

17. Tétel: A gyenge-kcsh. osztályozása, megmaradó kvantumszámok és kiválasztási szabályok, a β -bomlás elmélete, V-A csatolás

2004. június 21.

1. A gyenge kcsh. osztályozása

1.1. A gyenge hadronbomlások osztályozása

- **szemileptonos** bomlások azok, amelyekben leptonok is részt vesznek. Példák:

$$\begin{aligned}\pi^\pm &\rightarrow \mu^\pm \bar{\nu}_\mu, & \pi^\pm &\rightarrow e^\pm \bar{\nu}_e, \\ \pi^+ &\rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e, \\ K^+ &\rightarrow \mu^+ \nu_\mu, & K^+ &\rightarrow e^+ \nu_e, \\ \Lambda &\rightarrow p e^- \bar{\nu}_e.\end{aligned}$$

- **nemleptonos** bomlások (karakterisztikus élettartam $\gtrsim 10^{-10}$ s):

$$\begin{aligned}K^0 &\rightarrow \pi^+ \pi^-, \\ \Lambda &\rightarrow p \pi^-, & \Lambda &\rightarrow n \pi^0.\end{aligned}$$

Vannak ritkaságőrző, és ritkaságváltó folyamatok.

2. Megmaradó kvantumszámok

A megmaradó kvantumszámok és a kiválasztási szabályok a kísérleti eredmények kiértékelése során szerzett tapasztalatok, a kísérleti eredmények rendszerezéséből kapták ezeket. A későbbi modelleknek ezeket vissza kell adniuk.

2.1. Geometriai eredetű megmaradó mennyiségek

A Poincaré-invariancia miatt fellépő globális szimmetriákhoz a Noether-tétel megmaradó mennyiségeket kapcsol. Ezek a következők (zárójelben a kapcsolódó szimmetria):

- energia (időeltolás)
- impulzus (térbeli eltolások)
- impulzusmomentum (forgatások)
- elektromos töltés (mértéktranszformáció).

2.2. CPT-invariancia

A CPT-tétel szerint egy relativisztikusan invariáns, lokális kvantumtérelmélet CPT-invariáns kell legyen. Az alábbiakban megvizsgáljuk, hogy ez milyen következményekkel jár a gyenge kölcsönhatás elméletében, és hogy ezek mennyire egyeznek meg a kísérleti tapasztalattal.

Jelölje egy $|a\rangle$ állapot CPT-transzformáltját

$$|\bar{a}\rangle := CPT |a\rangle.$$

Ekkor a CPT-invariancia a következőt jelenti:

$$\langle b|H|a\rangle = \langle \bar{b}|H|\bar{a}\rangle^*.$$

Ennek egyszerű következményei:

- Bármely a stabil részecskére és ennek \bar{a} antirészecskéjére

$$m_a = m_{\bar{a}},$$

azaz a részecske és az antirészecske tömege megegyezik.

- Bármely a bomló részecskére és ennek \bar{a} antirészecskéjére: ezek élettartama megegyezik:

$$\tau_a = \tau_{\bar{a}}.$$

Ez a kísérlettel jól egyezik:

$$\frac{\tau(\mu^-)}{\tau(\mu^+)} = 1 \quad \text{és} \quad \frac{\tau(\pi^-)}{\tau(\pi^+)} = 1,$$

ahol az első adat 10^{-3} pontosságú, és a másik adat is hasonlóan pontos.

2.3. Leptonszám

A gyenge kölcsönhatás külön-külön megőrzi az ekelektron-, müion- és tau-leptonszámot:

$$\sum L_e, \quad \sum L_\mu \quad \text{és} \quad \sum L_\tau$$

külön-külön megmarad, minden egyes reakció előtt és után ugyanaz.

