapoti kölcsönhatásoktól, mint például a részecskék közötti Coulomb- vagy erős kölcsönhatástól, akkor feltehetjük, hogy $\Psi_p = \mathrm{e}^{ikx}$ alakú síkhullám, így $|\Psi_p(x)|^2 = 1$. Bozonok esetén a szimmetrizált kétrészecske-hullámfüggvény az alábbi alakban írható:

$$\Psi_{p_1,p_2}(x_1,x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{e}^{ip_1x_1+ip_2x_2} + \mathrm{e}^{ip_1x_2+ip_2x_1}\right). \tag{6}$$

Számítsuk ki ennek az abszolútérték négyzetét:

$$\begin{aligned}
|\Psi_{p_1,p_2}(x_1,x_2)|^2 &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{ip_1x_1+ip_2x_2} + \mathrm{e}^{ip_1x_2+ip_2x_1}\right)\left(\mathrm{e}^{-ip_1x_1-ip_2x_2} + \mathrm{e}^{-ip_1x_2-ip_2x_1}\right) = \\
&= \frac{1}{2}\left(2 + \mathrm{e}^{i(p_1x_1+p_2x_2-p_1x_2-p_2x_1)} + \mathrm{e}^{i(p_1x_2+p_2x_1-p_1x_1-p_2x_2)}\right) = \\
&= \frac{1}{2}\left(2 + \mathrm{e}^{i(p_2-p_1)(x_2-x_1)} + \mathrm{e}^{-i(p_2-p_1)(x_2-x_1)}\right) = \\
&= 1 + \cos((p_2-p_1)(x_2-x_1)).
\end{aligned} \tag{7}$$

Vezessük be a következő jelölést: $q = p_1 - p_2$, valamint végezzük el a behelyettesítést az (5) egyenletbe:

$$\begin{aligned}
N_2(p_1,p_2) &= \int S(x_1,p_1)S(x_2,p_2)(1+\cos((q)(x_1-x_2)))d^4x_1d^4x_2 = \\
&= \int S(x_1,p_1)S(x_2,p_2)d^4x_1d^4x_2 + \frac{1}{2}\int S(x_1,p_1)S(x_2,p_2)e^{iqx_1}e^{-iqx_2}d^4x_1d^4x_2 + \\
&+ \frac{1}{2}\int S(x_1,p_1)S(x_2,p_2)e^{-iqx_1}e^{iqx_2}d^4x_1d^4x_2 = \\
&= \int S(x_1,p_1)d^4x_1 \int S(x_2,p_2)d^4x_2 + \\
&+ \frac{1}{2}\int S(x_1,p_1)e^{iqx_1}d^4x_1 \int S(x_2,p_2)e^{-iqx_2}d^4x_2 + \\
&+ \frac{1}{2}\int S(x_1,p_1)e^{-iqx_1}d^4x_1 \int S(x_2,p_2)e^{iqx_2}d^4x_2.
\end{aligned} \tag{8}$$

Egyszerűbb formára hozhatjuk a fenti kifejezést annak ismeretében, hogy egy függvény integrálja megegyezik a függvény Fourier-transzformáltjának nulla helyen vett értékével, valamint $\int S(x,p)e^{iqx}d^4x = \tilde{S}(q,p)$:

$$N_2(p_1,p_2) = \tilde{S}(0,p_1)\tilde{S}(0,p_2) + \frac{1}{2}(\tilde{S}(q,p_1)\tilde{S}^*(q,p_2) + \tilde{S}^*(q,p_1)\tilde{S}(q,p_2)), \tag{9}$$

ahol * jelöli a komplex konjugálást. Ezután helyettesítsünk be a (3) egyenletbe:

$$C_2^{(0)}(p_1,p_2) = 1 + \frac{1}{2}\frac{\tilde{S}(q,p_1)\tilde{S}^*(q,p_2) + \tilde{S}^*(q,p_1)\tilde{S}(q,p_2)}{\tilde{S}(0,p_1)\tilde{S}(0,p_2)}, \tag{10}$$

ahol (0)-val jelöltem a végállapoti kölcsönhatások elhanyagolását. Használjuk ki, hogy nehézion ütközésekben jellemzően $p_1 \approx p_2 \approx K$ [16], ahol:

$$K = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) = (K_0, \mathbf{K}). \tag{11}$$

A két részecske négyesimpulzusának különbsége:

$$q = p_1 - p_2 = (q_0, \mathbf{q}). \tag{12}$$

A hármasvektor-komponenseket $\mathbf{q}$ és $\mathbf{K}$ jelöli:

$$\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z),\ \mathbf{K} = (K_x, K_y, K_z). \tag{13}$$

Így felírhatjuk a korrelációs függvényt q és K változókkal:

$$C_2^{(0)}(q,K) \approx 1 + \frac{|\tilde{S}(q,K)|^2}{|\tilde{S}(0,K)|^2}. \tag{14}$$

A (14) egyenlet jelentősége abban rejlik, hogy a Bose–Einstein korrelációs függvény ismeretében információt nyerhetünk a forrásfüggvény térbeli alakjáról. Szemléltetésképp, tegyük fel, hogy a forrásfüggvény alakja Gauss-jellegű, tehát:

$$S(x,p) \propto e^{-\frac{x^2}{2R^2(p)}}. \tag{15}$$

Ha ezt behelyettesítjük a (14) egyenletbe, akkor azt kapjuk, hogy:

$$C_2^{(0)}(q,K) = 1 + e^{-q^2R^2(K)}. \tag{16}$$

2.3. A kinematikai változók

Ahogy fentebb láttuk a (14) egyenletben, a korrelációs függvényt fel tudtuk írni q és K változókkal. Azonban jelenleg csak azonos tömegű részecskéket vizsgálunk, így q és K Lorentz-szorzata nulla:

$$qK = (p_1 - p_2)\cdot\frac{1}{2}(p_1 + p_2) = \frac{1}{2}(p_1^2 - p_2^2) = \frac{1}{2}(m^2c^2 - m^2c^2) = 0, \tag{17}$$

tehát

$$qK = q_0K_0 - \mathbf{qK} = 0, \tag{18}$$

A (18)-es egyenletet átalakítva kapjuk, hogy:

$$q_0 = \frac{\mathbf{qK}}{K_0}. \tag{19}$$

Tehát ebből látjuk, hogy a korrelációs függvény q helyett valójában csak $\mathbf{q}$-tól függ. Hasonló energiájú részecskék esetén K nagyjából a tömeghéjon van, így a K függést is lecserélhetjük $\mathbf{K}$-ra. A korrelációs függvény $\mathbf{K}$ értékeitől függ simábban, ezért érdemes $C_2(\mathbf{q})$ alakban parametrizálni, majd a paraméterek $\mathbf{K}$ függését vizsgálni. Midrapiditáson[3] vizsgálhatjuk a transzverz impulzustól (K_T), vagy transzverz tömegtől (m_T) való függést:

$$K_\mathrm{T} = \sqrt{K_\mathrm{x}^2 + K_\mathrm{y}^2}, \tag{20}$$

$$m_\mathrm{T} = \sqrt{m^2 + (K_\mathrm{T}/c)^2}, \tag{21}$$

ahol m a vizsgált részecske tömege. E dolgozat készítse során a transzverz tömegtől való függést vizsgáltam. A $\mathbf{q}$ változót a Bertsch–Pratt koordinátákkal [32, 33] célszerű felírni:

$$\mathbf{q}_\mathrm{BP} = (q_\mathrm{out}, q_\mathrm{side}, q_\mathrm{long}), \tag{22}$$

ahol q_out a pár átlagos transzverz impulzusának irányába mutat, q_long a nyalábirányba, q_side pedig merőleges az előző kettőre, jobb-sodrású rendszert alkotva. Ez lényegében egy forgatást jelent a transzverz síkban. Ha lehet, célszerű az impulzuskülönbség egydimenziós (1D) változójára áttérni a háromdimenziós (3D) helyett, ez nagyban leegyszerűsíti a számításokat. Egy ilyen 1D változó lehet a Lorentz-invariáns impulzuskülönbség:

$$q_\mathrm{inv} = \sqrt{-(p_1 - p_2)^2} = \sqrt{-(E_1 - E_2)^2 + (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}. \tag{23}$$

Ha áttérünk a párral longitudinálisan együttmozgó rendszerre (LCMS)[4], q_inv az alábbi alakban írható fel Bertsch-–Pratt koordinátákkal:

$$q_\mathrm{inv} = \sqrt{(1 - \beta_\mathrm{T})q_\mathrm{out}^2 + q_\mathrm{side}^2 + q_\mathrm{long}^2}, \tag{24}$$

ahol $\beta_\mathrm{T} = 2K_\mathrm{T}/(E_1 + E_2)$. A pár együttmozgó koordinátarendszerében (PCMS) ez éppen megegyezik hármasimpulzosok különbségével (ahol E_1=E_2):

$$q_\mathrm{inv} = |\mathbf{q}_\mathrm{PCMS}|. \tag{25}$$

Elektron-pozitron ütközésekben q_inv megfelelő választásnak bizonyult [23], azonban magmag ütközésekben érdemes LCMS-beli hármasimpulzus különbséggel számolni [29]:

$$|\mathbf{q}_\mathrm{LCMS}| = \sqrt{(p_{1x} - p_{2x})^2 + (p_{1y} - p_{2y})^2 + q_{z,\mathrm{LCMS}}^2}, \text{ ahol} \tag{26}$$

$$q_{z,\mathrm{LCMS}}^2 = \frac{4(p_{1z}E_2 - p_{2z}E_1)^2}{(E_1 + E_2)^2 - (p_{1z} + p_{2z})^2}. \tag{27}$$

A fenti mennyiség Bertsch–Pratt koordinátákkal az alábbi módon írható fel:

$$|\mathbf{q}_\mathrm{LCMS}| = \sqrt{q_\mathrm{out}^2 + q_\mathrm{side}^2 + q_\mathrm{long}^2}. \tag{28}$$

A későbbiekben az alábbi jelölést fogom használni:

$$Q = |\mathbf{q}_\mathrm{LCMS}|. \tag{29}$$

[3]Amikor a rapiditás, vagyis $y \approx 0$, ahol $y = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_z}{E-p_z}$.

[4]LCMS-ben a pár átlagos impulzusa merőleges a nyalábirányra.

