

Differenciálegyenletek gyakorlat házi feladatok

2. hét

1. LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

- (a) $y' - \frac{ay}{\text{id}_{\mathbb{R}}} = \frac{\text{id}_{\mathbb{R}} + 1}{\text{id}_{\mathbb{R}}}$
- (b) $y' + y = \exp \circ (-\text{id}_{\mathbb{R}})$
- (c) $2x(x-1) \frac{dy}{dx} + (2x-1)y(x) = x$
- (d) $u dv + (2u + 3v) du = 0$
- (e) $y(y-1) dx + (x-y^2) dy = 0$

Mindenhol az összes megoldás megadása a helyes válasz, és $\mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ függvényeket keresünk.

2. LINEÁRISRA VISSZAVEZETHETŐ DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

- (a) $xy'(x) = y(x) + 2xy^2(x)$
- (b) $xy'(x) + y(x) = y^2(x) \ln x$

3. GEOMETRIAI FELADAT, LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

Határozzuk meg azokat a görbéket, amelynek átmennek a $(0,0)$ ponton, és az ide húzott érintőjük az $(x, f(x))$ ponthoz húzott érintőjükkel a $(2/3x, 2/3y)$ pontban metszik egymást!

4. FIZIKAI FELADAT, LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

Egy m tömegű testet leejtünk h magasságban (ahol még az $F = mg$ „jó” közelítés a gravitációs erőre). Ha a közegellenállás kv^2 nagyságú, mennyi idő múlva ér földet a test?

5. FIZIKAI FELADAT, LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

Egy állandó hőmérsékleten tartott dobozban ideális gáz van. A doboz falán kis lyuk keletkezik, amelyen szökni kezd a gáz. Az időegység alatt kiszökő gáz mennyisége arányos a bent lévő nyomással, az arányossági tényező α . Mennyi idő csökken a nyomás az eredeti felére (a kezdeti állapotjelzők függvényében)?

6. RICCATI-FÉLE DIFFERENCIÁLEGYENLET

$$(1-x^2)y'(x) + xy(x) + xy^2(x) = 2x$$

(egy partikuláris megoldást igen könnyű találni, a lehető legegyszerűbb is megteszi)