

Differenciál-egyenletek gyakorlat házi feladatok

7. hét

1. Vegyük az

$$x^2 y'' - (x^2 + 2x)y' + \frac{x^2}{x+1}y = \ln x$$

differenciálegyenletet, az $y(1) = 1$, $y(2) = 2$ határfeltétellel, és vezessük vissza egy ezzel ekvivalens, homogén határfeltételű, $(ru')' + su = h$ alakú differenciál-egyenletre!

2. Vegyük az alábbi differenciál-egyenletet!

$$xy'' + (2x - 1)y' + (x - 1)y = 0, y(a) = y(b) = 0$$

- Határozzuk meg az egyszerűsített, $(ry')' + sy = h$ -nak megfelelő alakot!
- Keressük meg a homogén egyenlet egy egyszerű megoldását, és ebből számoljunk ki egy másik, az előbbitől lineárisan független megoldást!
- Keressük meg azokat az u_1 , u_2 függvényeket, amelyek megoldásai a homogén egyenletnek, és igazak rájuk az

$$u_1(a) = u_2(b) = 0$$

$$u_1'(a) = u_2'(b) = 0$$

összefüggések!

3. Vegyük az alábbi differenciál-egyenletet!

$$(x + 1)y'' + xy' - y = 2(x + 1)^2, y(0) = y(1) = 0$$

- Határozzuk meg az egyszerűsített, $(ry')' + sy = h$ -nak megfelelő alakot!
- Keressük meg a homogén egyenlet egy egyszerű megoldását, és ebből számoljunk ki egy másik, az előbbitől lineárisan független megoldást!
- Keressük meg a 2c-ban leírt feltételnek megfelelő u_1 , u_2 függvényeket!
- Számoljuk ki az egyenlet Green-függvényét!

4. Vegyük az alábbi differenciál-egyenletet!

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + \frac{y}{x^2 - 1} = \sqrt{1 + x^2}, y(0) = y(1) = 0$$

- Határozzuk meg az egyszerűsített, $(ry')' + sy = h$ -nak megfelelő alakot!
- Bizonyítsuk be, hogy az

$$y(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

függvény megoldása a homogén egyenletnek!

- Számoljunk ki egy másik, az előbbitől lineárisan független megoldást!
- Keressük meg a 2c-ban leírt feltételnek megfelelő u_1 , u_2 függvényeket!
- Számoljuk ki az egyenlet Green-függvényét!