

ORSZÁGOS TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

Relativisztikus hidrodinamika nehézion ütközésekben

Készítette:

Vargyas Márton
ELTE TTK, fizika Bsc III.

Témavezető:

Csanád Máté, PhD
ELTE TTK, Atomfizikai tanszék

2009. január 6.

Kivonat

Az univerzum korai fejlődése, első néhány mikromásodperce a feltételezések szerint nagyon hasonlít a mai relativisztikus nehézion-ütköztetőkhöz. A legnagyobb energiájú reakciókat jelenleg a Long Islandi Relativisztikus Nehézion-Ütköztető (RHIC) kísérleteinél vizsgálják, azonban nemsokára elindulnak a Nagy Hadron Ütköztető (LHC) kísérletei is. A RHIC-nél végzett kutatások (ld. a RHIC kísérletek összefoglaló cikkeit [1–4]) megmutatták, hogy az ütközésekben létrejövő anyag tökéletes folyadék halmazállapotú, és ennek kifagyása után jönnek létre a detektorokban megfigyelhető hadronok. Ez a széles jelenségekört átfogó hidrodinamika legújabb alkalmazási területe. A relativisztikus hidrodinamika egyenletei sikeresen írják le az itt keletkezett forró, és sűrű tűzgömböt, ugyanakkor csak az anyag, az impulzus és az energia megmaradását tételezik fel. A hidrodinamika ezáltal egyszerű, parciális differenciálegyenleteit megoldani azonban rendkívül bonyolult. Igen kevés $3+1$ dimenziós realiztikus megoldás létezik, és még kevesebbet sikerült az adatokkal összevetni.

Az Csörgő és társai által talált relativisztikus, ellipszoidális megoldást [5] vizsgáltam, és meghatároztam belőle a hadronokra vonatkozó lényeges megfigyelhető mennyiségeket: az egyrészecke impulzus-eloszlást, a folyadékkép érvényessége szempontjából kiemelkedően fontos elliptikus folyást, illetve az ütközésekkor keletkező tűzgömb "femtoszkópját" jelentő Bose-Einstein korrelációkat. Az eredményeket összevettem a RHIC mérésekből kapott adatokkal.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	2
1.1. Nagyenergiás nehézion-fizika	2
1.2. A RHIC felfedezései	2
2. Relativisztikus hidrodinamika	3
2.1. A vizsgált megoldás	4
2.2. A részecskekeletkezés forrásfüggvénye	6
3. A mérhető mennyiségek számolása	6
3.1. A transzverz impulzus eloszlás	6
3.1.1. Az egyrészecke impulzus eloszlás	6
3.1.2. A transzverz impulzus eloszlás	8
3.2. Az elliptikus folyás	10
3.3. Kétrészecke (Bose-Einstein avagy HBT) korreláció	11
4. Korábbi megoldások vizsgálata	13
4.1. A Landau-Khalatnikov megoldás	13
4.2. A Hwa-Björken megoldás	13
4.3. Egy nemrelativisztikus megoldás	13
4.4. Egy relativisztikus gyorsuló megoldás	14
4.5. A Buda-Lund modell	15
5. A RHIC mérésekkel való összehasonlítás	16
6. Összegzés	18

1. Bevezetés

A cím két látszólag egészen távoli területet kapcsol össze: a hidrodinamikát és a nehézion-ütközéseket. Jelen dolgozat a relativisztikus hidrodinamika ezen új alkalmazási területét mutatja be. Áttekintem, hogyan állítható fel egy ilyen modell, majd egy meglévő relativisztikus hidrodinamikai megoldásból kiszámolom a nehézion-ütközésekben mérhető főbb mennyiségeket, melyeket a Relativisztikus Nehézion Ütköztető (RHIC) mérési adataival vetek össze a dolgozat végén.

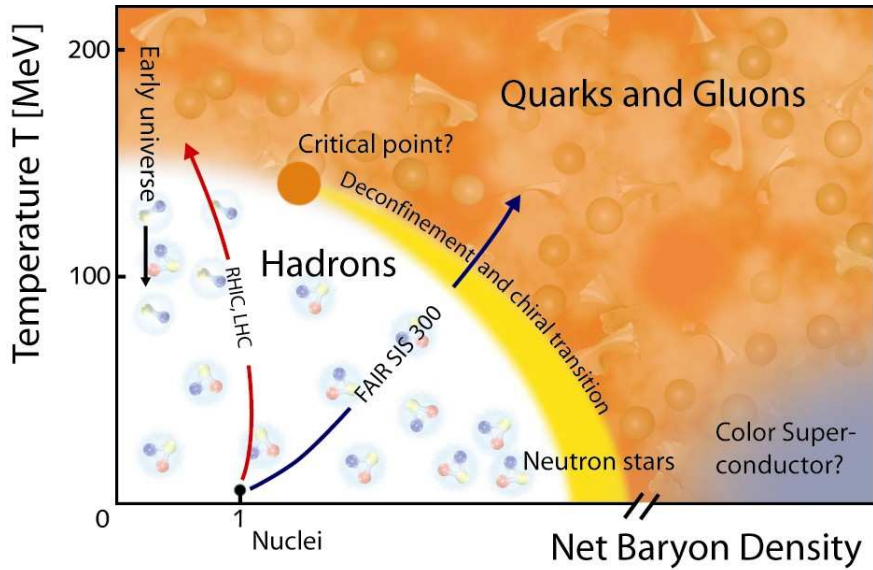
1.1. Nagyenergiás nehézion-fizika

Ma már köztudott, hogy a proton, és a neutron nem elemi részecskék, hanem három kvarkból állnak. Azonban ezen kvarkok – ellentétben a többi elemi részecske nagy részével – szabadon nem megfigyelhetők, mindig hadronokba zárva fordulnak elő. A kvantum-színdinamika (QCD) elméleti jóslata szerint azonban nagyobb energián a köztük lévő csatolás jelentősen lecsökken, így lehetőségünk nyílik a kvarkok új állapotának analizálására. Az 1. ábrán látható az erősen kölcsönható anyag feltételezett fázisdiagramjának vázlatos rajza, ez illusztrálja, hogy a hőmérséklet, azaz a tömegközépponti ütközési energia növelésével megszüntethető ez a bezártság. Azaz nagy hőmérsékleteken hadronokba nem zárt kvarkok létezhetnek, és a legújabb kutatások szerint léteznek is, csak a mostani világegyetem tágulása miatt lehűlt annyira, hogy környezetünkben ne találjunk ilyeneket. Nagy energiára felgyorsított nehézionok ütközéseivel azonban elérhetjük azokat a hőmérsékleteket és sűrűségeket, ahol a kvarkok kiszabadulnak hadron-börtönükből.