2.4. A mag-glória modell

A (14) egyenlet szerint a korrelációs függvény $q \to 0$ határesetben a $C_2^{(0)}(0,K) = 2$ értéket veszi fel. A detektorok véges felbontóképessége miatt azonban a relatív impulzusok mérésének van egy alsó határa. Ez a $q_{\rm min}$ érték 6-8MeV/c körüli. Ezért a korrelációs függvény $q \to 0$-hoz tartozó értékét extrapolálással kaphatjuk meg. Ehhez vezessük be a $\lambda(K)$ paramétert az alábbiak szerint:

$$\lambda(K) = \lim_{q\to 0} C_2^{(0)}(q,K) - 1. \tag{30}$$

A legtöbb kísérleti eredmény [16, 34, 35] azt mutatja, hogy $\lambda<1$, ami elvezetett a mag-glória modellhez. Ennek lényege, hogy a részecskék keletkezését két tartományra osztja. A kvarkanyag kifagyásakor létrejövő részecskék tartoznak a maghoz, azonban vannak olyanok is, amelyek hosszú élettartamú rezonanciák bomlástermékei. Ez utóbbiak az ún. glóriában keletkeznek. A korrelációs függvény definíciójában a forrásfüggvény Fourier-transzformáltja szerepel, amiből arra következtethetünk, hogy a nagy távolságokban keletkezett részecskék (a glóriában) a kis relatív impulzusú részhez adnak járulékot, erre láthatunk egy illusztrációt a 7. ábrán. Tehát bontsuk szét a forrásfüggvényt két részre:

$$S = S_{\rm mag} + S_{\rm glória}. \tag{31}$$

Most számoljuk ki a Fourier-transzfomáltakat:

$$\tilde{S}_{\rm mag}(q,K) = \int S_{\rm mag}(x,K) e^{iqx} d^4x, \tag{32}$$

$$\tilde{S}_{\rm glória}(q,K) = \int S_{\rm glória}(x,K) e^{iqx} d^4x. \tag{33}$$

A mag- és glóriarészecskék száma:

$$N_{\rm mag}(K) = \tilde{S}_{\rm mag}(0,K) = \int S_{\rm mag}(x,K) d^4x, \tag{34}$$

$$N_{\rm glória}(K) = \tilde{S}_{\rm glória}(0,K) = \int S_{\rm glória}(x,K) d^4x. \tag{35}$$

A (31) egyenlet alapján a következő összefüggésre jutunk:

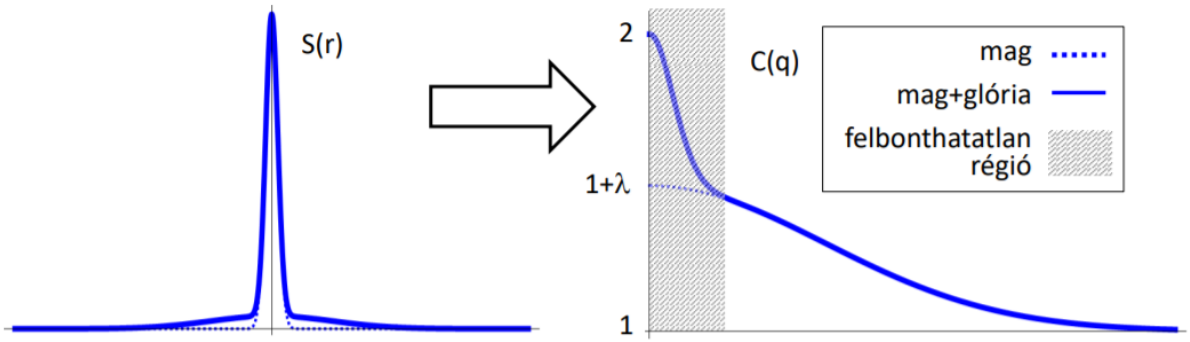
$$\tilde{S}(0,K) = N_{\rm mag}(K) + N_{\rm glória}(K). \tag{36}$$

A kísérletileg felbontható régióban a glóriában keletkező részecskék hatása elhanyagolható, így:

$$\tilde{S}(q,K) \simeq \tilde{S}_{\rm mag}(q,K). \tag{37}$$

A (36) és (37) egyenleteket helyettesítsük be (14)-be:

$$\begin{aligned} C_2^{(0)}(q,K) &\simeq 1 + \frac{|\tilde{S}_{\rm mag}(q,K)|^2}{(N_{\rm mag}(K) + N_{\rm glória}(K))^2} = \\ &= 1 + \frac{N_{\rm mag}(K)^2}{(N_{\rm mag}(K) + N_{\rm glória}(K))^2} \frac{|\tilde{S}_{\rm mag}(q,K)|^2}{N_{\rm mag}(K)^2} = \\ &= 1 + \lambda \frac{|\tilde{S}_{\rm mag}(q,K)|^2}{|\tilde{S}_{\rm mag}(0,K)|^2}. \end{aligned} \tag{38}$$



7. ábra. Bal oldalt a forrásfüggvény, míg jobb oldalt a korrelációs függvény látható [4]. A forrásfüggvény glóriához tartozó része a Fourier-transzformáció miatt a korrelációs függvény kis impulzusnál vett tartományához ad járulékot, így a széles glória keskeny csúcsot eredményez a korrelációs függvényben, amit a detektorok véges felbontóképessége miatt nem láthatunk. A kísérleti korrelációs függvény 2 helyett 1+λ-hoz tart.

Tehát λ értéke a magban és a teljes forrásban keletkező részecskék számának arányával áll kapcsolatban adott K átlagos impulzus mellett:

$$\lambda(K) = \left(\frac{N_{\text{mag}}(K)}{N_{\text{mag}}(K) + N_{\text{glória}}(K)} \right)^2 . \tag{39}$$

A fentiekből láthatjuk, hogy a mag-glória modell egy lehetséges interpretációt ad a λ paraméterre. A hosszú élettartamú rezonanciabomlások hatása kizárólag ebben a paraméterben jelenik meg.

2.5. A térbeli korrelációs függvény

A (14) egyenlet egy alternatív értelmezéséhez vezessük be a pár-forrásfüggvényt:

$$D(x, K) = \int S\left(\rho + \frac{x}{2}, K\right) S\left(\rho - \frac{x}{2}, K\right) d^4\rho, \tag{40}$$

ahol x a pár négyestávolsága, ρ pedig a pár átlagos téridővektora. Ezután a (14) egyenletet a következő alakban írhatjuk fel:

$$C_2^{(0)}(q, K) = 1 + \frac{\tilde{D}(q, K)}{\tilde{D}(0, K)}, \text{ ahol,} \tag{41}$$

$$\tilde{D}(q, K) = \int D(x, K) e^{iqx} d^4x. \tag{42}$$

Tehát ebből látszik, hogy a korrelációs függvény a páreloszlással van közvetlen kapcsolatban. A pár-forrásfüggvényt szintén fel lehet bontani mag-mag, mag-glória és glória-glória

összetevőkre:

$$D_{\mathrm{m,m}}(x,K) = \int S_{\mathrm{mag}}\left(\rho + \frac{x}{2}, K\right) S_{\mathrm{mag}}\left(\rho - \frac{x}{2}, K\right) d^4\rho, \tag{43}$$

$$D_{\mathrm{m,g}}(x,K) = \int S_{\mathrm{mag}}\left(\rho + \frac{x}{2}, K\right) S_{\mathrm{glória}}\left(\rho - \frac{x}{2}, K\right) d^4\rho, \tag{44}$$

$$D_{\mathrm{g,g}}(x,K) = \int S_{\mathrm{glória}}\left(\rho + \frac{x}{2}, K\right) S_{\mathrm{glória}}\left(\rho - \frac{x}{2}, K\right) d^4\rho. \tag{45}$$

$$\tag{46}$$

A mag-glória és glória-glória tagok Fourier-transzformáltja a kísérletileg mérhető q tartományban a korrelációs függvényhez nem ad járulékot, vagyis ha $q > q_{\mathrm{min}}$:

$$\tilde{D}(q,K) \approx \tilde{D}_{\mathrm{m,m}}(q,K). \tag{47}$$

Így a (38) egyenlet a következő alakban is felírható:

$$C_2^{(0)}(q,K) \approx 1 + \lambda \frac{\tilde{D}_{\mathrm{m,m}}(q,K)}{\tilde{D}_{\mathrm{m,m}}(0,K)}, \text{ ahol} \tag{48}$$

$$\lambda = \frac{\tilde{D}_{\mathrm{m,m}}(0,K)}{\tilde{D}(0,K)}, \text{ mivel } \tilde{D}_{\mathrm{m,m}}(0,K) = |\tilde{S}_{\mathrm{mag}}(0,K)|^2 \text{ és } \tilde{D}(0,K) = |\tilde{S}(0,K)|^2. \tag{49}$$

2.6. Lévy-típusú korrelációk

Korábbi mérések során sokáig azzal a feltételezéssel éltek, hogy a forrásfüggvény a (15) összefüggés szerinti Gauss alakot veszi fel. Azonban például arany-arany ütközéseknél azt tapasztalták, hogy a forrás egy hatványszerű lecsengéssel rendelkezik [17]. Erre több lehetséges magyarázat is létezik, mint például a jetek fragmentációjának fraktálszerkezete [25], a QCD kritikus pontjánál megjelenő fluktuációk [36], vagy pedig az anomális diffúzió [18, 37, 38]. Jelen dolgozatban a legutóbbi lehetőséget fogom vizsgálni. Normál diffúzió esetén a részecskék egy egyenletesen kitöltött térrészen haladnak át, ilyenkor az átlagos szabad úthossz állandó, amelyeknek szórása véges, ilyenkor a centrális határeloszlás tétel alapján a forrásfüggvény esetében Gauss alakra számítunk. Azonban gyorsan táguló rendszerekben, ahol ezen elemi lépések eloszlása nem feltétlenül véges, a vizsgált résecskék (jelen esetben kaonok) anomális diffúziója Lévy-stabil eloszlásra vezethet [18] (hatványszerű lecsengéssel). A Lévy-eloszlást (amely a Gauss-eloszlás egy általánosított alakja) a következő összefüggés definiálja:

$$\mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\boldsymbol{\xi} e^{i\boldsymbol{\xi}\mathbf{x}} e^{-\frac{1}{2}|\boldsymbol{\xi}R|^\alpha}, \tag{50}$$

ahol R a Lévy-skálaparaméter, α a Lévy-stabilitási index, $\boldsymbol{\xi}$ pedig egy háromdimenziós integrálási paraméter. Ha α=2, akkor visszakapjuk a Gauss-eloszlást, α=1 esetén pedig a Cauchy-eloszlást. A hatványszerű lecsengés akkor jelenik meg, amikor α<2. Fontos még megemlíteni, hogy ha a forrás mag-komponense (S_{mag}) Lévy alakú, akkor a mag-mag páreloszlás ($D_{\mathrm{m,m}}$) is Lévy alakú lesz ugyanazzal a Lévy-stabilitási indexszel, mivel két azonos indexű Lévy-eloszlás autokorrelációja is ugyanolyan indexű Lévy-eloszlás:

$$S_{\mathrm{mag}}(\mathbf{x}) = \mathcal{L}(\alpha, R, \mathbf{x}) \to D_{\mathrm{m,m}}(\mathbf{x}) = \mathcal{L}(\alpha, 2^{\frac{1}{\alpha}} R, \mathbf{x}). \tag{51}$$

Ha síkhullám közelítéssel élünk (a végállapoti kölcsönhatásokat elhanyagoljuk), gömbszimmetrikus Lévy-eloszlást feltételezünk, valamint a mag-glória modellt figyelembe vesszük, akkor a korrelációs függvény a következő alakot veszi fel:

$$C_2^{(0)}(Q) = 1 + \lambda e^{-|RQ|^\alpha}. \tag{52}$$

2.7. A Coulomb-kölcsönhatás szerepe

Az eddigi számítások során azt feltételeztük, hogy a részecskék hullámfüggvénye síkhullámnak tekinthető, ami semleges részecskék esetén (például semleges pionok és fotonok) megfelelő közelítés, azonban ezek vizsgálata kísérletileg rendkívül nehézkes. A semleges pionok fotonokká bomlanak, így a fotonokból ki kellene válogatni, hogy melyek származnak a pion bomlásokból, ami nem egyszerű feladat. Ezért többnyire töltött részecskék eloszlásait szokták vizsgálni, mint ahogy jelen dolgozat keretében is töltött kaonok korrelációs függvényeit mérem meg. Ilyenkor azonban nem alkalmazhatunk síkhullám közelítést, ugyanis a végállapotban a Coulomb-kölcsönhatás is szerepet játszik. Alacsony relatív impulzusnál létrejön az úgynevezett „Coulomb-lyuk", a taszító hatás miatt a kis q-jú párok számában egy minimum figyelhető meg. A Schrödinger-egyenletet tehát ki kell egészíteni a Coulomb-potenciállal, amelynek a megoldása már nem síkhullám lesz. Írjuk fel a kétrészecske Schrödinger-egyenletet két m tömegű, $\mathbf{x_1}$ és $\mathbf{x_2}$ helyen található részecskére:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(\mathbf{\Delta}_1 + \mathbf{\Delta}_2)\mathbf{\Psi}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + V(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)\mathbf{\Psi}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = E\mathbf{\Psi}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2). \tag{53}$$