A különböző részecskékhez tartozó leptonszámok:

$$L_l = \begin{cases} +1 : & l^-, \nu_l\text{-ra,} \\ -1 : & l^+, \bar{\nu}_l\text{-ra,} \\ 0 : & \text{minden egyéb részecskére.} \end{cases}$$

$$\text{ahol } l = (e, \mu, \tau)$$

A megmaradó kvantumszámokat felfedezésének módszere az volt, hogy feltételezték, hogy a természetben minden olyan folyamat, amit a megmaradási törvények nem tiltanak, ha kis valószínűséggel is, de végbemegy. Kísérleti bizonyítéka, hogy az elektron- és a müionleptonszám külön-külön marad meg, például:

$$\nu_\mu + Z \rightarrow (Z+1) + \mu^- \quad \text{de} \quad \nu_\mu + Z \not\rightarrow (Z+1) + e^-.$$

Hasonlóan a helicitásmérések szerint:

$$n \rightarrow P e^- \bar{\nu}_e \quad \text{de} \quad n \not\rightarrow p e^- \nu_e,$$

ami az elektron-leptonszám megmaradására enged következtetni. Szintén kísérleti tapasztalat az, hogy nincs neutrínómentes kettős béta-bomlás:

$$Z \not\rightarrow (Z+2) + 2e^-.$$

Az alábbi bomlások hiánya a müionleptonszám megmaradása mellett szól:

$$\mu^\pm \not\rightarrow e^\pm \gamma \quad \text{és} \quad \mu^\pm \not\rightarrow e^\pm e^+ e^-.$$

A Salam-Weinberg-modell a leptonszámmegmaradásra is geometriai magyarázatot ad, hasonlóan, mint a kvantumelektrodinamika az elektromos töltésre.

Szintén lényeges rámutatni a leptonszámmegmaradás és a nulla neutrínótömeg közötti összefüggésre. Kísérletileg a neutrínótömege sokáig csak egy néhány elektronvoltos felső korlátot tudtak adni, alsó korlátot nem; pár évvel ezelőttig a mérési eredmények is konzisztensek voltak az $m_\nu = 0$ feltevessel. Jelenleg úgy tűnik, hogy a neutrínóoszillációs kísérletek nincsenek összhangban a neutrínótömeg nulla voltával.

3. Kiválasztási szabályok

Ennél a résznél szerintem minél több reakciót kell tudni, és annak majd örülnek, mert azokat ők is tudják...

Bizonyos mennyiségek (kvantumszámok) a gyenge kölcsönhatásban nem maradnak meg, azonban adott módon változnak (adott egységeket, vagy összefüggések vannak különböző mennyiségek megváltozása között). Az ezekre a megváltozásokra érvényes szabályok a kiválasztási szabályok. A továbbiakban egy adott ξ (csak a hadronokra vonatkozó) mennyiség a folyamat utáni és a folyamat előtti értékének a különbségét $\Delta\xi$ -vel jelöljük.

3.1. A $\Delta Q = \Delta S$ szabály

A hadronok osztályozását Q -val, ritkaságát S -sel jelölve a szemileptonos folyamatokra érvényes kiválasztási szabály. Ennek a teljesülését mutatja, hogy míg

$$K^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_\ell \quad (\ell = e, \mu)$$

végbemegy (τ -val nem: $m_\tau \ll m_K$),

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell$$

nem. Hasonlóan:

$$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \quad \text{de} \quad \bar{K}^0 \not\rightarrow \pi^- \ell^+ \nu_e.$$

A kísérletek tanúsága szerint:

$$\Gamma(\text{nem megengedett}) < 0,04 \cdot \Gamma(\text{megengedett}),$$

azaz a nem megengedett események gyakorisága kisebb, mint 0,04-része a megengedettnek. Hasonló az arány a

$$\Sigma^- \rightarrow n e^- \bar{\nu}_e \quad \text{ill.} \quad \Sigma^- \not\rightarrow n e^+ \nu_e$$

folyamatok esetén.

3.2. A $\Delta I = \frac{1}{2}$ szabály

Ez a kiválasztási szabály a ritkaságváltó szemileptonos folyamatokra érvényes. Eszerint, ha egy folyamatban az izospin változhatna $1/2$ -et és $3/2$ -et is, akkor az $1/2$ -es változást adó folyamat nagyon erősen dominál.