Ha el is érjük ezt az energiát, az ütközést vizsgáló detektorainkkal természetesen nem a kvarkokat látjuk majd, és nem is a feltételezett kvark-gluon plazmát, vagy kvarkanyagot, hiszen ez az ütközés után szinte azonnal kihűl annyira, hogy továbbra is csak a hadronokat detektáljuk, ezt hívjuk hadronizációnak. Az egyre fejlettebb elméleti modellek segítségével ezen adatokból sok információt nyerhetünk az ütközésekben létrejött anyag hadronizáció előtti állapotáról, mely nagy arányban utoljára az Ősrobbanás utáni néhány μs -ban létezett. A megfelelő energiát a RHIC-ben tehát hadronok gyorsításával, majd szembe ütköztetésével próbálják elérni (2. ábra), így állítva be azt a hőmérsékletet, és energiasűrűséget, ami a korai univerzumban uralkodott, és a kvarkok kiszabadításához elegendő. A most elérhető legnagyobb energia 200 GeV/nukleon, azaz összesen kb. 40 TeV, a Relativisztikus Nehézion Ütköztetőnél, a RHIC-nél zajlanak ütközések ezen az energián.

1.2. A RHIC felfedezései

A RHIC-nél a korábbi, kisebb energiájú ütközésektől teljesen eltérő jelenséget tapasztaltak: a keletkezett anyagból kifelé jövő nagy impulzusú részecskenyalábok (ú.n. *jet*-ek) ellentétes irányú, azaz az anyagba befelé haladó párját nem, vagy csak kisebb mértékben detektálták [1–4]. Ez arra engedett következtetni, hogy a létrejött anyag erősen kölcsönható, elnyeli még a nagyenergiás részecskéket is, amennyiben azok kellő távolságot tesznek meg benne. A feltételezés ennek magyarázatára egy új, ezen az energián létező, nem bezárt kvarkokból álló anyag volt, mely ezeket a nagy transzverz impulzusú részecskéket elnyeli, vagy fékezi. Elméleti leírására a hidrodinamikai modellek bizonyultak a legsikeresebbnek [1–4], a közvetlenül az ütközés után keletkezett anyagot egy táguló, és ezáltal hűlő tűzgömbként elképzelve megmagyarázta az adatok addig érthetelen skálaviselkedését. Ez a skálaviselkedés abban nyilvánul meg, hogy a termodinamikai mennyiségek egy adott felületen állandóak, tehát a többi mennyiségtől egyenként nem, csak bizonyos kombinációitól, és természetesen



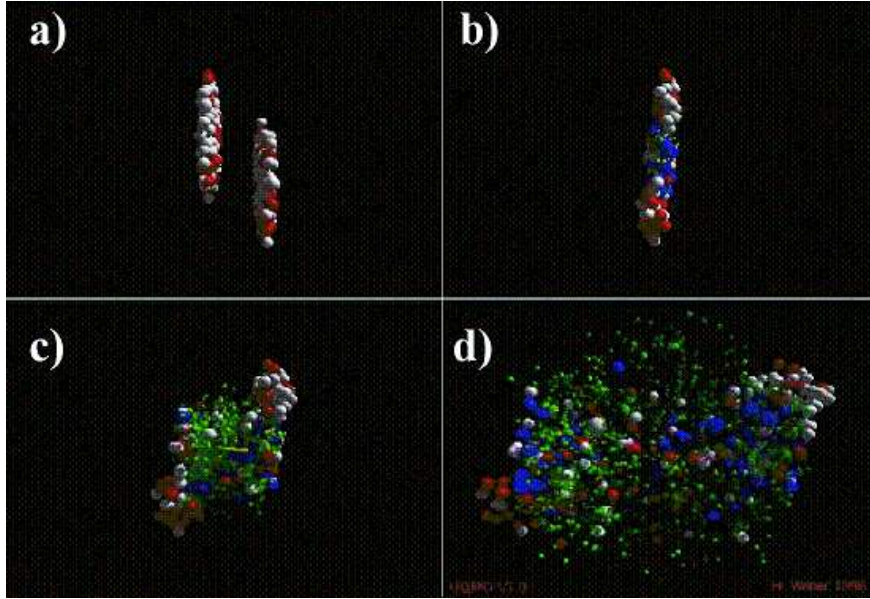
1. ábra. Az erősen kölcsönható anyag fázisdiagramja

a sajátidőtől (τ -tól) függenek. Ezt az ön hasonlóságnak nevezett tulajdonságot más modellek nem voltak képesek értelmezni, az ilyen szimmetria a hidrodinamika sajátja. Ezért a jelenség elméleti vizsgálatához nagyon fontos a hidrodinamika parciális differenciálegyenleteiből felállítható egzakt analitikus megoldások keresése. Ez azonban nehéz feladat, igen kevés ilyen megoldás létezik, és még kevesebbet hasonlítottak össze az adatokkal. Az irodalom (ld. a [6–20] cikkeket) átfésülése után megállapítható, hogy jelen munka úttörő jellege elsősorban abból adódik, hogy nem számították még ki egyetlen 3+1 dimenziós relativisztikus hidrodinamikai megoldásból sem a jelen dolgozatban kiszámolt – és közvetlenül mérhető – mennyiségeket.

A pontosabb megismeréséhez mérföldkő volt a folyás koefficiens meghatározása, mely a hadronok impulzus-eloszlásának aszimmetriáját méri, és az ütközés utáni aszimmetrikussággal hozható kapcsolatba. A létrejött, táguló tűzgömb kezdetben aszimmetrikus lehet, hiszen az ütközések többsége nem centrális (2. ábra). Kollektív viselkedés esetén ez a térbeli aszimmetria impulzus-eloszlásbeli aszimmetriát okoz, de nem –, vagy gyengén kölcsönható részecskék, pl. ideális gáz esetén elhanyagolható, hiszen annak tágulása a térbeli eloszlástól függetlenül izotróp. A mérések során a folyás-koefficiens nullánál nagyobb lett [21]: a keletkezett anyag ilyen korrelált mozgása viszont folyadékokra jellemző. A későbbi kutatások még ennél is tovább mentek, kimutatták, hogy a keletkezett anyag tökéletes folyadék, hasonlóan a szuperfolyékony héliumhoz, sőt, még annál is kisebb a viszkozitása [22]. Ez az anyag rendkívül magas hőmérséklete miatt még inkább meglepő!