Ha áttérünk a tömegközépponti rendszerre, ahol $\mathbf{X}$ a tömegközéppont koordinátája, ami azonos tömegű részecskék esetén $\mathbf{X} = (\mathbf{x_1}+\mathbf{x_2})/2$, valamint $\mathbf{x}$ jelöli a relatív koordinátákat, tehát $\mathbf{x} = \mathbf{x_1} - \mathbf{x_1}$, akkor a megoldást kereshetjük $\mathbf{\Psi}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) = \mathbf{\Psi_K}(\mathbf{X})\mathbf{\Psi_k}(\mathbf{x})$ szorzat alakjában. Így a tömegközépponti részre az alábbi megoldás adódik:

$$\mathbf{\Psi_K}(\mathbf{X}) = e^{-2i\mathbf{KX}}, \tag{54}$$

ahol $\mathbf{K}$ a részecskepár átlagos impulzusa. Ezt a megoldást felhasználva az egyrészecske Schrödinger-egyenletre jutunk:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\mathbf{\Delta_x}\mathbf{\Psi_k}(\mathbf{x}) + V(\mathbf{x})\mathbf{\Psi_k}(\mathbf{x}) = -\frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m}\mathbf{\Psi_k}(\mathbf{x}), \tag{55}$$

ahol $\mathbf{k} = \mathbf{q}_{\mathrm{PCMS}}/2$. Ennek a Bose–Einstein statisztika miatt szimmetrizált megoldása [20]:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma(1 + i\eta_C)}{\sqrt{2}e^{-\pi\eta_C/2}}\{e^{i\mathbf{kx}}F(-i\eta_C, 1, i(kx - (\mathbf{kx})) + [\mathbf{x} \to -\mathbf{x}]\}, \tag{56}$$

ahol

$$\eta_C = \frac{mc^2\alpha_{\mathrm{em}}}{2\hbar ck}, \tag{57}$$

$k = |\mathbf{k}|$, α_{em} a finomszerkezeti állandó, Γ a Gamma-függvény, F pedig a konfluens hipergeometrikus függvény. A síkhullám helyébe tehát az (56) hullámfüggvény kerül, ahol $[\boldsymbol{x} \to -\boldsymbol{x}]$ egy tükrözött $\boldsymbol{x}$ mellett vett tagot jelöl.

Ha a teljes hullámfüggvényt a pár tömegközépponti rendszerében írjuk fel, ahol $\mathbf{K} = 0$, akkor a megoldás megegyezik (56) hullámfüggvénnyel. Ezt, valamint a már korábban bevezetett λ paramétert felhasználva, felírhatjuk a Coulomb-korrigált kétrészecske korrelációs függvényt a Bowler–Sinyukov-formula segítségével [21, 22]:

$$C_2(\mathbf{k}, \mathbf{K}) = 1 - \lambda + \lambda \int d^3\mathbf{x} D_{\mathrm{m,m}}(\mathbf{x}, \mathbf{K}) |\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{k}}(\mathbf{x})|^2. \tag{58}$$

A fenti összefüggést felhasználva, Lévy-eloszlást és egy lineáris hátteret feltételezve, a korrelációs függvényt az alábbi alakban írhatjuk fel:

$$C_2(\lambda, R, \alpha; Q) = \left[1 - \lambda + K(\alpha, R; q_{\mathrm{inv}}) \cdot \lambda \cdot \left(1 + e^{-|QR|^\alpha}\right)\right] \cdot N \cdot (1 + \epsilon Q), \tag{59}$$

ahol $K(\alpha, R; q_{\mathrm{inv}})$ a Coulomb-korrekció, ami a Coulomb-korrigált, és a Coulomb-kölcsönhatást elhanyagoló korrelációs függvény hányadosa, N egy normálási faktor, ϵ pedig a hosszútávú, nem femtoszkópiai korrelációkat jellemzi. Ahogy az (59) egyenletben láthatjuk, a $C_2(\lambda, R, \alpha; Q)$ korrelációs függvény változója Q, míg a K Coulomb-korrekció q_{inv} függvénye. Ezen probléma kezeléséről részletesen a 3.5. fejezetben fogok írni.

3. Lévy HBT analízis a PHENIX kísérletben

A mérés során felhasznált adatok a RHIC PHENIX detektorrendszere által 2010-ben kerültek rögzítésre. Az Au-Au ütközések $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}}$ =200 GeV tömegközépponti nukleononkénti ütközési energiával rendelkeztek. Összesen 7,3 milliárd eseményt jegyeztek fel. Jelen dolgozat során töltött kaon-kaon korrelációs függvényeket vizsgálok, meghatározom ezen függvények paramétereinek transzverz tömeg függését. A kaonokra kapott eredményeket összehasonlítom egy korábban elvégzett pion-pion analízissel [29]. A legérdekesebb kérdés a Lévy-exponens (α) vizsgálata. A kaonok és pionok esetén kapott α paraméter összehasonlításával közelebb juthatunk a fizikai interpretációjához.

Fontos még megjegyezni, hogy a kaonokra vonatkozó korrelációs függvény mérését minimum bias[5] mintára végeztem el, míg a pionokra végeztek egy eseményszelekciót a 0-30% centralitású eseményekre, ami okozhat eltérést.

Nagyon fontos megjegyezni, hogy az ebben a fejezetben részletezett analízisből a részecskeazonosítást, a vágásokat, valamint az „aktuális” és „háttéreloszlások”[6] mérését Nagy Márton, Csanád Máté és Lökös Sándor készítette. Az én általam végzett számítás az ezen aktuális és háttéreloszlások hányadosának kiszámításával kezdődik.

3.1. Részecskeazonosítás

A részecskeazonosításhoz (PID) szükséges az invariáns tömegnégyzet kiszámítása. Ehhez induljunk ki az impulzusra vonatkozó összefüggésből:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{60}$$

[5]Minimum bias eseményeknek alatt azokat az eseményeket értjük, amelyek úgy kerültek rögzítésre, hogy a lehető legkevesebb triggerfeltételt alkalmazták rájuk.

[6]Ezen eloszlások jelentését a 3.2. fejezetben fogom részletezni.

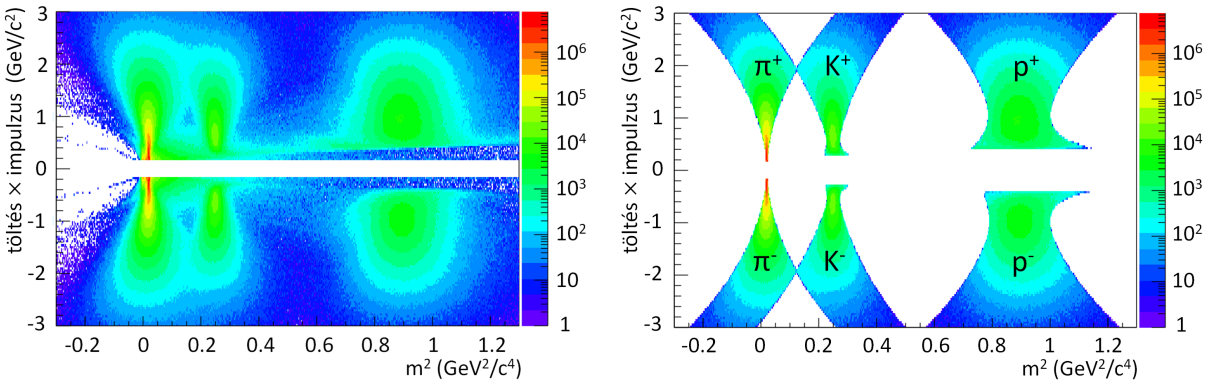
Ebből fejezzük ki az invariáns tömegnégyzetet:

$$m^2 = \frac{p^2}{c^2}\left[\left(\frac{c}{v}\right)^2 - 1\right], \tag{61}$$

ahol a részecske sebessége $v = \frac{L}{t}$. Így a tömegnégyzet kiszámításához a következőkre van szükség: a detektor geometriájából meghatározható megtett út (L), a ToF által mért repülési idő (t), a DC és PC1 detektorok által mért impulzus (p). Tehát az m^2-re vonatkozó végső összefüggés:

$$m^2 = \frac{p^2}{c^2}\left[\left(\frac{ct}{L}\right)^2 - 1\right]. \tag{62}$$

Ezután a részecskék beazonosíthatóak a m^2 eloszláson történő $2\sigma_{\mathrm{m}}$ vágással, ahol σ_{m} az adott elvi tömegérték körüli eloszlás (impulzusfüggő) szélessége. Erre láthatunk példát a 8a és 8b. ábrán.



(a) Vágás előtti eloszlás a ToF West detektorban.

(b) Vágás utáni eloszlás a ToF West detektorban. A beazonosított részecskéket az ábrán jelöltem: pionok (π), kaonok (K), valamint protonok p.

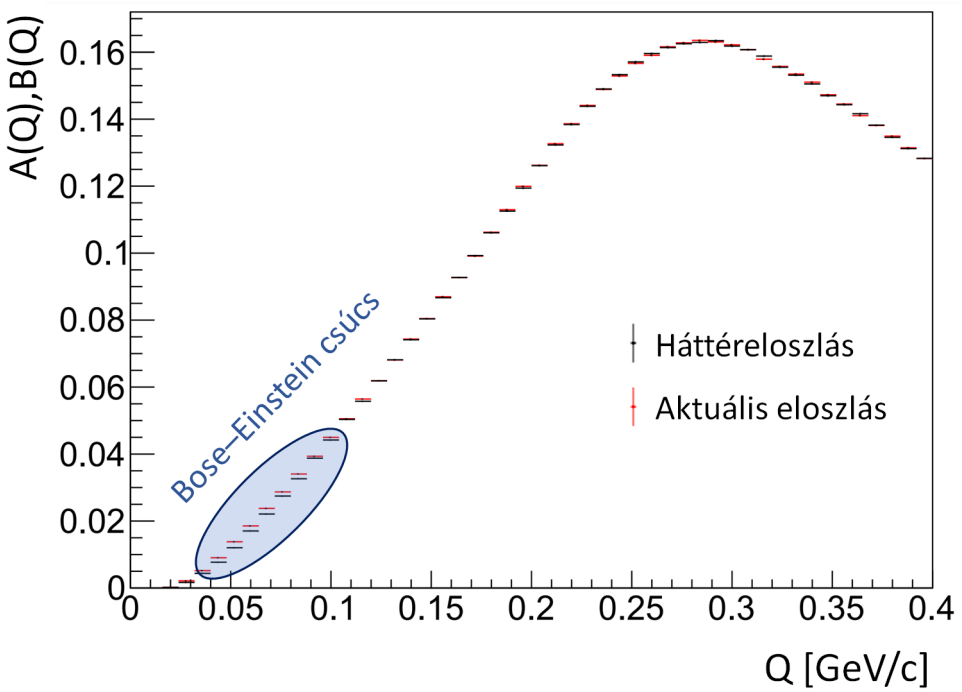
8. ábra. Példa ábrák a részecskeazonosításhoz használt eloszlásról a (töltés × impulzus) és a m^2 függvényeként [24].

