Belső szimmetriacsoportok: $SU(2)$, $SU(3)$ és a részecskék rendszerezése, a kvarkmodell alapjai

Izospin

Heisenberg, 1931: a proton és a neutron nagyon hasonlít egymásra, csak a töltésük különbözik. Ekkor, '31-ben még csak feltételezik a neutron létezésétt, ugyanis az egyre növekvő rendszámú atommagokat a protonok taszítása szétvetné, feltételezhetően kell lennie benne egy semleges valaminek, amik (és a protonok) között vonzó kölcsönhatás van. Magát a neutront csak 1932-ben fedezik fel.

Első formális leírás: izospin bevezetése. Ez is egy spinhez hasonló valami, a neutron és a proton tök ugyanaz, csak az izospinjük más. A teljes izospinje mindegyiknek $T = 1/2$, az izospin harmadik komponensében van különbség: $T_3 = +1/2$ a protonra, $T_3 = -1/2$ a neutronra. Így a nukleonokra az izospin és a töltés közötti kapcsolat:

$$Q = \frac{1}{2} + I_3. \tag{1}$$

A nukleonok az $SU(2)$-es csoportnak a dublett-ábrázolásai, az izospin három komponense az $SU(2)$ Lie-algebra eleme, azaz:

$$[T_i, T_j] = \mathrm{i}\varepsilon_{ijk}T_k. \tag{2}$$

A T_1, T_2 és T_3 mátrixok, amik tökugyanolyanok, mint a Pauli-mátrixok:

$$T_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \quad T_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & -\mathrm{i}\\ \mathrm{i} & 0\end{pmatrix}, \quad T_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}. \tag{3}$$

A magerők töltésfüggetlensége meg azt jelenti, hogy az erős kölcsönhatás Hamilton-operátora kummutál T_i-kkel.

A piont, a magerők Yukawa-kvantumát kísérletileg három különböző töltésű állapotban találták meg (a bomlástermékei alapján, bomlott az $\mu^{\pm}$-re meg tisztán fotonra is), ezért mivel annak is a magerőkhöz van köze vagy mi, a teljes izospinje $T = 1$, az egyes pionokra pedig $T_3 = -1, 0, 1$. Azaz a (1) így módosul:

$$Q = \frac{B}{2} + I_3. \tag{4}$$

A pionok barionszáma $B = 0$, a nukleonoké $B = 1$.

Az 1940-es évek végefelé fedezik fel a kaonokat meg a Λ-t. A kaonnak négy megfigyelt állapota volt (K^+, K^-, K^0 és $\bar{K}^0$). Ezek a részecskék lebomlanak pionokra meg nukleonokra, gyenge kölcsönhatással. Ezek ritka részecskék, a K-knak a barionszáma 0, míg a Λ-nak 1. Hogy az a fenti két töltéses képlet stimmeljen, egy kicsit módosítani kell a dolgon:

$$Q = \frac{B+S}{2} + I_3. \tag{5}$$

Itt S a ritkaság, mely a Λ-nak -1, a K^+-nak +1, a többinek értelemszerű.

A kaonok megfigyelt bomlásai egyébként a következőek:

$$K^0 \to \pi^+\pi^-$$

$$K^+ \to \mu^+ + \nu$$

$$K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$$

A Λ részecskék pion-proton ütközésben keletkeznek:

$$\pi^- + p \to \Lambda + \pi^0,$$

azonban az inverz bomlási folyamat (ami a fenti egyenlet átrendezésével adódna),

$$\Lambda \to \pi^0 + \pi^+ p,$$

sérti az energiamegmaradást (a Λ ennyire azért nem nehéz). A Λ jó nagy tömegű, ha erősen bomlana, akkor az élettartama $\tau_\Lambda \approx 10^{-23}$s lenne. A megoldás az volt, hogy a fenti $\pi^- + p \to \Lambda + \pi^0$ nem jó, a reakcióban nem pion, hanem semleges kaon keletkezik:

$$\pi^- + p \to \Lambda + K^0.$$

A K^0-nak két fajtáját figyelték meg, összesen négy kaon van.

A kvarkmodell alapjai

- Pion-proton ütközések során felfedezték a Δ, a Σ és a Ξ rezonanciákat, ezek ugye barionok, tömegük rendre 1232, 1384 és 1533 MeV (lásd még: 1. ábra). A ritkaságuk pedig rendre, 0, -1 és -2. Feltételezhetően létezik egy -3-as ritkaságú barion-rezonancia is, ezt 1964-ben megtalálták. Ennek a tömege a várakozásoknak megfelelően 1672 MeV volt, mintha a tömeget a ritkaság hordozná. Ezeknek a részecskéknek a teljes izospinje $T = 3/2, 1, 1/2$ és 0.