2. Relativisztikus hidrodinamika

Lássuk tehát, hogyan alkalmazhatjuk a relativisztikus hidrodinamika egyenleteit nagyenergiás nehézion-ütközésekre! Az alábbi úton jutunk az elméleti leírástól a mérhető mennyiségek meghatá-



2. ábra. Egy – a RHIC kísérletekben lejátszódó – Au-Au ütközés időfejlődése. Az "a" ábrán látható, hogy a nagy sebességeknél elszenvedett Lorentz-kontrakció miatt az atomok korongoknak tűnnek.

rozásáig. Felírjuk a hidrodinamika alapegyenleteit:

$$\partial_\mu(nu^\mu) = 0 \quad (1)$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \text{ ahol } T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu} \quad (2)$$

Az első egyenlet a relativisztikus kontinuitási egyenlet, a második pedig az energia-impulzus tenzor megmaradását fejezi ki. A második egyenlet áttranszformálható a nemrelativisztikus hidrodinamikából ismert Euler –, és energiamegmaradási egyenletté. Azonban így még kevesebb egyenletünk van, mint ismeretlenünk, ezért ezeket kiegészítjük az anyag állapotegyenletével:

$$\epsilon = \kappa p + mn, \quad (3)$$

$$p = nT, \quad (4)$$

ahol κ pedig az anyag kompresszió modulusa, amely más megoldásokban függ a hőmérséklettől, és ezáltal az időtől, de az alábbi sejtés szerint [23] ez a stacionárius megoldás általánosítható az időfüggő esetre. Így κ -t állandónak véve egyenlővé tehető a közegbeli hangsebesség inverzének négyzetével, azaz $\kappa = 1/c_s^2$. Ha a fenti parciális differenciálegyenlet-rendszernek megtaláljuk egy megoldását, abból kiszámíthatjuk a nehézion-ütközésekben mért mennyiségeket, és összevethetjük számításainkat az adatokkal.

2.1. A vizsgált megoldás

Önhasonlóságot és ellipszoidális szimmetriát feltételezve T. Csörgő és társai felfedezték [5] az alább részletezett megoldást. Itt az ellipszoidális szimmetria azt jelenti, hogy adott pillanatban egy

ellipszoid felületén a termodinamikai mennyiségek állandóak. Ennek a táguló ellipszoidnak a szint-felületeit az s skálaváltozó írja le:

$$s = \frac{x^2}{X(t)^2} + \frac{y^2}{Y(t)^2} + \frac{z^2}{Z(t)^2}, \quad (5)$$

ahol $X(t), Y(t)$, és $Z(t)$ csak az időtől függő skálaparaméterek, x, y és z pedig a koordinátákat jelölik (későbbiekben x alkalmanként az eseményvektort jelöli, de ahol ez értelemzavaró lenne, ott ezt x^μ -vel jelöltem).

A sebességmező leírására az asztrofizikából kölcsönzött kép adott inspirációt. Izotróp Hubble sebességmezővel írták le az univerzum tágulását, ami azt jelenti, hogy a távolabb lévő részecskéknek nagyobb a sebessége. Ez kiválóan írja le a robbanásból származó tágulásokat, hiszen akkor a nagyobb sebességű részecskék jutnak messzebb, így tehát a távolabbiak mozognak gyorsabban. Ilyet használunk itt is, azzal a különbséggel, hogy itt nem izotróp, a különböző irányokba más-más sebességekkel tágul, azaz a sebességmező irányfüggő Hubble-típusú:

$$u^\mu = \gamma \left(1, \frac{\dot{X}}{X}x, \frac{\dot{Y}}{Y}y, \frac{\dot{Z}}{Z}z \right). \quad (6)$$

Részletesebb vizsgálatkor kiderül, hogy csak az $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z} = \text{const.}$ feltétellel oldja meg a fenti sebesség a hidrodinamika alapegyenleteit ((1)-es, és (2)-es egyenletek). Ekkor $X = \dot{X} \cdot t, Y = \dot{Y} \cdot t$ és $Z = \dot{Z} \cdot t$, amiből pedig belátható, hogy:

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau}, \quad (7)$$

ahol x^μ a relativitáselméletből jól ismert téridő-négyesvektor, τ pedig a sajátidő.

A Csörgő és társai által talált megoldás termodinamikai mennyiségei a következőképpen néznek ki:

$$n = n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^3 \nu(s) \quad (8)$$

$$T = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)} \quad (9)$$

$$p = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3+\frac{3}{\kappa}}, \quad (10)$$

ahol $n(x)$ a számsűrűség, $T(x)$ a hőmérséklet, $p(x)$ pedig a nyomás, $p_0 = n_0 T_0$. Mivel a termodinamikai mennyiségek csak τ -tól, és s -től függenek, ezért s skálaváltozó, $\nu(s)$ -t célszerű egy táguló tűzgömbként elképzelni:

$$\nu(s) = e^{-bs/2}, \quad (11)$$

ahol $b = \left. \frac{\Delta T}{T} \right|_r$ egy hőmérséklet gradienshez hasonló mennyiség, és várhatóan negatív, mivel a tűzgömbünk hőmérséklete kifelé csökken, továbbá állandó. Természetesen elképzelhető más hőmérsékletprofil is, (például ahol b változik), de az más modellekkel írható le. Ez tehát a megoldás, amelyből kiindulok, és kiszámítom belőle a megfigyelhető mennyiségeket, majd összevetem az adatokkal.

2.2. A részecskekeletkezés forrásfüggvénye

A Maxwell-Boltzman eloszlásból származtatható a forrásfüggvény $S(x, p)$, ami megadja, hogy egy adott helyen, adott impulzussal milyen valószínűséggel keletkezik részecske. Ehhez a hadronok kifagyásáról tételezzük fel, hogy csak a sajátidőtől függ, és e mentén $H(\tau)$ függvény írja le. Pillanatszerű kifagyást feltételezve ez $H(\tau) = \delta(\tau - \tau_0)$. Ekkor a forrásfüggvény ($k_{\text{Boltzmann}} = 1$, és $c = 1$): egységrendszerben:

$$S(x, p)d^4x = \mathcal{N}n \exp \left[-\frac{p_\mu u^\mu(x)}{T(x)} \right] H(\tau) d\tau p_\mu d^3\Sigma_\mu(x), \quad (12)$$

ahol $d^3\Sigma_\mu(x)$ a kifagyási hiperfelület vektormértéke, ez Lorentz-szorozva p^μ -vel a részecskék fluxusát adja; \mathcal{N} pedig a normálási faktor. Mivel jelen esetben (konstans τ melletti kifagyás esetén) $d^3\Sigma_\mu(x) = \frac{u^\mu d^3x}{u^0}$, és mivel a sajátidő a folyadék mentén telik, azaz $d\tau = u^\mu dx_\mu$, a forrásfüggvény:

$$S(x, p)d^4x = \mathcal{N}n \exp \left[-\frac{p_\mu u^\mu(x)}{T(x)} \right] H(\tau) \frac{p_\mu u^\mu}{u^0} d^4x. \quad (13)$$

Ebből a forrásfüggvényből számolhatók a mérhető mennyiségek – erről fog szólni a következő fejezet.

3. A mérhető mennyiségek számolása

A bevezetésben már említettem, hogy nem számították még ki egyetlen 3+1 dimenziós relativisztikus hidrodinamikai megoldásból sem az itt kiszámolt mennyiségeket. A következőkben meghatározom a transzverz impulzus eloszlást, majd ebből az elliptikus folyást, és a korrelációs együtthatót.