3.2. Eseménykeverés, a korrelációs függvény mérése

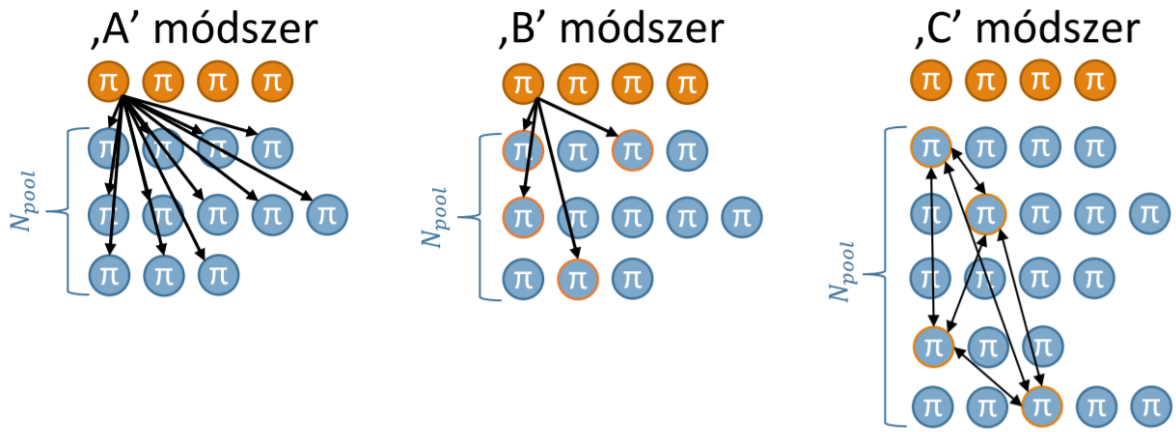
Ahogy már a 2.3. fejezetben bemutattam, a korrelációs függvény két változója az impulzuskülönbség (Q), és a transzverz tömeg (m_{T}). Azonban mivel a korrelációs függvény simábban függ m_{T}-től, ezért megtehetjük, hogy egy adott m_{T} tartományon vizsgáljuk, és ezen paraméterezzük a Q függését. Ez esetben m_{T} a vizsgált tartomány átlagos értékét jelenti. Jelen dolgozatban a korrelációs függvény Q függését 7 különböző m_{T} tartományon (binben) vizsgáltam.

A korrelációs függvényt a következőképp tudjuk megmérni. Jelöljük $A(Q)$-val adott Q impulzuskülönbségű párok eloszlását. Ezt fogjuk „aktuális eloszlásnak” hívni. Minden részecskét párba állítunk az összes lehetséges módon, és kiszámoljuk a relatív impulzusukat, amelyeket egy hisztogramba töltünk. A Bose–Einstein korreláció számításához azonban olyan hatásokat is ki kell szűrni, amik abból erednek, hogy a párok azonos eseményből származnak. Ezt úgy tudjuk megtenni, hogy létrehozunk egy $B(Q)$ „háttéreloszlást”,

ami olyan részecskepárok impulzuskülönbségének eloszlását jelenti, ahol a párok tagjait különböző eseményekből választottuk ki (így nem vonatkozik rájuk semmilyen párkölcsönhatás). Az aktuális eloszlás háttéreloszlással való leosztása alkalmas arra, hogy bizonyos hatásokat eltávolítsunk (egyrészecske-eloszlás, detektorakceptancia jellegű hatások, stb.), viszont mivel $B(Q)$ nem tartalmaz kvantumstatisztikai eredetű korrelációkat, így ezek megmaradnak. Érdemes megjegyezni azonban, hogy ezen korrelációk mellett a végállapoti kölcsönhatások is megmaradnak, mint például a Coulomb- és erős kölcsönhatás. Az erős kölcsönhatás kis Q értékeknél elhanyagolható, míg, nagyobb Q-nál szétkenve jelenik meg, amelyet az (59) egyenletben bevezetett $(1 + \epsilon Q)$ faktorral lehet figyelembe venni. A Coulomb-kölcsönhatás szerepét pedig a 2.7. fejezetben ismertettem. Egy $A(Q)$ és $B(Q)$ eloszlásra láthatunk példát a 9. ábrán, ahol kis Q értékeknél megjelenik a Bose–Einstein csúcs.



9. ábra. Kis Q impulzuskülönbségeknél $A(Q)$ enyhén nagyobb értékeket vesz fel, mint $B(Q)$, ezt nem más, mint a HBT effektus okozza.



10. ábra. Három eseménykeverési módszer. Az aktuális eloszlás részecskéi narancssárga színnel vannak jelölve, míg az N_{pool} eseményt tartalmazó háttérminta kékkel [4].

A háttéresemény létrehozáshoz többféle módszer létezik, amit a 10. ábra szemléltet. Mindhárom módszerhez létre kell hozni egy sok eseményt tartalmazó háttérmintát. Az ‚A' módszer lényege, hogy vesszük az aktuális eloszlás egy részecskéjét, és végigmegyünk a „korábbi" események összes részecskéjén, így megkapjuk a háttéreloszlást. Ezzel az a probléma, hogy sok olyan párt fog tartalmazni, amely ugyanazon eseménypárból származik, ami szintén nem kívánt korrelációkhoz vezet. A ‚B' módszer esetén az aktuális esemény részecskéihez véletlenszerűen választunk párt a korábbi eseményekből, azonban így is maradhat, amit ugyanabból az eseménypárból kaptunk.

Az általam használt adattszetten is használt ‚C' módszer esetén, minden aktuális eseményhez egy kevert eseményt hozunk létre, amelyből elkészítjük a háttéreloszlást. Az alábbi szempontok szerint kell eljárni:

- a háttérmintában legalább annyi eseménynek kell lennie, mint a legnagyobb multiplicitású eseményben lévő részecskék száma;
- a párba állítás véletlenszerűen történik, azonban a részecskéknek különböző eseményből kell származnia;
- a háttéreloszlást az aktuálishoz hasonló eseményekből kell létrehozni, tehát legyen hasonló a centralitás (max ±5%-os eltérés), és a z-vertex pozíció[7].

A korrelációs függvény tehát a normalizált aktuális és háttéreloszlás hányadosaként kapható meg. Tehát a korrelációs függvény a következő alakban írható fel:

$$C_2(Q) = \frac{A(Q)}{B(Q)} \cdot \frac{\int_{Q_{\min}}^{Q_{\max}} B(Q)\mathrm{d}Q}{\int_{Q_{\min}}^{Q_{\max}} A(Q)\mathrm{d}Q}, \tag{63}$$

ahol az integrálást egy olyan tartományon ($Q_{\min}$-$Q_{\max}$) kell elvégezni, ahol a kvantumstatisztikus hatások már nem játszanak szerepet.

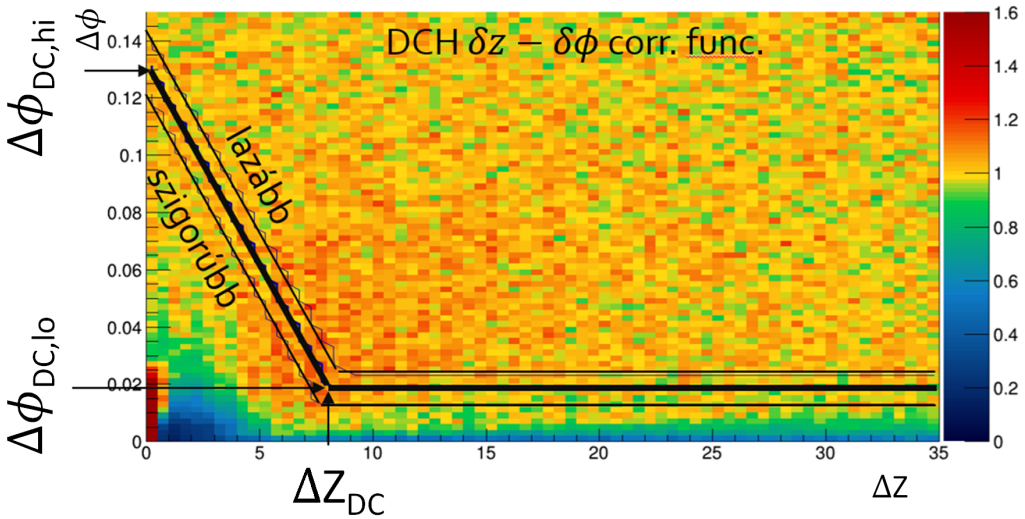
[7] Az esemény longitudinális tengelyen történő elhelyezkedését jelenti.

3.3. Párvágások

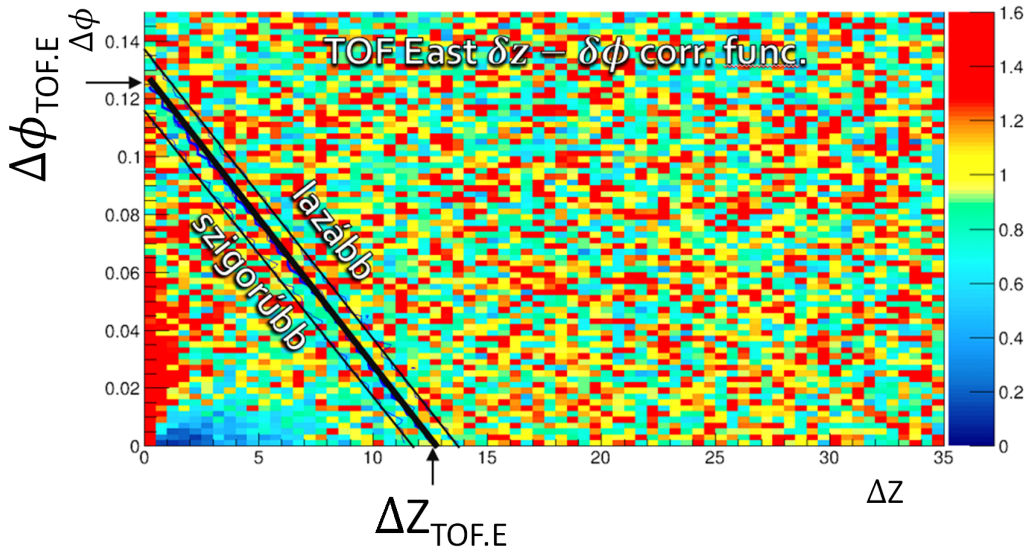
A 3.2. fejezetben részletezett módon, az aktuális $A(Q)$, és háttéreloszlás $B(Q)$ hányadosából megkapjuk a korrelációs függvényt, ami azonban a kvantumstatisztikus hatásokon kívül még a detektorrendszer hatékonyságából származó hatásokat is tartalmaz. Ugyanis a detektorok véges térbeli felbontóképessége miatt előfordulhat, hogy két részecskenyomot egynek (merging), vagy pedig egy nyomot kettőnek (splitting) mérünk. Ezért a párvágás során ezeket a nyomokat szűrjük ki. Ehhez a korábbiakhoz hasonlóan képezzük a A($\Delta\phi$ és Δz) aktuális, és B($\Delta\phi$ és Δz) háttéreloszlásokat. Itt $\Delta\phi$ és Δz jelenti rendre az adott párt alkotó részecskék azimut szög és z (longitudinális) koordinátáinak különbségét. Ezek hányadosából létrehozunk egy korrelációs függvényt:

$$C(\Delta\phi, \Delta z) = \frac{A(\Delta\phi, \Delta z)}{B(\Delta\phi, \Delta z)} \cdot \frac{\int B(\Delta\phi, \Delta z)}{\int A(\Delta\phi, \Delta z)}, \tag{64}$$

ahol az integrálást egy olyan tartományon kell végezni, ahol már nincs jelen merging és splitting. Az így kapott $C(\Delta\phi, \Delta z)$ értékek a DC és ToF East detektorokra rendre a 11. és 12. ábrán láthatóak. A kis $\Delta\phi$ és Δz értékeknél megfigyelhető a splitting (piros terület, sok párral) és merging (kék terület, kevés párral) jelensége. Ezeket a területek levágjuk, tehát az itt található részecskéket a számítás során nem vesszük figyelembe. A végeredményben kapott paraméterek értékeire az is hatással van, hogy hol húzzuk meg ezt a vonalat, ezért szükséges alkalmazni egy lazább és egy szigorúbb vágást is, amelyekből számolható szisztematikus hiba, amely a 3.6. fejezetben kerül részletezésre.