- Hasonló szabályosság figyelhető meg a barion-oktettben is (2. ábra), ott a tömegek: 939 MeV (proton, neutron), 1193 és 1116 MeV (Σ-k és a Λ) illetve 1318 MeV (Ξ), mintha a ritkaságot egy kb. 150 MeV tömegű valami hordozná.

Ezen szabályosságok miatt feltételezhetően (Gell-Mann, Zweiget, 1964) az erősen kölcsönható részecskék összetettek, a barionok 3 kvarkból (u, d és s) állnak. Mindegyik kvark barionszáma 1/3, spinje 1/2, izospinje az u és d kvarkoknak 1/2, az s-nek pedig 0, az izospin harmadik komponense az u-nak $+1/2$, a d-nek $-1/2$, az s ritkasága -1, a többié 0. A barion-oktett tagjainak tömegét a 300 MeV tömegűnek feltételezett u és d, ill. a kb. 450 MeV-nek feltételezett s megmagyarázza.

Az izospin – ritkaság helyett az *ízt* használjuk inkább mostmár. A kvarkok és a barionok is fermionok, így a teljes hullámfüggvénynek antiszimmetrikusnak kell lennie. Hogyan lehet megcsinálni a barionokat? 3 féle kvark-íz van, 3 kvark van egy barionban, tehát 27 különböző sorrendű kombináció adható meg:

- uuu, ddd, sss: ez teljesen szimmetrikus

- $\frac{1}{\sqrt{3}}(ddu+udd+ddu)$, $\frac{1}{\sqrt{3}}(uud+duu+uud)$, $\frac{1}{\sqrt{3}}(uus+suu+uus)$, $\frac{1}{\sqrt{3}}(ssu+uss+ssu)$, $\frac{1}{\sqrt{3}}(dds+sdd+dds)$, $\frac{1}{\sqrt{3}}(ssd+dss+ssd)$, $\frac{1}{\sqrt{6}}(dsu+uds+sud+sdu+dus+usd)$. Ezek is teljesen szimmetrikusak. Ez a 7, plusz az előző 3 adja a barion-dekuplettet. Itten az antiszimmetriát majd a szín hozza be állítólag (mindegyik izé más színű).

- $\frac{1}{\sqrt{6}}(dsu+uds+sud-sdu-dus-usd)$. Ez teljesen antiszimmetrikus.

- A maradék 16-ot úgy lehet teljesen szimmetrizálni illetve antiszimmetrizálni, hogy a spineket is belekavarjuk. Például a neutron:

$$\begin{aligned}
|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \big(& 2\left|d^+d^+u^-\right\rangle + 2\left|u^-d^+d^+\right\rangle + 2\left|d^+u^-d^+\right\rangle \\
& - \left|d^-u^+d^+\right\rangle - \left|d^+d^-u^+\right\rangle - \left|d^-d^+u^+\right\rangle \\
& - \left|u^+d^-d^+\right\rangle - \left|d^+u^+d^-\right\rangle - \left|u^+d^+d^-\right\rangle \big) \,.
\end{aligned} \tag{6}$$

Na, így jön ki valahogy az a bizonyos

$$27 = 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$$

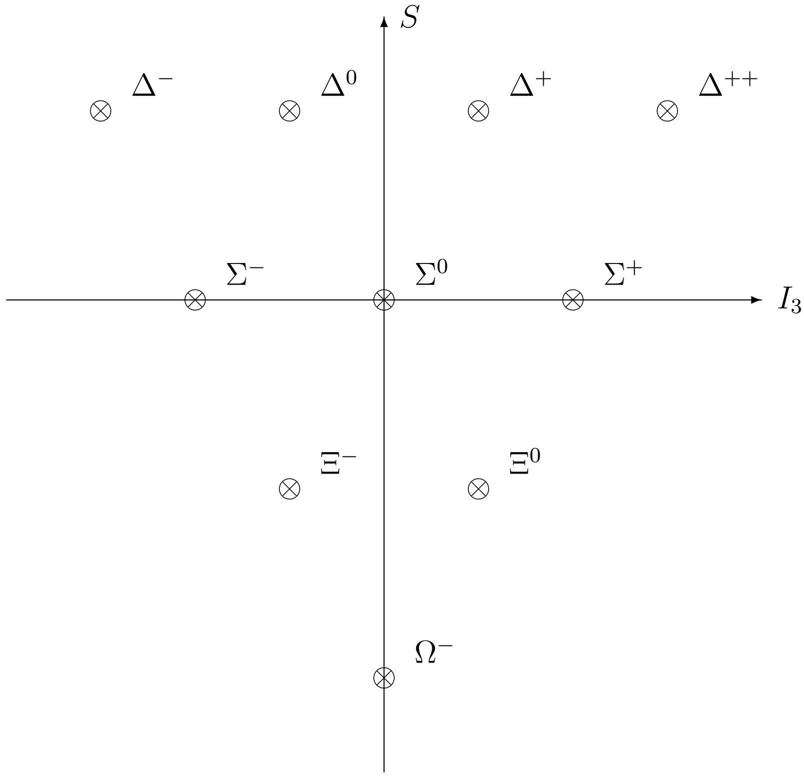
dolog.