3.1. A transzverz impulzus eloszlás

Említettem, hogy a kísérletek során csak a kifagyott hadronokat detektáljuk. Tehát nem kapjuk meg, hogy hol keletkezett a részecske, hanem csak azt, hogy mekkora az impulzusa. Ezért a forrásfüggvény ($S(x, p)$) nem alkalmas az adatokkal való összehasonlításra, mert tartalmazza a keletkezés helyét is. Ki kell integrálni a koordinátákra, így megkapjuk a hadronok egyrészecske impulzus-eloszlását ($N_1(p)$)-t, ami már mérhető mennyiség. Azonban a RHIC főbb detektorainak felépítése olyan, hogy csak kis longitudinális impulzusnál tudnak hadronokat detektálni ($p_z = 0$), továbbá a statisztika javítása érdekében egyváltozós méréseket végeznek többnyire: a transzverz (z -re merőleges) síkbeli ϕ szögtől független, p_t -vel jelölt transzverz impulzust mérik, és így kapják a transzverz impulzus-eloszlást, $N_1(p_t)$ -t, ezt kell tehát meghatároznunk. Előbb azonban az egyrészecske impulzus eloszlást kell kiszámolni, mert csak ebből kapható meg a keresett transzverz impulzus-eloszlás.

3.1.1. Az egyrészecske impulzus eloszlás

Feladatunk tehát a forrásfüggvény kiintegrálása, hiszen, mint említettük $N_1(p) = \int_{\mathbb{R}^4} S(x, p)d^4x$. Helyettesítsük be a (13)-as képletbe a megoldást:

$$\begin{aligned}
S(x, p)d^4x &= \mathcal{N}n \exp\left(-\frac{p_\mu u^\mu}{T(x)}\right) H(\tau)d\tau \frac{Et - p_x x - p_y y - p_z z}{\tau} \frac{\tau}{t} d^3x \\
&= \mathcal{N}n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^3 \nu(s) \exp\left(\frac{-(Et - p_x x - p_y y - p_z z)\nu(s)}{\tau_0 T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3/\kappa}}\right) \times \\
&\quad (Et - p_x x - p_y y - p_z z) \frac{1}{t} \delta(\tau - \tau_0) d\tau d^3x
\end{aligned} \tag{14}$$

Először el kell végeznünk el a τ -ra való integrálást, ez a legegyszerűbb, hiszen az integrandus Dirac-deltát tartalmaz. Ehhez kifejezzük a t változót τ -val: $t = \sqrt{\tau^2 + x^2 + y^2 + z^2}$.

Mivel az emisszió maximuma az ütközés középpontjához közel van, ezért a $x^2 + y^2 + z^2 \ll \tau_0^2$ feltétellel a koordinátákban másodrendű nyeregponthoz közelítést alkalmazhatunk. Ezután az exponenst teljes négyzetté alakíthatjuk. A keletkező függvény integrálása immár könnyen megtehető. A τ -ra való integrálás után, a térkoordinátákban másodrendű nyeregponthoz közelítést alkalmazva $S(x, p)$ a következő alakot ölti:

$$\int_{\mathbb{R}} S(x, p)d\tau = \mathcal{N}n_0 f_\xi f_x(x) f_y(y) f_z(z) \left(E - \frac{p_x x}{\tau_0} - \frac{p_y y}{\tau_0} - \frac{p_z z}{\tau_0}\right) \tag{15}$$

ahol

$$f_x(x) = \exp\left[-\frac{(x - x_s)^2}{2R_x^2}\right], \tag{16}$$

$$f_y(y) = \exp\left[-\frac{(y - y_s)^2}{2R_y^2}\right], \tag{17}$$

$$f_z(z) = \exp\left[-\frac{(z - z_s)^2}{2R_z^2}\right] \text{ és} \tag{18}$$

$$f_\xi = \exp\left[-\frac{E}{T_0} + \frac{p^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} - \frac{p_z^2}{2ET_z}\right]. \tag{19}$$

Itt T_x, T_y, T_z az effektív hőmérsékletek, azaz logaritmikusan inverz meredekségek az adott irányokba. Ezeket azért nevezzük így, mivel a Maxwell-Boltzmann féle hőmérsékleti eloszlásban a $e^{-\frac{E}{T}}$ tényező határozza meg az energiától (vagy az impulzustól) való függést, ahol T a hőmérséklet. A későbbi eredmények egyszerű alakra hozása miatt érdemes az alábbi effektív hőmérsékletekkel számolnunk:

$$T_x = T_0 + \frac{ET_0 \dot{X}_0^2}{b(T_0 - E)} \tag{20}$$

$$T_y = T_0 + \frac{ET_0 \dot{Y}_0^2}{b(T_0 - E)} \tag{21}$$

$$T_z = T_0 + \frac{ET_0 \dot{Z}_0^2}{b(T_0 - E)}. \tag{22}$$

Az $x_s, y_s,$ és z_s paraméterek az emisszió középpontjai, azaz a "nyeregpon" koordinátái:

$$x_s = \frac{p_x \tau_0 (T_x - T_0)}{ET_x} \quad (23)$$

$$y_s = \frac{p_y \tau_0 (T_y - T_0)}{ET_y} \quad (24)$$

$$z_s = \frac{p_z \tau_0 (T_z - T_0)}{ET_z}, \quad (25)$$

az R_x^2, R_y^2, R_z^2 mennyiségek pedig a forrás látszólagos méreteit jelentik:

$$R_x^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_x - T_0)}{ET_x} \quad (26)$$

$$R_y^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_y - T_0)}{ET_y} \quad (27)$$

$$R_z^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_z - T_0)}{ET_z}, \quad (28)$$

A (15)-ös egyenletben látható, hogy f_ξ kiemelhető az integrálás elé, mert nem függ az integrálási változóktól. A Gauss-függvények integráljára vonatkozó ismert összefüggéseket felhasználva az egyrészecske impulzus eloszlás:

$$N_1(p) = \int_{\mathbb{R}^4} S(x, p) d^4x = \bar{N} \cdot \bar{E} \cdot \bar{V} \cdot \exp \left[\frac{p^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} - \frac{p_z^2}{2ET_z} - \frac{E}{T_0} \right], \quad (29)$$

ahol

$$\bar{N} = \mathcal{N} n_0 \left(\frac{2T_0 \tau_0^2 \pi}{E} \right)^{3/2}, \quad (30)$$

$$\bar{E} = \left(E - \frac{p_x^2 (1 - \frac{T_0}{T_x})}{E} - \frac{p_y^2 (1 - \frac{T_0}{T_y})}{E} - \frac{p_z^2 (1 - \frac{T_0}{T_z})}{E} \right), \quad (31)$$

$$\bar{V} = \sqrt{\left(1 - \frac{T_0}{T_x}\right) \left(1 - \frac{T_0}{T_y}\right) \left(1 - \frac{T_0}{T_z}\right)}. \quad (32)$$