11. ábra. A (64) összefüggés szerint számolt korrelációs függvény értékei a DC detektorban. A piros és kék területeken láthatjuk rendre a splitting és merging jelenségét. A vastag vonal jelöli a standard vágást, amely alatt található párokat nem vesszük figyelembe. Az eredményekre hatással van, hogy hol húzzuk meg ezt a vonalat, ezért szükséges alkalmazni egy lazább és egy szigorúbb vágást is, amelyekből számolható a szisztematikus hiba. A vágásokat meghatározó „koordinátákat” az ábrán jelöltem: ΔZ_{DC}, $\Delta\phi_{\mathrm{DC,hi}}$, $\Delta\phi_{\mathrm{DC,lo}}$, amelyeknek pontos értékei a szisztematikus hibaszámítás (3.6. fejezet) során az 1. táblázatban vannak bemutatva. A nagyobb $\Delta\phi$-hez tartozó értéket „hi”, az alacsonyabbhoz tartozót „lo” index jelöli.



12. ábra. A (64) összefüggés szerint számolt korrelációs függvény értékei a ToF East detektorban. A piros és kék területeken láthatjuk rendre a splitting és merging jelenségét. A vastag vonal jelöli a standard vágást, amely alatt található párokat nem vesszük figyelembe. Az eredményekre hatással van, hogy hol húzzuk meg ezt a vonalat, ezért szükséges alkalmazni egy lazább és egy szigorúbb vágást is, amelyekből számolható a szisztematikus hiba. A vágásokat meghatározó „koordinátákat" az ábrán jelöltem: $\Delta Z_{\mathrm{TOF.E}}$, $\Delta\phi_{\mathrm{TOF.E}}$, amelyeknek pontos értékei a szisztematikus hibaszámítás (3.6. fejezet) során az 1. táblázatban vannak bemutatva.

3.4. A korrelációs függvények illesztése

A korrelációs függvények illesztése során azt tételeztem fel, hogy a forrásfüggvény Lévy alakú, a Coulomb-kölcsönhatást pedig a 2.7. fejezetben ismertetett módon vettem figyelembe. Az (58) egyenletben szereplő integrál csak numerikus módszerekkel oldható meg. Az integrál értékeit a gyorsabb számítás érdekében, érdemes különböző Q, R és α paraméterek mellett egy táblázatba tölteni, ahogy azt a [29] cikkben is tették. Egy ilyen táblázat a dolgozatom készítése során rendelkezésemre állt, amelynek segítségével figyelembe tudtam venni a Coulomb-korrekciót. Érdemes megjegyezni, hogy a táblázatot felhasználva, közvetlenül nem tudjuk illeszteni a Coulomb-korrigált korrelációs függvényt. Ennek oka, hogy a táblázatot csak diszkrét értékkel lehet feltöleni, így ezek között interpolációra van szükség, ami viszont numerikus fluktuációkhoz vezethet. Mivel az illesztés során χ^2 minimalizációt alkalmazok (a CERN ROOT Minuit2 könyvtárának segítségével), ezen numerikus fluktuációk a χ^2 térképen lokális minimumokat hoznak létre, amelyek miatt a minimalizáló algoritmus nem mindig találja meg a valós, abszolút minimumokat, ahogy azt a már korábban is említett [29] cikkben is tapasztalták. Ezt úgy tudjuk kiküszöbölni, hogy egy iteratív eljárást alkalmazunk az alábbiakban ismertetett módon.

Az első illesztést a Coulomb-korrigált korrelációs függvénnyel végeztem, amelyből megkaptam a λ_0, R_0, α_0 paramétereket. Az (59) képlet alapján a következő illesztés már az

alábbi alakú függvénnyel történt:

$$C_2^{(0)}(\lambda, R, \alpha; Q)\frac{C_2(\lambda_0, R_0, \alpha_0; Q)}{C_2^{(0)}(\lambda_0, R_0, \alpha_0; Q)} \cdot N \cdot (1 + \epsilon Q), \tag{65}$$

amely illesztésből kapott paraméterek λ_1, R_1, és α_1. Ebben a képletben $C_2^{(0)}(\lambda, R, \alpha; Q)$ jelöli a Coulomb-kölcsönhatás nélküli korrelációs függvényt, illetve $C_2(\lambda, R, \alpha; Q)$ a Coulomb-korrigált korrelációs függvény. Ezt követően addig folytattam az iterációs eljárást a

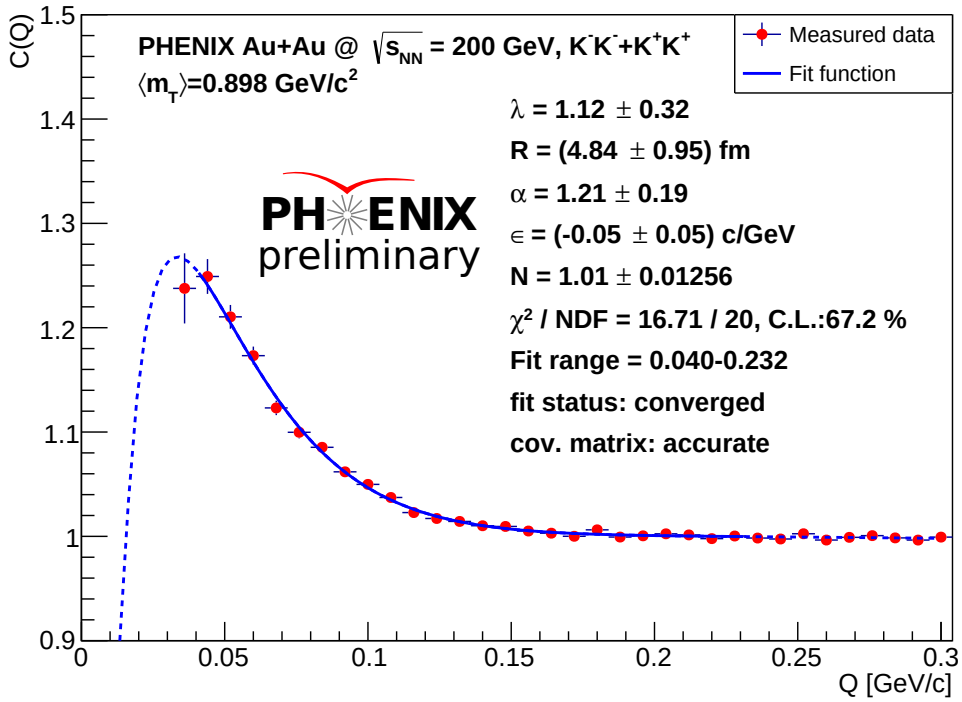
$$C_2^{(0)}(\lambda, R, \alpha; Q)\frac{C_2(\lambda_\mathrm{n}, R_\mathrm{n}, \alpha_\mathrm{n}; Q)}{C_2^{(0)}(\lambda_\mathrm{n}, R_\mathrm{n}, \alpha_\mathrm{n}; Q)} \cdot N \cdot (1 + \epsilon Q) \tag{66}$$

alakú függvénnyel, amíg a két egymásutáni illesztésből kapott paraméterek (λ_n, R_n, α_n valamint $\lambda_{\mathrm{n}+1}$, $R_{\mathrm{n}+1}$, $\alpha_{\mathrm{n}+1}$) különbsége 2% alá nem csökkent. Itt érdemes megjegyezni, hogy általában $N \approx 1$ és $\epsilon \approx 0$, valamint ezek a paraméterek sokkal gyorsabban konvergálnak mint λ, R és α, így a 2%-os konvergenciakritérium vizsgálatánál N-t és ϵ-t nem vettem figyelembe.

Egy illesztést akkor tekintettem megfelelőnek, ha:

- az illesztés konvergált,
- a kovarianciamátrix pozitív definit, illetve
- a konfidenciaszint 0,1% feletti volt.

Egy példa illesztést a 13. ábrán láthatunk.



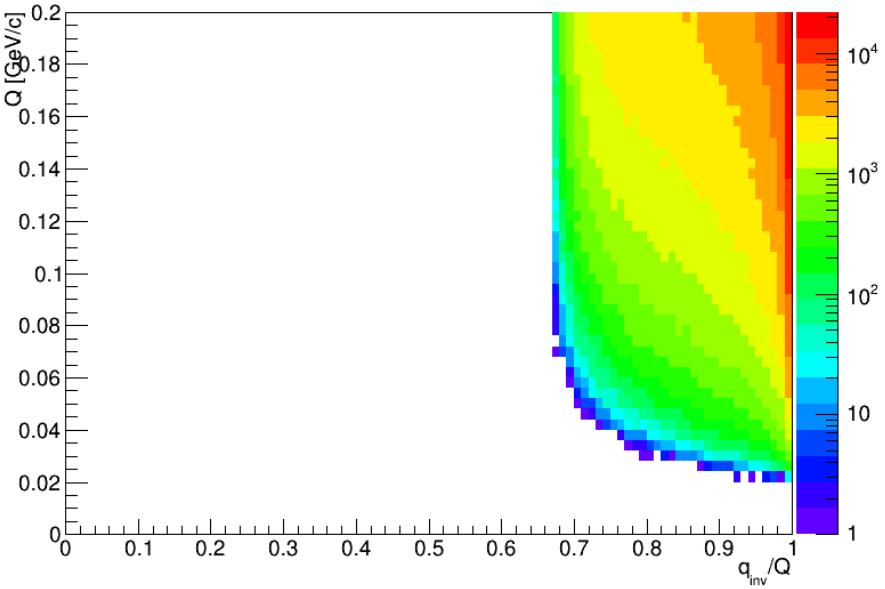
13. ábra. Példa illesztés a korrelációs függvényre. Az ábrán látható, hogy a konfidenciaszint 0,1% felett van, az illesztés konvergál, valamint a kovarianciamátrix is megfelelő. Az illesztett korrelációs függvény paraméterei az ábrafeliraton láthatóak.

3.5. A Coulomb-korrekció változócseréjének kezelése

Ahogy azt a 2.7. fejezetben már említettem, az (59) egyenletben a C_2 korrelációs függvény változója Q, míg a K Coulomb-korrekció q_{inv} függvénye. Ezt a következőképp tudjuk kezelni. Rendelkezésemre álltak $A(Q, q_{\mathrm{inv}}/Q)$ kétdimenziós hisztogramok különböző K_{T} binek esetén, amelyre egy példa a 14. ábrán látható. Vízszintes tengelyen a q_{inv}/Q értékek, a függőleges tengelyen pedig a Q impulzuskülönbségek találhatóak. Az illesztés során megkeressük a függőlegesen tengelyen az aktuális Q_i értéket, majd a vízszintes q_{inv}/Q tengely mentén ennek vesszük a súlyozott átlagát az alábbiak szerint:

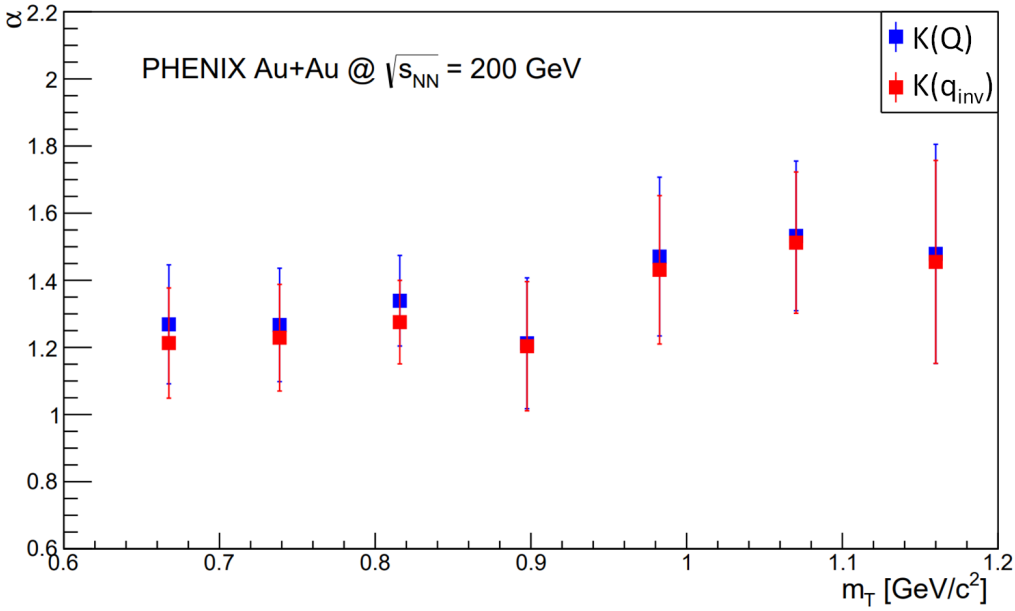
$$C_2(Q_i) = C_2^{(0)}(Q_i) \times \frac{\sum_j w_{ij} K_j}{\sum_j w_{ij}}, \tag{67}$$

ahol w_{ij} a beütések számát jelöli, K_j pedig a hisztogram j-edik q_{inv} értékhez tartozó Coulomb-korrekció.