Tekintsük a következő nemleptonos példát:

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \quad \text{és} \quad K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

A 2π végállapot a Pauli-elv szerint teljesen szimmetrikus hullámfüggvénnyel írható le; az $\ell = 0$ állapotban a térbeli hullámfüggvény szimmetrikus, így ekkor az izospinrész is szimmetrikus kell legyen. Az

$$1 \otimes 1 = 0_s \oplus 1_a \oplus 2_s$$

Clebsch-sor szerint a $\pi^+ \pi^-$ végállapot $I_3 = 0$ -hoz tartozik, ez lehet $I = 0$ is (ekkor $\Delta I = 1/2$) és $I = 2$ is (ekkor $\Delta I = 3/2$). Ugyanakkor a $\pi^+ \pi^0$ végállapot ($I_3 = 1$) nem lehet az $I = 0$ -ban, csak $I = 2$ -ben, így ennél csak $\Delta I = 3/2$ lehetséges. A kétféle bomlás valószínűségének összehasonlításával megvizsgálhatjuk, hogy a $\Delta I = 1/2$ kiválasztási szabály a természetben mennyire teljesül. És valóban azt kapták, hogy a $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ bomlás kb. 700-szor gyakoribb, mint a $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$. (Azaz ez a kiválasztási szabály elég jól, de nem tökéletesen teljesül.)

3.3. A $|\Delta S| \leq 1$ szabály

A tapasztalat szerint minden gyenge folyamatban a nemleptonok ritkasága $0, \pm 1$ -el változik, a $|\Delta S| = 2$ folyamatok 10^{-6} pontossággal el vannak nyomva.

Példa egy $|\Delta S| = 2$ és egy hasonló $|\Delta S| = 1$ folyamat valószínűségének hányadosára:

$$\frac{\Gamma(\Xi^- \rightarrow n \pi^-)}{\Gamma(\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 \pi^-)} \ll 10^{-3},$$

pedig mivel $m_{\Lambda^0} \gg m_n$, a fázistér-integrál a fenti folyamatnál sokkal nagyobb, mint az alsónál, ennek ellenére a felső folyamatot nem figyelték meg, míg a másiktól néhányat sikerült megfigyelni.

Egy másik példa a $|\Delta S| = 2$ folyamatok elnyomására a hosszú és rövid élettartamú K^0 -mezonok (K_L^0 és K_S^0) tömegkülönbsége: ezt a gyenge kölcsönhatás okozza. $K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0)$, és csak $|\Delta S| = 2$ bomlással tud lebomlni két pionná. A tömegkülönbség-számítás vége:

$$\Delta m_K = \langle K^0 | H_W | \bar{K}^0 \rangle,$$

itt $\Delta S = 2$ és $\Delta m_K \sim 10^{-5}$ eV, míg a megfelelő $|\Delta S| = 1$, a $K_S^0 \rightarrow 2\pi$ folyamatot leíró mátrixelem

$$\left(\frac{m_K}{\tau}\right)^{1/2} \sim 10^2 \text{ eV},$$

azaz a $|\Delta S| = 1$ és a $|\Delta S| = 2$ mátrixelemek hányadosa nagyságrendileg 10^7 .

4. A paritásértés és a V-A-elmélet

A V-A elmélethez az 1950-es években felfedezett paritásértési probléma vezetett. Akkoriban azt hitték, hogy a paritás megmarad, és hogy a

$$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0 \quad K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-.$$

bomlások két különböző kiindulórészecske bomlásai. (Az első esetben a paritás pozitív, a másodikban negatív) T. D. LEE és C. N. YANG 1956-ban megmagyarázták a jelenséget, és a leírására a következő Lagrange-függvényt adták:

$$\mathcal{L}_{kh} = -\frac{G_\beta}{\sqrt{2}}\bar{p}(x)\gamma^\mu(1 + \frac{g_A}{g_V}\gamma_5)n(x)\bar{e}(x)(1 + \gamma_5)\nu_e(x) + \text{h.c.},$$

ami eleget tesz a Gamow-féle kritériumoknak is:

- Négy fermiontér-operátor azonos pontbeli szorzatát tartalmazza.
- Nem tartalmaz derivált csatolást.
- Folytonos Lorentz-transzformáció alatt skalárként transzformálódik.

A képletbeli állandók: $G_\beta = 1,14 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, és $\frac{g_A}{g_V} = 1,225 \pm 0,06$ az axiálcsatolás erőssége a vektorcsatoláshoz viszonyítva. Az elmélet a nevét onnan kapta, hogy eredetileg más konvenciót használtak γ_5 -re, és a zárójeles részt $g_V - g_A\gamma_5$, formában írták. (Vector minus Axial)

A leptonikus részben a kétféle csatolás egyforma erős, emellett sok kísérlet tanúskodik. Ennek egy érdekes elméleti következménye, hogy a gyenge kcs-h-ban csak a balkezes leptonok vesznek részt, és mivel a neutrínók tömegtelenek – nem keveredik a bal-, és jobbkezes neutrínó –, az elméleti leírásnál elég a balkezeseket figyelembe venni. „Nincs jobbkezes neutrínó” – szokták mondani, pedig ez pont azt fejezi ki, hogy lehet, hogy van, de biztos nem fogjuk látni (lásd még: „a könnyű vizsgatétel esete”).