3.1.2. A transzverz impulzus eloszlás

A részecskefizikában gyakran használatos a pszeudorapiditás fogalma, mely a sugárnyalábbal bezárt szöggel hozható kapcsolatba: $\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$. A RHIC PHENIX detektorai $\eta < 0.35$ rapiditás ablakban mérnek, ami $\sim 20^\circ$ -os szöget jelent. Felhasználva a pszeudorapiditás másik definícióját: $\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{p_+ p_z}{p_- p_z}$ megállapítható, hogy a RHIC mérések nagy részének esetében a vizsgált részecskék z irányú impulzusa (p_z) elhanyagolható a transzverz impulzushoz (p_t -hez) képest. Ezért most én is erre az esetre koncentrálok, $p_z = 0$ -t feltételezve. Ehhez vezessük be a korábban már említett

$$p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad (33)$$

$$p_x = p_t \cos \phi, \quad (34)$$

$$p_y = p_t \sin \phi \quad (35)$$

jelöléseket. Ezeket helyettesítsük be a (29)-es egyenletünkbe. Ebből a jobb áttekinthetőség érdekében külön vizsgálom az exponenciális és a többi tényezőt. Az exponenciális tényező a következőképpen alakítható át:

$$\begin{aligned} \exp \left[\frac{p^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} - \frac{E}{T_0} \right] &= \exp \left[-\frac{E}{T_0} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} \right] \\ &= \exp \left[-\frac{E}{T_0} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{p_t^2 \cos^2 \phi}{2ET_x} - \frac{p_t^2 \sin^2 \phi}{2ET_y} \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Trigonometrikus azonosságokat felhasználva:

$$\exp \left[\frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{p_t^2}{4ET_x} - \frac{p_t^2}{4ET_y} - \frac{p_t^2 \cos 2\phi}{4ET_x} + \frac{p_t^2 \cos 2\phi}{4ET_y} - \frac{E}{T_0} \right] \quad (37)$$

Vezessük be a

$$w = \frac{p_t^2}{4E} \left(\frac{1}{T_y} - \frac{1}{T_x} \right) \quad (38)$$

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_x} + \frac{1}{T_y} \right) \quad (39)$$

jelöléseket, ezekkel az exponenciális tényező kényelmesen kezelhető alakra hozható, szétbontható ugyanis egy szögtől függő és egy, a szögtől nem függő tényezőre:

$$e^{w \cos 2\phi} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right]. \quad (40)$$

Vizsgáljuk most a (29)-es egyenlet elején található \bar{E} mennyiséget! Ez a következőképpen írható fel:

$$\bar{E} = \left(E - \frac{p_x^2(1 - \frac{T_0}{T_x})}{E} - \frac{p_y^2(1 - \frac{T_0}{T_y})}{E} \right) = \left(E - \frac{p_t^2}{E} + \frac{p_t^2 T_0 \cos^2 \phi}{ET_x} + \frac{p_t^2 T_0 \sin^2 \phi}{ET_y} \right). \quad (41)$$

Trigonometrikus azonosságokkal, továbbá w és $\frac{1}{T_{\text{eff}}}$ definícióját felhasználva:

$$E - \frac{p_t^2}{E} + \frac{p_t^2 T_0}{ET_{\text{eff}}} - 2T_0 w \cos 2\phi. \quad (42)$$

Tehát a (szögfüggő) transzverz impulzus eloszlás:

$$N_1(p_t, \phi) = \bar{N} \bar{V} \left(E - \frac{p_t^2}{E} + \frac{p_t^2 T_0}{ET_{\text{eff}}} - 2T_0 w \cos 2\phi \right) e^{w \cos 2\phi} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right]. \quad (43)$$

Ezt még integráljuk ϕ -re! Felhasználjuk a módosított Bessel-függvényre vonatkozó

$$I_n(w) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{w \cos(2\phi)} \cos(2n\phi) d\phi \quad (44)$$

azonosságot. Így a ϕ -re integrált spektrum, ami a tényleges transzverz impulzus eloszlás:

$$\begin{aligned} N_1(p_t) &= \bar{N} \bar{V} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right] \int_0^{2\pi} \bar{E} e^{w \cos(2\phi)} d\phi \\ &= \bar{N} \bar{V} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right] \left(\left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) I_0(w) - 2T_0 I_1(w) \right). \end{aligned} \quad (45)$$

Mivel w az adatoknak megfelelő paraméter-tartományokban kicsi ($w \ll 1$), ezért a Bessel függvényeket az alábbi konstansokkal közelíthetjük: $I_0(w) = 1$, és $I_1(w) = 0$. Így tovább egyszerűsíthető az eloszlás függvény:

$$N_1(p_t) = \bar{N} \bar{V} \left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right]. \quad (46)$$

Mivel a fenti képlet a $p_z = 0$ feltétel mellett jött ki, ezért az energiát E az úgynevezett $m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2}$ transzverz tömeggel helyettesítjük.

3.2. Az elliptikus folyás

A transzverz impulzus eloszlás számolásánál elveszítettük a transzverz síkban a szöginformációt. Ezt pótolandó a (45)-ös képletet Fourier-sorba fejtjük:

$$N_1(p) = N_1(p_t) \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n\phi) \right] \quad (47)$$

A Fourier-együtthatók közül azonban csak a második komponens (v_2) számít, mivel a többi a kísérletek eredményei alapján kicsi; ez a elliptikus folyás. Ez a mennyiség különösen fontos a folyadékkép szempontjából, ugyanis ez lényegében az impulzus-eloszlás transzverz síkban vett aszimmetriáját méri. Nem teljesen középpontosan szimmetrikus (nem centrális) ütközések esetén a forrás kezdetben térbeli aszimmetriával rendelkezik, ez kollektív dinamika esetén impulzus-aszimmetriához vezet, ideális gáz esetében azonban 0 lenne. A mérések szerint ez a mennyiség pozitív, a folyadékkép sikerét alátámasztva, hiszen $N_1(p_t)$ ezen aszimmetrikussága korrelált mozgásra, folyadék-szerű viselkedésre utal. Ezért kiszámítjuk az elliptikus folyást is modellünkéből, szintén a $p_z = 0$ feltétel mellett. A definíció tehát:

$$v_2 = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi N_1(p_t, \phi) \cos(2\phi)}{\int_0^{2\pi} d\phi N_1(p_t, \phi)}. \quad (48)$$

Látható, hogy a számlálót kell csak kiszámolnunk, mert a nevező a ϕ -re integrált spektrum ($N_1(p_t)$), amit az előző fejezetben már meghatároztam. Végeredményben az elliptikus folyás, felhasználva a Bessel-függvényekre vonatkozó, (44)-es azonosságot:

$$v_2(p_t) = \frac{\left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) I_1(w) - T_0(I_0(w) + I_2(w))}{\left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) I_0(w) - 2T_0 I_1(w)} \quad (49)$$

Itt is közelíthetjük a Bessel-függvényeket, de nem a transzverz impulzus eloszlásnál használt konstansokkal, hanem az $I_1(x) = 2xI_0(x)$, és $I_2(x) = 0$ közelítésekkel. Ezekkel egyszerűsíthető a

folyás-koefficiens képlete, és olyan alakra hozható, ami már korábbi számítások során is kijött. Tehát:

$$v_2(p_t) = \frac{I_1(w)}{I_0(w)} \left(1 + \frac{2T_0}{E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}}} \right). \quad (50)$$

Mivel a fenti két képletre a $p_z = 0$ feltétellel jutottunk, az energia E itt is az m_t transzverz tömeggel helyettesíthető.