14. ábra. $A(Q, q_{\mathrm{inv}}/Q)$ eloszlás K_{T}=0,50-0,55 GeV/c^2 esetén [30].

A fentebb részletezett korrekciót szisztematikus hibaforrásként kezeltem. Ez azért is tehető meg, mert a K Coulomb-korrekció változójának megválasztása a korrelációs függvény paraméterek értékeire nincs jelentős hatással, ahogy ezt például a 15. ábrán is láthatjuk. A kék pontok jelölik azt az esetet, amikor a Coulomb-korrekció változója $Q = |\mathbf{q}_{\mathrm{LCMS}}|$, valamint a piros pontok adják meg az α paraméter értékeit, ha a Coulomb-korrekció q_{inv} függvénye. A pionok esetében [29] is ugyanezt az eljárást alkalmazták, így az eredmények jobb összehasonlíthatóságának érdekében célszerű ezt a módszert használni kaonoknál is.



15. ábra. Az α paraméter értékei m_{T} függvényében. A kék pontok jelölik azt az esetet, amikor a Coulomb-korrekció változója $Q = |\mathbf{q}_{\mathrm{LCMS}}|$, valamint a piros pontok adják meg az α paraméter értékeit, ha a Coulomb-korrekció q_{inv} függvénye. A statisztikus hibákat vonalak jelölik.

3.6. Szisztematikus hibák

A mérés során hozott önkényes döntések a kapott eredményeket befolyásolhatják. Ezért ezeknek a döntéseknek a hatását célszerű a számítás végén figyelembe venni. Ezt hívjuk szisztematikus hibavizsgálatnak. Jelen dolgozatban a következő hibaforrásokkal számoltam:

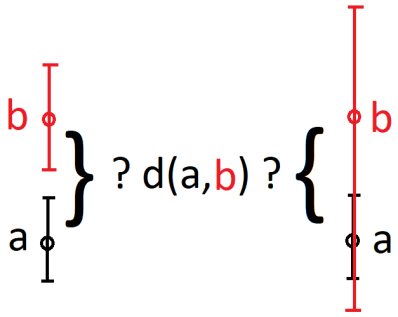
- Coulomb-korrekció számítása során alkalmazott változócseréből eredő szisztematikus hiba (részletesen a 2.7. fejezetben).
- PID vágások: a részecskeazonosítás során használt m^2 hisztogramon alkalmazott vágások (részletesen a 3.1. fejezetben).
- Párvágások a DC, ToF és EMCal detektorokban (részletesen a 3.3. fejezetben).
- Korrelációs függvény illesztési határainak változtatása: Vizsgáltam az illesztési határok megválasztásának hatását is (egy példa illesztést a 13. ábrán láthatunk, ahol a határok értékei („Fit range”): 0,040-0,232 GeV/c). A korrelációs függvény határait eltoltam eggyel kisebb és nagyobb sorszámú binbe az alapbeállításhoz képest. Mivel egy bin 8 MeV/c széles, ez azt jelenti, hogy a határokat $\pm$ 8 MeV/c-vel változtattam meg (ez 4 különböző esetet jelent, ahogy az 1. táblázatban is szerepel).
- Matching vágások: A detektorok hagymahéj szerkezetét felhasználhatjuk arra, hogy a különböző beütésekhez részecskepályákat társítsunk. Ehhez vesszük a belső detektorok által meghatározott részecskenyom projekcióját a külső kaloriméterekre (külön

a ToF és a PC3 detektorokban is), majd a $2\sigma_{\mathrm{d}}$-nál távolabb lévő részecskéket levágjuk, ahol σ_{d} az ezen távolságok (impulzusfüggő) eloszlásának szélessége (a vágást ϕ és z koordinátákon is elvégezzük).

A fentebb részletezett szisztematikus hibaforrások beállításait az 1. táblázat tartalmazza (a Coulomb-korrekció kivételével). Az alábbiakban azt szeretném részletezni, hogy a különböző beállításokból származó eltéréseket az eredményben hogyan kell összegezni. Jelöle A_{alap} az alapbeállításból számolt paraméter értékét, valamint A_{alt} egy alternatív beállításból számolt értéket. A legtöbb szisztematikus hibaforrás esetén úgy járunk el, hogy az alapbeállításhoz képest veszünk egy lazább és egy szigorúbb értéket (például az illesztési határokat eltoljuk egy-egy binnel az alapbeállításhoz képest), majd minden esethez lefuttatjuk újra az analízist, és kiszámítjuk ebből a paramétereket (A_{alt}), valamint a relatív eltéréseket az alapbeállításból kapott eredményekhez képest. A következő lépés, hogy ezeket valahogy összegezzük. Általában ezeknek a négyzetösszegét szokás venni az alábbi módon, amelyet két szisztematikus hibaforrás esetén ($A_{\mathrm{alt},1}$ és $A_{\mathrm{alt},2}$) szeretnék bemutatni:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathrm{syst}}(A_{\mathrm{alt},1}) &= \frac{A_{\mathrm{alt},1} - A_{\mathrm{def}}}{A_{\mathrm{def}}}, \\
\sigma_{\mathrm{syst}}(A_{\mathrm{alt},2}) &= \frac{A_{\mathrm{alt},2} - A_{\mathrm{def}}}{A_{\mathrm{def}}}, \\
\sigma_{\mathrm{syst}}(A_{\mathrm{végső}}) &= \sqrt{\sigma^2_{\mathrm{syst}}(A_{\mathrm{alt},1}) + \sigma^2_{\mathrm{syst}}(A_{\mathrm{alt},2})},
\end{aligned} \tag{68}$$

ahol σ_{syst} jelöli az egyes alternatív beállításokból számolt relatív eltérést az alapbeállításhoz képest. Érdemes azonban figyelembe venni a számolt paraméterek statisztikus hibáit is a szisztematikus hibaszámítás során [31]. Ehhez tekintsük a 16. ábrát. Az alapbeállításból számolt paraméter értékét a-val, míg az alternatív beállítás alapján számolt paramétert b-vel jelöltem. A (68) összefüggések alapján a képen látható mindkét esethez ugyanazt a távolságot számoljuk, ezáltal ugyanakkora járulékot adnak a végső szisztematikus hibákhoz. A statisztikus hibákat figyelembe véve a két esethez eltérő távolságokat rendelhetünk, ezáltal a nagyobb statisztikus hibával rendelkező eset kisebb súllyal fog hozzáadódni a végső szisztematikus hibákhoz.



16. ábra. A képen a jelöli az alapbeállításból számolt paraméter értékét, b pedig az alternatív beállításból számolt értékeket. A bal-és jobb oldal két különböző esetet jelöl. Ha nem vesszük figyelembe a statisztikus hibákat, akkor a két alternatív beállításból származó szisztematikus bizonytalanság ugyanakkora lesz. Jelen dolgozatban ismertetett eljárás segítségével a statisztikus hibákat figyelembe tudjuk venni.

Két változó különbségének szórásnégyzete az alábbiak szerint számolható:

$$\sigma^2(A_{\text{alap}} - A_{\text{alt}}) = \sigma^2(A_{\text{alap}}) + \sigma^2(A_{\text{alt}}) - 2\text{cov}(A_{\text{def}}, A_{\text{alt}}), \tag{69}$$

ahol $\text{cov}(A_{\text{alap}}, A_{\text{alt}}) = \rho\sigma(A_{\text{alap}})\sigma(A_{\text{alt}})$ a kovarianciamátrix, ρ pedig a korrelációs együttható. A teljes bizonytalanság (σ_{tot}) értéke a szisztematikus (σ_{stat}) és a statisztikus (σ_{syst}) bizonytalanságból az alábbiak szerint állítható elő:

$$\sigma^2_{\text{tot}} = \sigma^2_{\text{stat}} + \sigma^2_{\text{syst}}, \tag{70}$$

$$\sigma^2_{\text{syst}} = \sigma^2_{\text{tot}} - \sigma^2_{\text{stat}}, \tag{71}$$

ahol $\sigma_{\text{tot}} = |A_{\text{alap}} - A_{\text{alt}}|$. Felhasználva az (69) és (71) egyenleteket, az alábbi összefüggésre jutunk:

$$\sigma^2_{\text{syst}} = (A_{\text{def}} - A_{\text{alt}})^2 - \sigma^2_{\text{stat}}(A_{\text{def}}) - \sigma^2_{\text{stat}}(A_{\text{alt}}) + 2\rho\sigma_{\text{stat}}(A_{\text{def}})\sigma_{\text{stat}}(A_{\text{alt}}), \tag{72}$$

ahol a formula fekete színnel írt része az általában használt eljárás, a kék pedig a továbbfejlesztett, statisztikus hibát is figyelembe vevő kiegészítés. A számítás során azt tételeztem fel, hogy A_{alap} és A_{alt} teljesen korrelált egymással, tehát ρ=1. Ezzel a lehető legkedvezőtlenebb esetet vettem, mivel (72) értéke így lesz a legnagyobb. A korrelációs együttható pontos kiszámítására létezik matematikai formula, amit ezen dolgozat keretében nem részletezek.

Vágások	Beállítások		
	Alap	Szigorúbb	Lazább
$\Delta\phi_{\text{DC,hi}}$ [rad]	0,14	0,13	0,15
Δz_{DC} [cm]	10	9	11
$\Delta\phi_{\text{DC,lo}}$ [rad]	0,020	0,015	0,025
$\Delta\phi_{\text{TOF.E}}$ [cm]	0,13	0,12	0,14
$\Delta z_{\text{TOF.E}}$ [rad]	13	12	14
$\Delta\phi_{\text{TOF.W}}$ [cm]	0,085	0,080	0,095
$\Delta z_{\text{TOF.W}}$ [rad]	15,0	14,5	15,5
$\Delta\phi_{\text{EMCal,hi}}$ [cm]	0,14	0,13	0,15
Δz_{EMCal} [rad]	18	17	18
$\Delta\phi_{\text{EMCal,lo}}$ [cm]	0,020	0,015	0,025
PID vágás	$2{,}5\sigma_{\text{m}}$	$2{,}0\sigma_{\text{m}}$	$3{,}0\sigma_{\text{m}}$
PC3 matching	nem volt vágás	$2{,}0\sigma_{\text{d}}$	nem volt vágás
EMCal/ToF matching	$2{,}0\sigma_{\text{d}}$	$1{,}5\sigma_{\text{d}}$	$2{,}5\sigma_{\text{d}}$
q_{min} [GeV/c]	q^0_{min} (m_{T} függő)	$q^0_{\text{min}} - 0,008$	$q^0_{\text{min}} + 0,008$
q_{max} [GeV/c]	q^0_{max} (m_{T} függő)	$q^0_{\text{max}} - 0,008$	$q^0_{\text{max}} + 0,008$