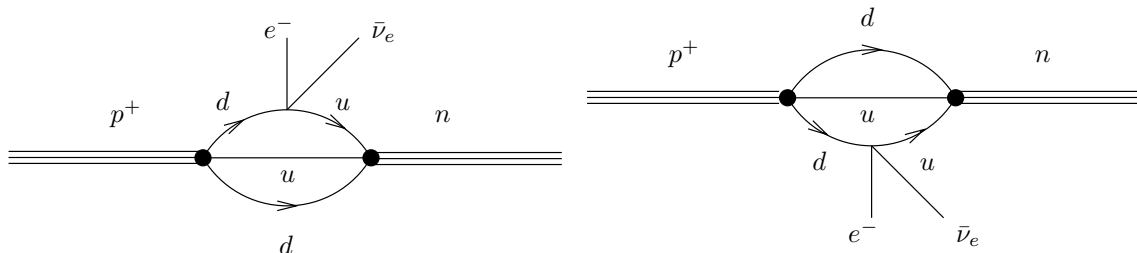
5. A béta-bomlás

A béta-bomlások általános szerkezetét a neutron bomlása alapján nézzük.

A reakció:

$$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e.$$

Kvarktartalom: $n = (ddu)$, $p = (duu)$. A folyamat Feynman-diagrammját lásd az 1. ábrán.



1. ábra. A neutron béta-bomlása

A nagy bunkóval jelölt vertexek azok, amit QCD-vel lehet csak leírni.

A folyamat amplitúdójában szereplő hadronikus mátrixelem:

$$H_\alpha = \langle p(p_p) | \bar{u} O_\alpha d | n(p_n) \rangle = V_\alpha + A_\alpha.$$

V_α és A_α vektorok. Általánosan diszkutálva, hogy hogyan lehet az áramokból vektorokat csinálni, a következőket kapjuk ¹ (a proton t és a neutront egy-egy Dirac-bispinor írja le, emiatt az általános képlet lényegesen bonyolultabb, mint mondjuk a pion esetén, ahol csak két kvark van):

$$V_\alpha = \bar{u}_p \left\{ f_1(q^2) \gamma_\alpha + f_2(q^2) \sigma_{\alpha\beta} \frac{q^\beta}{m_p + m_n} + f_3(q^2) \frac{q_\alpha}{m_p + m_n} \right\} u_n,$$

$$A_\alpha = \bar{u}_p \left\{ g_1(q^2) \gamma_\alpha + g_2(q^2) \sigma_{\alpha\beta} \frac{q^\beta}{m_p + m_n} + g_3(q^2) \frac{q_\alpha}{m_p + m_n} \right\} \gamma_5 u_n.$$

Osztani $m_p + m_n$ -nel azért kell, hogy az f -k és g -k egyforma dimenziójúak legyenek (gyk. dimenziótlanok).

Itt: f_i és g_i nem határozódnak meg a Lorentz-invarianciától, három vektor és szintén három axiálvektor form-faktor van. A tagok elnevezései: f_1 : gyenge töltés, f_2 : gyenge mágnesség, f_3 : effektív skalárcsatolás, g_1 : gyenge axiáltöltés, g_2 : gyenge elektromosság (gyenge axiálmágnesség), g_3 : effektív pszeudoskalárcsatolás.

Axiáláram esetén $\bar{u}_p \gamma_5 u_n$ pszeudoskalár és $\bar{u}_p \gamma_\alpha \gamma_5 u_n$ axiálvektor.