3.3. Kétrészecske (Bose-Einstein avagy HBT) korreláció

A kétrészecske impulzus eloszlás vizsgálatával fontos információkat szerezhetünk a forrás geometriájáról. A kvantummechanika miatt kétrészecske impulzus eloszlás nem állítható elő két egyrészecske impulzus eloszlás szorzataként, mert két részecske esetén figyelembe kell venni a hullámfüggvényeik interferenciáját. Ez adja a Bose-Einstein korrelációt (bozonikus részecskék, például pionok esetén, de fermionok esetében Fermi-Dirac típusú korreláció lép fel).

Ezt a jelenséget eredetileg R. H. Brown, és R. Q. Twiss [24] (innen a HBT elnevezés) dolgozta ki kvazárok szögátmérőjének meghatározására (fotonkorreláció mérésével), de G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Y. Lee, és A. Pais [25] rájöttek, hogy ez az eljárás alkalmazható jóval kisebb léptében is, az általunk vizsgált elemi részecskék mérettartományában. Eredményeik szerint a két rádiócsillagász által kidolgozott módszer alkalmazható az általunk vizsgált pionokra is, azaz a kétrészecske impulzus-korrelációk skálája a forrás méretével függ össze. Így az impulzus-különbségek eloszlásának mérésével fontos információkat szerezhetünk a forrás geometriai adatairól, sőt, a forrás geometriájának feltérképezésére nehézion-ütközésekben ez az egyetlen módszerünk.

A kétrészecske korrelációs együtthatót az alábbi képlet definiálja:

$$C_2(p_1, p_2) = \frac{N_2(p_1, p_2)}{N_1(p_1)N_1(p_2)}, \quad (51)$$

ahol $N_2(p_1, p_2)$ a kétrészecske impulzus eloszlás, amelyben szerepet kap az interferenciáért felelős kvantummechanikai sűrűségfüggvény. A Bose-Einstein szimmetrizációt tartalmazó kétrészecske hullámfüggvény felhasználásával C_2 -re a forrásfüggvény $S(x, p)$ Fourier-transzformáltjait:

$$S(q, K) = \int S(x, K) \exp(iqx) d^4x \quad (52)$$

tartalmazó képletet kapunk. Azaz:

$$C_2(q, K) = 1 + \left| \frac{\tilde{S}(q, K)}{\tilde{S}(0, K)} \right|^2, \quad (53)$$

ahol p_1 és p_2 helyett az átlagos $K = 0.5(p_1 + p_2)$ impulzussal és a $q = p_1 - p_2$ impulzus-különbségtől tettem függővé a korrelációs függvényt. A jobb oldalon pedig a forrásfüggvényeket szintén az átlagos helyen vettem, a térkoordinátában történt Fourier-transzformált új változója pedig az átlagos impulzus lett. Mivel a mérés lényeges tartományában p_1 és p_2 közel azonos értékek (a $\sqrt{(p_1 - p_2)(p_1 + p_2)}$ mennyiség kisebb 50-100 MeV-nél a kísérleti adatok esetében, míg az egyes hármas-impulzusok értéke többszáz MeV legalább), ezért ez a közelítés jól használható.

Ezt kell tehát kiszámolnunk. Ismerjük fel, hogy a korrelációs együtthatót definiáló egyenletben (53) a nevező az impulzus eloszlás, hiszen tetszőleges függvény Fourier-transzformáltja a $q = 0$ esetben a függvény integrálja, tehát

$$\tilde{S}(0, K) = N_1(K). \quad (54)$$

A számláló meghatározásához használjuk fel az impulzus eloszlás számítása során kapott faktorizált részeredményt (ld. (15)-ös egyenlet), ezzel a kérdéses Fourier-transzformált a sajátidőre történő integrálás után:

$$\tilde{S}(q, K) = \mathcal{N} n_0 f_\xi f_x(x) f_y(y) f_z(z) \left(E - \frac{p_x x}{\tau_0} - \frac{p_y y}{\tau_0} - \frac{p_z z}{\tau_0} \right) e^{-iq_x x} e^{-iq_y y} e^{-iq_z z} dx dy dz. \quad (55)$$

Mivel $f_x(x)$, $f_y(y)$, és $f_z(z)$ Gauss függvények, ezért Fourier-transzformáltjuk egy inverz szélességű Gauss-függvény lesz, és megjelenik egy képzetes tag is, mivel – a zárójeles kifejezés miatt – ($e^{-ax^2} \cdot x$) típusú mennyiséget kell transzformálni.

Végeredményben (a $q \ll K$ feltételt felhasználva) a

$$C_2(q, K) = 1 + \exp \left[-R_x^2 q_x^2 - R_y^2 q_y^2 - R_z^2 q_z^2 \right] \quad (56)$$

képletet kapjuk, ahol R_x, R_y, R_z a korrelációs sugarak, amelyek a Gauss-közelítés miatt egybeesnek a forrás látszólagos méreteivel (ld. a (26)-(28) egyenleteket):

$$R_x^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_x^* - T_0)}{E_K T_x^*} \quad (57)$$

$$R_y^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_y^* - T_0)}{E_K T_y^*} \quad (58)$$

$$R_z^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_z^* - T_0)}{E_K T_z^*}, \quad (59)$$

ahol E_K az átlagos K impulzushoz tartozó energia, amely $p_z = 0$ esetében (ahol minden, általunk vizsgált adat található) az $E_K = 0.5(m_{t,1} + m_{t,2})$ összefüggéssel fejezhető ki. Az $m_{t,1}$, és $m_{t,2}$ mennyiségek az egyes részecskékhez tartozó transzverz tömegek, a T_x^* , T_y^* , T_z^* pedig az átlagos impulzusnál vett effektív hőmérsékletek (azaz $T_x^* = T_x|_{E_K}$).

HBT mérések esetében a Bertsch-Pratt féle standard *out-side-long* részecskepár-koordinátarendszer használatos [26]. Itt az *out* a részecskepár átlagos transzverz impulzusának iránya, a *long* irány a z tengelynek felel meg, és a *side* irány az előző kettőre merőleges irány (amely szintén a transzverz síkba esik). Jelen dolgozatban az *out* és a *side* irányokban vett sugarakat vizsgáljuk, ezeket egyszerűen kifejezhetjük a fenti (57)-(59) mennyiségekkel:

$$R_{\text{out}}^2 = \frac{R_x^2 + R_y^2}{2}, \quad (60)$$

$$R_{\text{side}}^2 = \frac{R_x^2 + R_y^2}{2}. \quad (61)$$

Az ábrázolás során ezeket használjuk.