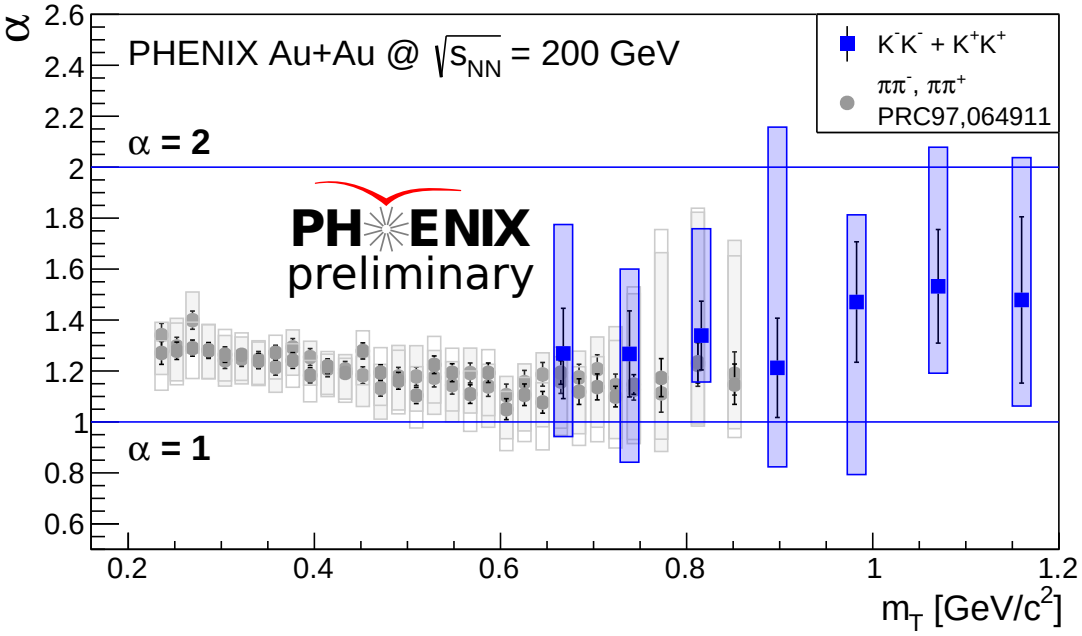
1. táblázat. A fenti táblázat tartalmazza a különböző hibaforrások beállításait, amelyekből a szisztematikus bizonytalanságokat számoltam. A táblázatot 3 részre bontottam. Az elsőben találhatóak a párvágások egyenleteiben használt állandók, melynek jelöléseit a 11. és 12. ábra magyarázza. A táblázat második részében szerepelnek a PID és matching vágások, a harmadikban pedig az illesztési határok változtatásának paraméterei (alsó határ: q_{min}, felső határ: q_{max}).

3.7. Az eredmények kiértékelése

3.7.1. A Lévy-stabilitási index – α

Az egyik fő ok, amiért érdekes a kaon-kaon korrelációs függvények elemzése az az, hogy ennek segítségével fényt deríthetünk a Lévy-stabilitási index fizikai jelentésére. Ahogy már a 2.6. fejezben említettem, az α paraméter 2-től való eltérésének egyik oka az anomális diffúzió lehet. Ebben az esetben, különböző részecskékre különböző α értéket várunk. Minél kisebb az adott részecske ütközési hatáskeresztmetszete, annál nagyobb a szabad úthossza, így annál lassabban lecsengő az adott részecskét leíró forrásfüggvény. Ezek alapján pionokra nagyobb α értéket várunk mint kaonokra [38].

Az α paraméterre kapott értékek a transzverz tömeg függvényében a 17. ábrán láthatóak. A nagy szisztematikus bizonytalanságok miatt jelentős következtetéseket nem tudunk levonni, azonban az megállapítható, hogy α jellemzően 1 és 2 közé esik. Az anomális diffúzió alapján várt trend, tehát, hogy $\alpha^{\pi}_{\text{Lévy}} > \alpha^{\text{K}}_{\text{Lévy}}$, nem figyelhető meg, ami arra utalhat, hogy a hadronok anomális diffúziója mellett egyéb fizikai folyamatok is okozhatják a Lévy-eloszlás megjelenését, amely további vizsgálatokat tesz szükségessé.

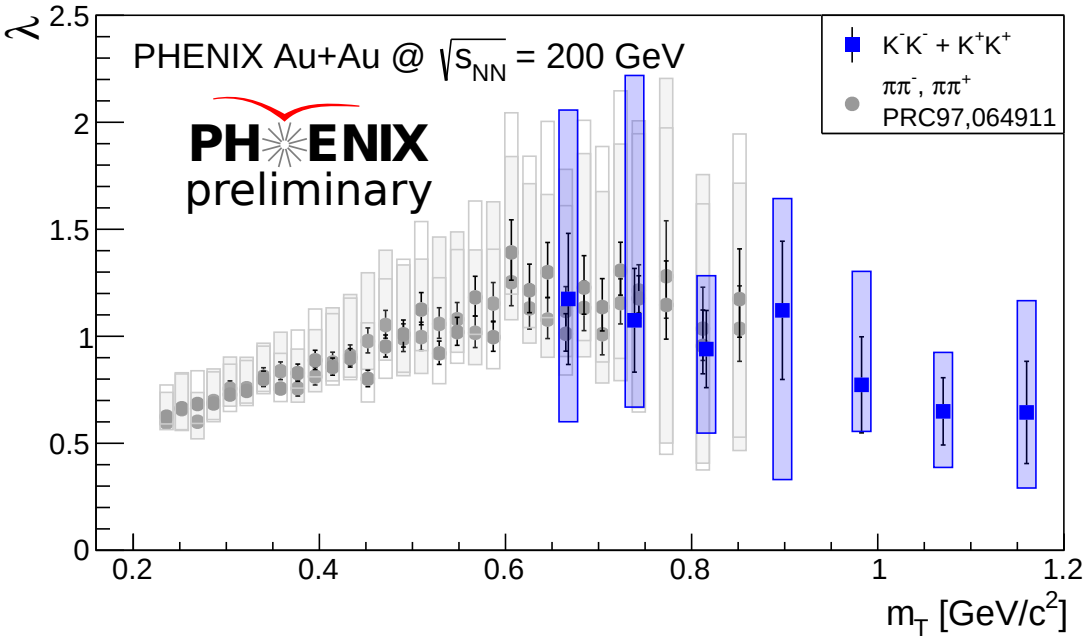


17. ábra. Az α paraméter a transzverz tömeg függvényében pionok (szürke) és kaonok (kék) esetén. A szisztematikus hibákat téglalapok, míg a statisztikus hibákat vonalak jelölik.

3.7.2. A korrelációs erősség – λ

Ez a paraméter a korrelációs függvény $Q = 0$ pontban felvett, extrapolációval számolt értékét adja meg, vagyis a Bose–Einstein korreláció csúcsát. Ezért is mondhatjuk, hogy a korreláció erősségét jellemzi. A λ paraméterre kapott értékek a transzverz tömeg függvényében a 18. ábrán láthatóak. Itt szintén nagy szisztematikus bizonytalanságok nehezítik az eredmények elemzését. Míg pionoknál ez a paraméter a transzverz tömeg függvényében

egy növekvő trendet mutat, addig kaonok esetében ez a trend csökkenő, azonban m_{T}=0,7 GeV/c^2 környékén $\lambda^{\pi} \approx \lambda^{\mathrm{K}}$. Kaonok esetén a transzverz tömeggel történő csökkenést a romló PID okozhatja.



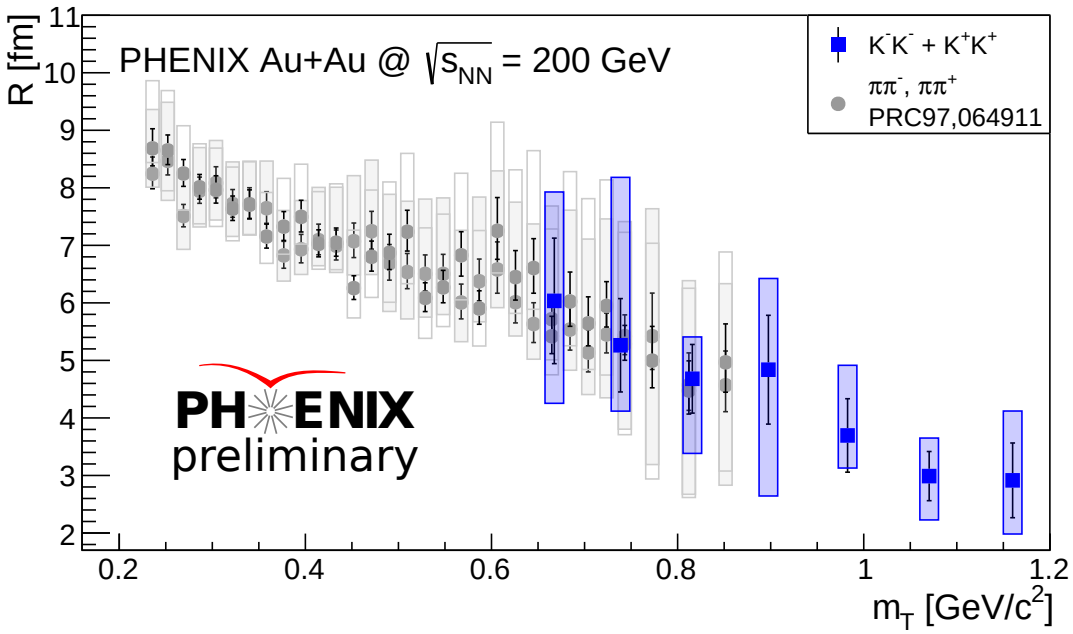
18. ábra. A λ paraméter a transzverz tömeg függvényében pionok (szürke) és kaonok (kék) esetén. A szisztematikus hibákat téglalapok, míg a statisztikus hibákat vonalak jelölik.

3.7.3. A Lévy-skálaparaméter – R

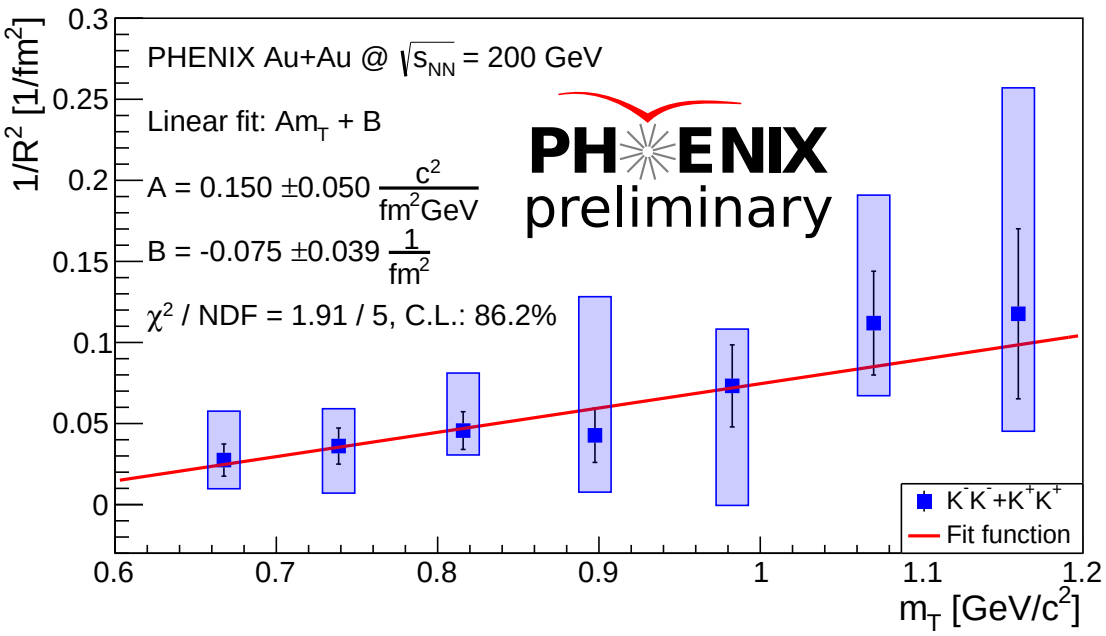
Az R Lévy-skálaparaméter a térbeli forrás méretskáláját (homogenitási hosszát) jellemzi, bár pontos kapcsolata a forrás geometriai méretével még nem tisztázott, ellentétben Gauss alakú eloszlás esetén mért R_{Gauss} paraméterrel [18, 19]. Ezért is érdekes a Lévy-skálaparamét vizsgálata, amely a 19. ábra szerint a pionoknál megfigyelt csökkenő trendet követi kaonok esetén is. Hidrodinamikai számítások Gauss-alakú forrásnál, vagyis $\alpha = 2$ esetén azt jósolják, hogy

$$\frac{1}{R^2} = A \cdot m_{\mathrm{T}} + B \tag{73}$$

lineáris kapcsolat áll fenn [26, 27, 28]. Ezért ezen linearitás vizsgálata érdekében az $1/R^2$ adatokra egyenest illesztettem (csak a statisztikai bizonytalanságok figyelembevételével). Az illesztés eredményeit a 20. ábrán láthatjuk. Meglepő módon azt kaptuk, hogy $\alpha < 2$ esetén is érvényes az $1/R^2 \propto m_T$ jellegű hidrodinamikai skálázás.