Mivel $q = p_n - p_p = p_l + p_\nu$, q^2 fizikai tartománya:

$$m_e^2 < q^2 < (m_n - m_p)^2,$$

hasonlóan mint a pionbomlásnál. Ez kicsi az m_n , m_p -hez (sőt, m_π , f_π -hez, illetve Λ_{QCD} -hez) viszonyítva. Azaz f_2 , f_3 , g_2 és g_3 kis számokkal van megszorozva: $\mathcal{O}(10^{-3})$. Azaz a neutron béta-bomlásnál csak f_1 -t és g_1 -t kell figyelembe venni, ez a domináns járuléék. (Feltéve, hogy maguk a form-faktorok egyforma nagyságrendűek.)

Azaz:

$$f_1(q^2) = f_1(0) = g_V$$

$$g_1(q^2) = g_1(0) = g_A$$

Legyen

$$\lambda := \frac{g_A}{g_V}.$$

Az invariáns amplitúdó²:

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \Theta g_V \bar{u}_p \gamma_\alpha (1 + \lambda \gamma_5) u_n \bar{u}_e \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) v_\nu.$$

Ez ugyanaz, mint amit naív Fermi-féle Lagrange-függvényből kapnánk, ahol elemi proton és neutron szerepel.

Elektronspektrum (polarizálatlan neutronbomlásban): E_e és $E_e + dE_e$ között. $x := E_e/m_e$. A teljes bomlási valószínűség³:

$$d\Gamma = (1 + 3|\lambda|^2) \frac{|g_V|^2 G^2 \cos \Theta}{2\pi^2} m_e^5 (W_0 - x)^2 \sqrt{x^2 - 1} dx.$$

Itt a lényeg $-F(W_0, x) := (W_0 - x)^2 \sqrt{x^2 - 1} x$ a Fermi-spektrum. $W_0 := \frac{m_n - m_p}{m_e} = 2,53$. Ez látható a 2. ábrán.

A spektrum farka érzékeny a neutrínó-tömegre: 60eV-es korlátot ad a mérések alapján.

¹ $\bar{u}_p \Gamma_\alpha u_n$ négyesvektorként transzformálódnak. $\bar{u}_p u_n$ invariáns skalár. Ha beírunk valamit a kettő közé, ami négyesvektor, akkor az egész négyesvektor lesz. A γ_α is négyesvektor. $\sigma_{\alpha\beta} q^\beta$ is. (A négyesvektor bármelyik fenti invariáns négyesvektor lehet.) Ez az öt lehetőség van. De főt csak három szerepel, mert a spinorok kielégítik a mozgásegyenletet:

$$(\not{p}_n + m_n) u_n = 0$$

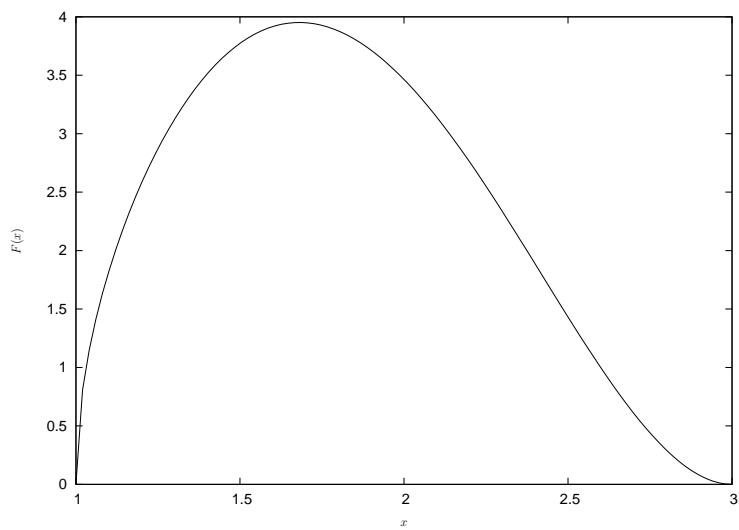
$$\bar{u}_p (\not{p}_p + m_p) = 0$$

Beszorozva ezeket balról ill. jobbról γ_α -val: csak három lineárisan független fenti típusú bilineáris kifejezés lesz, a fenti alakot szokták választani.

²Az S -mátrixból számoljuk ki általában:

$$S = 1 + iT T f_i = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) M f_i$$

³A differenciális bomlási valószínűség a az inv. amplitudónégyzet és az infinitizimális állapotter szorzata, az összenergiával leosztva. Ezt integráljuk a teljes állapotterre, átlagolunk, meg integrálunk mindenre, amit nem mérünk.



2. ábra. A Fermi-spektrum