

# Differenciálegyenletek gyakorlat házi feladatok

## 3. hét

### 1. FIZIKAI FELADATOK, MÁSODRENDŰ LINEÁRIS D.E.-K

- (a) Egy 32 kg tömegű test egy rugón alapállapotban 8 m-re lóg le. Kitérítjük 1 méterrel a nyugalmi helyzetéből, és elengedjük. A légellenállás  $F_{le} = -20\text{kg/sv}$ . Mi lesz a test helyének időfüggése?
- (b) Egy 10 kg tömegű test van egy vízszintesen mozgó, 140 N/m rugóállandójú rugóra erősítve. A légellenállási együttható 90 kg/s. A test nyugalomban van, majd rákapcsolunk egy  $5N\sin(t)$  időfüggésű gerjesztő erőt. Hogyan fog mozogni?
- (c) Egy soros rezgőkörben van egy  $50 \Omega$  ellenállás, egy  $2\mu\text{F}$  kapacitású kondenzátor és egy 10mH induktivitású tekercs. Kezdetben a kapacitás töltése nulla, és a körön folyó áram erőssége is nulla. Ekkor rákapcsolunk a körre egy  $20V\sin(t)$  feszültségforrást. Hogyan változik a kapacitás töltése az idő függvényében?

### 3. MÁSODRENDŰ LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK Mi az alábbi differenciálegyenletek megoldásának hatványsorának első öt tagja?

- (a)  $y''(x) - xy'(x) + 2y(x) = 0$ ,  $x = 0$  körül
- (b)  $y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = 2xe^{x^2}$ ,  $x = 0$  körül
- (c)  $y''(x) = xy(x)$ ,  $x = 0$  és  $x = 1$  körül

### 4. MÁSODRENDŰ LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK A Legendre-féle differenciálegyenlet alakja a következő:

$$(1 - x^2)y''(x) - 2xy'(x) + n(n + 1)y(x) = 0, \text{ ahol } n \text{ pozitív egész.}$$

Mutasd meg, hogy ennek megoldása mindig polinom, és számold ki a megoldását  $n = 1, 2, 3$  esetére!

### 5. MÁSODRENDŰ LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK Számold ki az alábbi egyenletek megoldását a Wronski-determinánsos módszerrel!

- (a)  $(x + 1)y''(x) + xy'(x) - y(x) = 2(x^2 + 1)^2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$
- (b)  $xy''(x) + (2x - 1)y'(x) + (x - 1)y(x) = x^2e^x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$