19. ábra. Az R paraméter a transzverz tömeg függvényében pionok (szürke) és kaonok (kék) esetén. A szisztematikus hibákat téglalapok, míg a statisztikus hibákat vonalak jelölik.



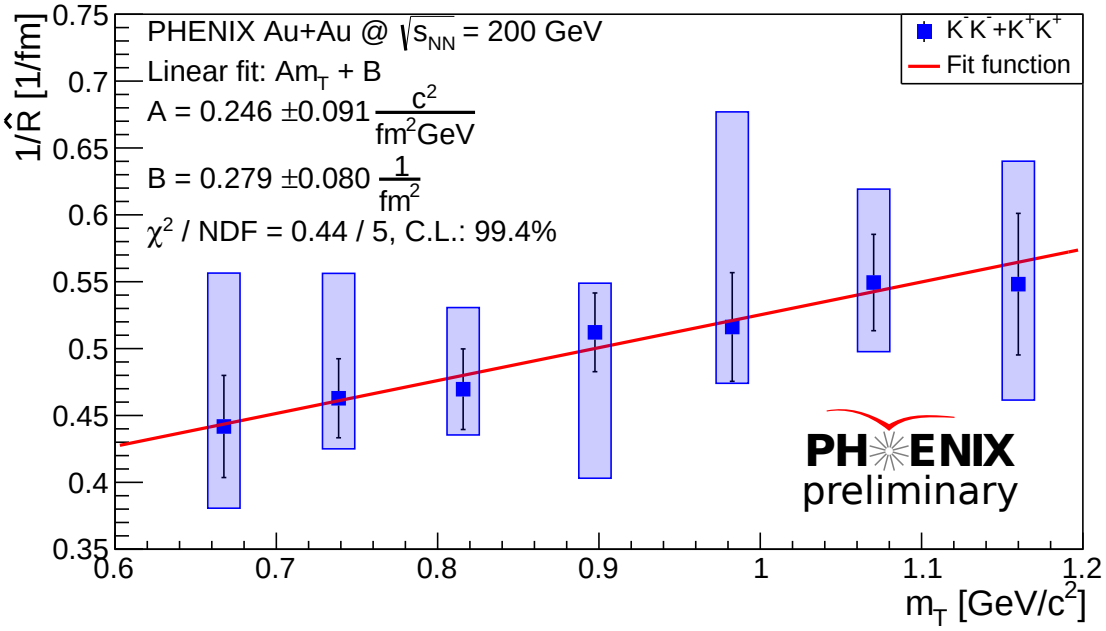
20. ábra. $1/R^2$ a transzverz tömeg függvényében. A szisztematikus hibákat téglalapok, míg a statisztikus hibákat vonalak jelölik. A pontok meglepő módon Lévy-eloszlás esetén is egy $Am_T + B$ alakú egyenesre illeszkednek, ahogy azt a hidrodinamika jósolja Gauss-eloszlásra. Az illesztett egyenes paraméterei az ábrafeliraton láthatóak.

3.7.4. Az $\hat{R}$ skálaparaméter

Mivel α, R és λ erősen korreláltak, így ezek kombinációjából létrehozott új paraméterekkel megfelelő illesztések adódhatnak. Ilyen megfontolásokból írjuk fel az $\hat{R}$ paramétert, amelyet ezen motivációból találtak egyéb elméleti megfontolások nélkül [29]:

$$\hat{R} = \frac{R}{\lambda(1+\alpha)}. \tag{74}$$

Ezen paraméter inverzét vizsgálták m_{T} függvényében, ahol lineáris viselkedést figyeltek meg [29] (pionoknál). Ugyanezt a vizsgálatot én is elvégeztem, amely a 21. ábrán látható. Kaonok esetén is ugyanez a lineráis skálázás figyelhető meg. Érdemes még megjegyezni, hogy az előbb hivatkozott cikkben [29] még azt is megfigyelték (ezt én már nem vizsgáltam), hogy (λ,$\hat{R}$) és (α,$\hat{R}$) korrelációs együtthatóira jelentősen kisebb értékek adódtak, mint (λ,R) és (α,R) esetén. Ebből következik az is, hogy az $\hat{R}$ paraméter statisztikai bizonytalansága is jelentősen kisebb, mint R-é. Ez a szignifikáns különbség a kaonoknál nem figyelhető meg (19. és 21. ábra).



21. ábra. Az $\hat{R}$ paraméter inverzének transzverz tömeg függése, amelynek lineáris viselkedése figylehető meg. Az adatpontokra illesztett egyenes paraméterei az ábrafeliraton láthatóak. A szisztematikus hibákat téglalapok, míg a statisztikus hibákat vonalak jelölik.

4. Összefoglalás

A szakdolgozatom elkészítése során a RHIC részecskegyorsító PHENIX kísérletében végzett $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}}$=200 GeV energiájú Au-Au ütközésekből származó adatsoron dolgoztam. Lévy-eloszlást feltételezve, a végállapoti Coulumb-kölcsönhatást figyelembe véve mértem meg

a kaon párok ($K^-K^- + K^+K^+$) korrelációs függvényét. A dolgozat egyik fő motivációja az volt, hogy azonos töltésű pionpárok esetén már megmérték a Lévy-exponens értékét, amelyre $\alpha < 2$ adódott. A korrelációs függvény Gauss-eloszlástól való eltérésének egyik lehetséges magyarázata az anomális diffúzió. A kaonok kisebb valószínűséggel ütköznek a közegbeli részecskékkel, így ha valóban az anomális diffúzió okozza az α paraméter 2-től való eltérését, akkor kaonok esetén kisebb értéket kell kapnunk, mint pionoknál.

A mérés nagy hibákkal terhelt, azonban láthattuk, hogy kaonok esetén α szisztematikusan a pionoknál mért értékek felett marad, tehát valószínűsíthető, hogy az anomális diffúzió mellett egyéb fizikai hatások is okozhatják a Lévy-eloszlás megjelenését. A λ paraméter esetén azt láttuk, hogy míg pionok esetén egy növekvő trendet mutat, addig kaonoknál a csökkenő trend a jellemző, azonban m_{T}=0,7 GeV/c^2 környékén az értékeik közelítően megegyeznek. Az R paraméter kaonok esetén követi a pionoknál megfigyelt csökkenő trendet a transzverz tömeg függvényében. Továbbá láttuk azt is, hogy a Gauss-eloszlás esetén ismert hidrodinamikai jóslat, miszerint $1/R^2 \propto m_T$, kaonoknál is teljesül, Lévy-eloszlás mellett.

5. Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani Csanád Mátének, Lökös Sándornak és Nagy Mártonnak, akik bevezettek a nehézion-fizika rejtelmeibe, és kitartóan válaszoltak minden felmerülő kérdésemre e dolgozat megírása során.

Hivatkozások

[1] S. Weinberg, The First Three Minutes (Basic Books, 1977)

[2] https://www.rhichome.bnl.gov/RHIC/Runs/ [hozzáférés: 2023.05.30.]

[3] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. A499, 469 (2003)

[4] M. Csanád MTA doktori értekezése, *Nagyenergiás atommagütközések téridőbeli szerkezete* (2019)

[5] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Phys. A757, 184 (2005)

[6] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. 94, 232301 (2005)

[7] K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. 88, 022301 (2002)

[8] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. 91, 072303 (2003)

[9] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. 109, 152301 (2012)

[10] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. 91, 182301 (2003)

[11] A. Adare et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. 98, 172301 (2007)

[12] PHENIX Coll., A. Adare et al., Phys.Rev.Lett. 98, 162301 (2007)

[13] R. Hanbury Brown, R.C. Jennison, D.G.M. K., Nature 170, 1061–1063 (1952)

[14] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W.Y. Lee, A. Pais, Phys. Rev. 120, 300 (1960)

[15] F.B. Yano, S.E. Koonin, Phys. Lett. 78B, 556 (1978)

[16] M.A. Lisa, S. Pratt, R. Soltz, U. Wiedemann, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 55, 357 (2005)

[17] S. Afanasiev et al. (PHENIX Collaboration), Phys.Rev.Lett. 100, 232301 (2008), 0712.4372

[18] T. Csörgő, S. Hegyi, W.A. Zajc, Eur. Phys. J. C36, 67 (2004)

[19] T. Csörgő; S. Hegyi, Phys. Lett. B489, 15–23, (2000)

[20] A. Adare et al. (PHENIX), Phys. Rev. C97, 064911 (2018), 1709.05649

[21] Y. Sinyukov, R. Lednicky, S.V. Akkelin, J. Pluta, B. Erazmus, Phys. Lett. B432, 248 (1998)

[22] M.G. Bowler, Phys. Lett. B270, 69 (1991)

[23] P. Achard et al. (L3 Collaboration), Eur.Phys.J. C71, 1648 (2011), 1105.4788

[24] M. Nagy, Hadron identification in the Run-10 AuAu 200 GeV dataset (2014)

[25] Csörgő et al., Acta Phys.Polon. B36 (2005) 329-337

[26] S. Chapman, P. Scotto, and U. W. Heinz, Phys. Rev. Lett. 74, 4400 (1995)

[27] Makhlin, A.N.; Sinyukov, Y.M., Z. Phys. C39 (1988)

[28] T. Csörgő.; B. Lörstad, Phys. Rev. C54, 1390–1403. (1996)

[29] A. Adare et al. (PHENIX), Phys. Rev. C97, 064911 (2018)

[30] S. Lökös; M. Csanád; M. Nagy; L. Kovács, Analízis jegyzet, *Kaon-kaon Lévy HBT analysis in* $\sqrt{s_{NN}}$ *=200 GeV Au+Au collisions* (2022)

[31] R. Barlow, in *Conference on Advanced Statistical Techniques in Particle Physics* (PUB-LISHER, 2002), 134–144. old.

[32] S. Pratt, Phys. Rev. D33, 72 (1986)

[33] G. Bertsch, M. Gong, M. Tohyama, Phys. Rev. C37, 1896 (1988)

[34] T. Csörgő, Heavy Ion Phys. 15, 1 (2002)

[35] U.A. Wiedemann, U.W. Heinz, Phys. Rept. 319, 145 (1999)

[36] T. Csörgő, S. Hegyi, T. Novák, W.A. Zajc, AIP Conf. Proc. 828, 525 (2006)

[37] R. Metzler, E. Barkai, J. Klafter, Phys. Rev. Lett. 82, 3563 (1999)

[38] M. Csanád, T. Csörgő, M. Nagy, Braz. J. Phys. 37, 1002 (2007)