4. Korábbi megoldások vizsgálata

Fontosnak tartjuk, hogy a kapott eredményeinket ne csak az adatokkal, hanem más modellekből számolt mennyiségekkel is összevessük, illetve ahol ez nem lehetséges, ott legalább kitekintést nyerjünk más feltételezésekre, megoldásokra.

4.1. A Landau-Khalatnikov megoldás

Landau volt az első, aki felvetette a folyadék-modell alkalmazását a relativisztikus részecske-ütközések leírására. Ez az első analitikus megoldása a relativisztikus hidrodinamikának [7], 1+1 dimenziós, és implicit, ami miatt igen nehéz vele számolni. Előnye viszont, hogy gyorsuló, Gauss-szerű rapiditás eloszlással. Mivel ez a megoldás csak a longitudinális irányban értelmezett, ezért nem számolhatóak belőle az általunk vizsgált mennyiségek.

4.2. A Hwa-Björken megoldás

A Hwa-Björken megoldás is 1+1 dimenziós, és gyorsulásmentes, de explicit, emiatt sokkal könnyebb vele számolni, mint a Landau-féle megoldással. Ugyan R. C. Hwa már jóval Björken előtt felállította ezt a megoldást [8], de később J. D. Björken [9] ugyanazt a megoldást a kísérleti fizikusok nyelvén fogalmazta meg, és a kezdeti energiasűrűség becslését kiszámította belőle, egyből elterjedtté vált ez a modell. Ma is leginkább erre használatos, a kezdeti energiasűrűséget becslik belőle a mért részecskeszám és energiasűrűség alapján.

4.3. Egy nemrelativisztikus megoldás

A következő megemlített megoldás [27] hasonló az általunk vizsgálthoz, csak nem veszi figyelembe a relativisztikus effektusokat. A számolást itt nem részletezzük, mivel lépéseiben megegyezik a vizsgált megoldás mérhető mennyiségeinek számolásával. Kiindulásként tehát a nemrelativisztikus hidrodinamika alapegyenleteit írjuk fel, és kiegészítjük az állapotegyenlettel: $\varepsilon = \kappa p + mn$, és $p = nT$. Ez a modell is Hubble sebességmezőt, és ellipszoidális szimmetriát tételez fel, azaz a következő v sebességmezőt és s skálaparamétert tételezi fel:

$$v = \left(\frac{\dot{X}}{X} r_x, \frac{\dot{Y}}{Y} r_y, \frac{\dot{Z}}{Z} r_z \right) \quad (62)$$

$$s = \frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}, \quad (63)$$

ahol X , Y , és Z az időtől függő skálaparaméterek, \dot{X} , \dot{Y} , és \dot{Z} pedig a tágulási sebességek az adott irányokba, r_x , r_y és r_z pedig a koordináták. Faktorizáljuk a számsűrűséget: $n(r, t) = f(t)g(s)$, és a hőmérsékletet: $T = h(t)\tau(s)$, azaz a térkoordinátáktól csak a skálaváltozón keresztül függenek.

Ezekből az alábbi megoldást kapjuk:

$$n(r, t) = \frac{X_0 Y_0 Z_0}{XYZ} e^{-s/2} \quad (64)$$

$$T(r, t) = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\kappa} \tau(s) \quad (65)$$

$$\ddot{X}X = \ddot{Y}Y = \ddot{Z}Z = \frac{T}{m}, \quad (66)$$

ahol X_0, Y_0, Z_0 a (62)-es egyenletben bevezetett skálaparaméterek a kifagyás időpillanatában. Itt az alábbi forrásfüggvényből indulunk ki:

$$S(r, p) \sim n|_{t_0} \exp \left[-\frac{(p - mv)^2}{2mT_0} \right] \quad (67)$$

A Gauss-eloszlásnak köszönhetően a mérhető mennyiségek ebből egyszerűen számolhatók. Így az egyrészecske impulzus eloszlás:

$$N_1(p) \sim \exp \left[-\frac{p_x^2}{2mT_x} - \frac{p_y^2}{2mT_y} - \frac{p_z^2}{2mT_z} \right], \quad (68)$$

$$(69)$$

ahol az exponensben az alábbi effektív hőmérsékletek szerepelnek:

$$T_x = T_0 + m\dot{X}_0^2 \quad (70)$$

$$T_y = T_0 + m\dot{Y}_0^2 \quad (71)$$

$$T_z = T_0 + m\dot{Z}_0^2 \quad (72)$$

Tehát a mérhető mennyiségek:

$$N_1(p_t) = I_0(w) \exp \left[-\frac{p_t^2}{2mT_{\text{eff}}} - \frac{p_z^2}{2mT_z} \right] \quad (73)$$

$$v_2 = \frac{I_1(w)}{I_0(w)}. \quad (74)$$

Hasonlítsuk össze ezeket a (46)-os, és (50)-es egyenletekkel! Természetesen ezek nemrelativisztikus közelítésből kapott képletek, de látható, hogy az egyenletek alakilag hasonlóak a relativisztikus modellből kapott eredményekhez.

4.4. Egy relativisztikus gyorsuló megoldás

A Landau-Khalatnikov megoldás óta az alább említett megoldás [18] az első gyorsuló dimenziós egzakt megoldása a relativisztikus hidrodinamikának, és speciális esetként tartalmazza az oly népszerű Hwa-Björken megoldást is, illetve a Landau-Khalatnikov megoldással szemben expliciten felírható. A kezdeti energiasűrűség és az ultra-relativisztikus nehézion-ütköztetéseknel lejátszódó reakciók élettartamának becslésére használható, illetve meghatározható belőle a rapiditás-eloszlás $\left(\frac{dn}{dy} \right)$.

λ	d	κ	speciális eset
1	$\in \mathbb{R}$	$\in \mathbb{R}$	Hwa-Björken megoldás
2	$\in \mathbb{R}$	d	Az új gyorsuló, d dimenziós megoldás
$\in \mathbb{R}$	1	1	Speciális állapotegyenlet, de általános sebességmező

1. táblázat. A relativisztikus gyorsuló megoldásban szereplő konstansok különböző értékei, és az ezekhez tartozó határesetek, d dimenzió esetén.

Az alábbi sebességmező és nyomás tehát megoldja a relativisztikus hidrodinamika egyenleteit (η tér-idő-rapidityal és τ sajátidővel kifejezve):

$$u^\mu = (\cosh \lambda\eta, \sinh \lambda\eta) \quad (75)$$

$$p = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{\lambda d \frac{\kappa+1}{\kappa}} - B, \quad (76)$$

ahol λ a gyorsulást mértékét szabályozó paraméter, d a térdimenziók száma, B az állapotegyenletben fellépő úgynevezett zsákállandó ($\epsilon - B = \kappa(p + B)$), κ pedig az anyag kompressziómodulusa. A λ és κ különböző lehetséges értékei a 1. táblázatban vannak feltüntetve, ezen mennyiségek értékeinek változtatásával különböző relativisztikus gyorsuló megoldáshoz juthatunk, különböző lehetséges dimenziókban.