A mezonoknál tökugyanez a helyzet, ottan 1 kvarkból és egy antikvarkból csinálunk mindenfélét, azt ugyanilyen szimmetria-megfontolások alapján a Patkós-Polónyi úgy bontja fel, hogy:

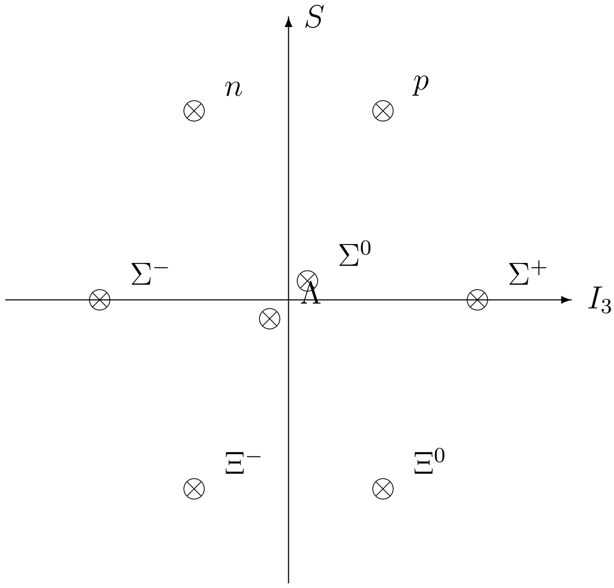
$$9 = 3 \otimes 3^* = 1 \oplus 8.$$

Az 1 itten az $|\eta_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left|d\bar{d}+u\bar{u}+s\bar{s}\right\rangle$ állapot, a 8 pedig a pszeudoskalár mezon oktett (3. ábra).

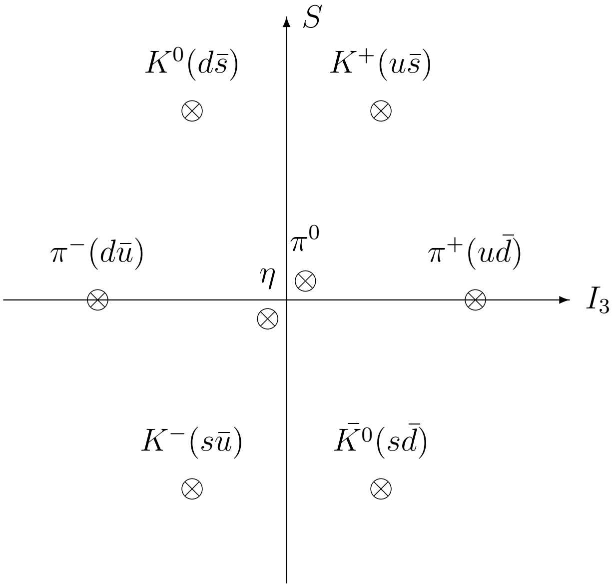
A részecskék tehát ábrázolások, az asztalok pedig deriválások.



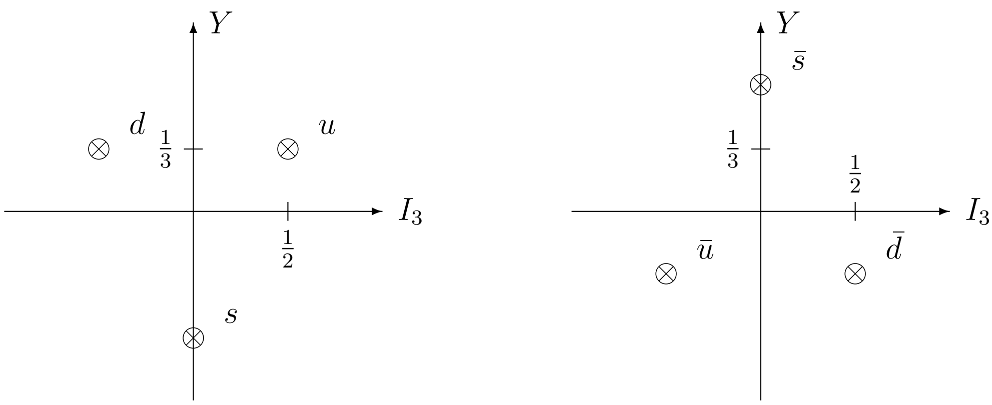
1. ábra. A barion-dekuplett



2. ábra. A barion-oktett



3. ábra. A pszeudoskalár mezon oktett



4. ábra. Az $SU(3)$ csoport definiáló ábrázolása és konjugált ábrázolása