4.5. A Buda-Lund modell

Használatosak ún. parametrizációk is az adatok jobb leírására, ezek nem egzakt hidrodinamikai megoldások, de roppant sikeresen írják le a megfigyelt mennyiségeket. Ilyen például a Buda-Lund modell, mely egy hidrodinamikai megoldások halmazából inspirált parametrizáció. Több változata ismert, ezek közül egy relativisztikus Buda-Lund modellt ismertetünk [30]. Ez a modell ellipszoidálisan szimmetrikus, 3 dimenziós tágulást tételez fel lokális termalizációval. Ezen felül figyelembe veszi a folyékony termalizált mag (core) körül távol lévő kifagyott rezonancia bomlástermékeket is (halo), ez az ún. core-halo kép. Így a forrásfüggvény ezen két rész összegeként áll elő, azaz: $S(x, p) = S_c(x, p) + S_h(x, p)$, ahol $S_c(x, p) = \sqrt{\lambda^*} S(x, p)$, és λ^* a termális rész (core), és az egész (core+halo) arányát leíró mennyiség.

Az egzakt hidrodinamikai megoldásoktól abban különbözik, hogy a termalizált magra speciális alakú forrásfüggvényt ír fel:

$$S_c(x, p) d^4x = \frac{g}{(2\pi)^3} \frac{p^\mu d^4\Sigma_\mu(x)}{\exp \left[\frac{p^\nu u_\nu(x)}{T(x)} - \frac{\mu(x)}{T(x)} \right] + s_q}, \quad (77)$$

ahol g a degeneráltsági faktor, $\mu(x)$ a kémiai potenciál, s_q a kvantumstatisztikák által meghatározott faktor; $s_q = 1$ -re a Bose-Einstein-, $s_q = -1$ -re a Fermi-Dirac-, $s_q = 0$ -ra pedig a Maxwell-Boltzmann statisztikát kapjuk. A számlálóban szereplő $p^\mu d^4\Sigma_\mu(x)$ a kifagyási hiperfelület vektormértéke (az ún. Cooper-Frye prefaktor), mely itt ugyanaz, mint a vizsgált megoldásnál. Ez a parametrizáció nagyon sikeresen írja le a RHIC Au+Au ütköztetésekénél mért adatokat $\sqrt{s_{NN}} =$

Paraméter	érték	leírás
b	-0.1	hőmérsékleti gradiens
\mathcal{N}	0.0022	normálási faktor
m	139 MeV	piontömeg
T_0	170 MeV	központi kifagyási hőmérséklet
τ_0	7 fm/c	az időfejlődés hossza
u_t^2	1	transzverz tágulás a kifagyáskor
ε	0.2	impulzustérbeli aszimmetria
\dot{Z}_0	2	z irányú tágulási sebesség a kifagyáskor

2. táblázat. Az adatokkal való összehasonlításához használt próba-paraméterek

130 GeV-es, és $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV-es nukleonkénti tömegközépponti energiánál. A fent ismertetett forrásfüggvényből meghatározható az összes általunk vizsgált mérhető mennyiség (tehát a transzverz impulzus eloszlás, az elliptikus folyás, és a HBT sugarak), illetve ezen mennyiségek rapiditás függése is. Léteznek nemrelativisztikus változatai is, melyek SPS energiákon sikeresek.

5. A RHIC mérésekkel való összehasonlítás

A vizsgált modellből számolt és fent ismertetett eredményeket, azaz a (46)-os, a (50)-es, és az (56)-os egyenleteket összehasonlítom a RHIC PHENIX detektorai által mért adatokkal [21, 28, 29], minden esetben pionokkal dolgozva. A HBT mérések esetében a nem magát a (56)-os egyenletben leírt korrelációs függvényt, hanem a korrelációs sugarakra kapott eredményt ((60)-(61) egyenletek) vettem össze az adatokkal. Itt a sugarak az átlagos transzverz impulzustól (K_t -től) függenek.

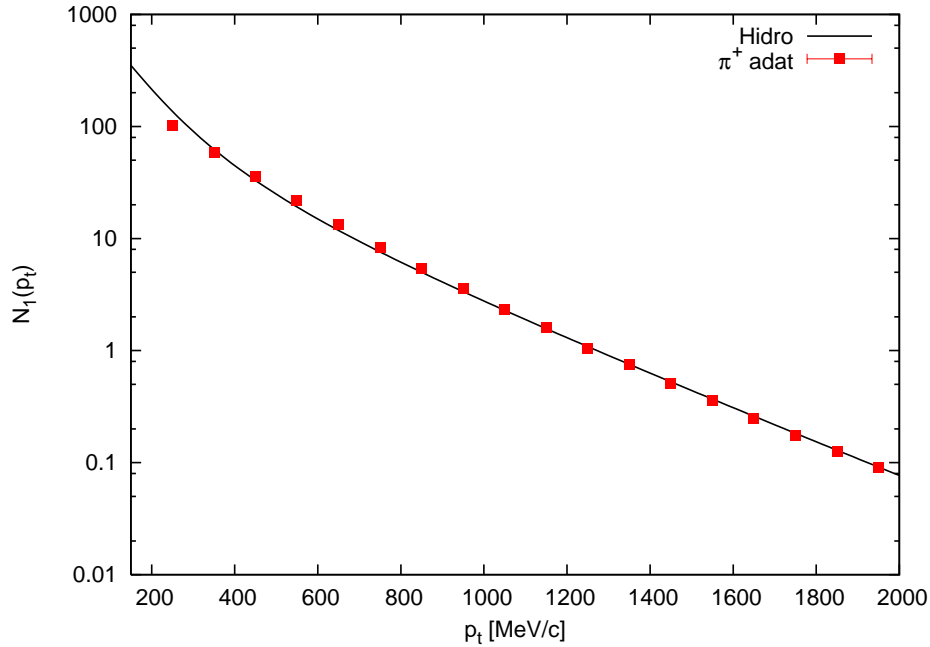
Fontos megemlíteni, hogy nem a kifagyáskor vett x , ill. y irányú tágulási sebességet (\dot{X}_0^2 , és \dot{Y}_0^2) használtam, hanem az újonnan bevezetett u_t^2 , és ε mennyiségeket, melyek jobban jellemzik a mért végállapotot. Az elliptikus folyásnál az impulzustér-beli aszimmetria a kulcs-mennyiség, ezt ε -nal jelöljük. Az impulzus eloszlásnál pedig az átlagos transzverz sebesség, u_t^2 fontos. Ezek az alábbi módon vannak definiálva:

$$\varepsilon = \frac{\dot{X}_0^2 - \dot{Y}_0^2}{\dot{X}_0^2 + \dot{Y}_0^2} \quad (78)$$

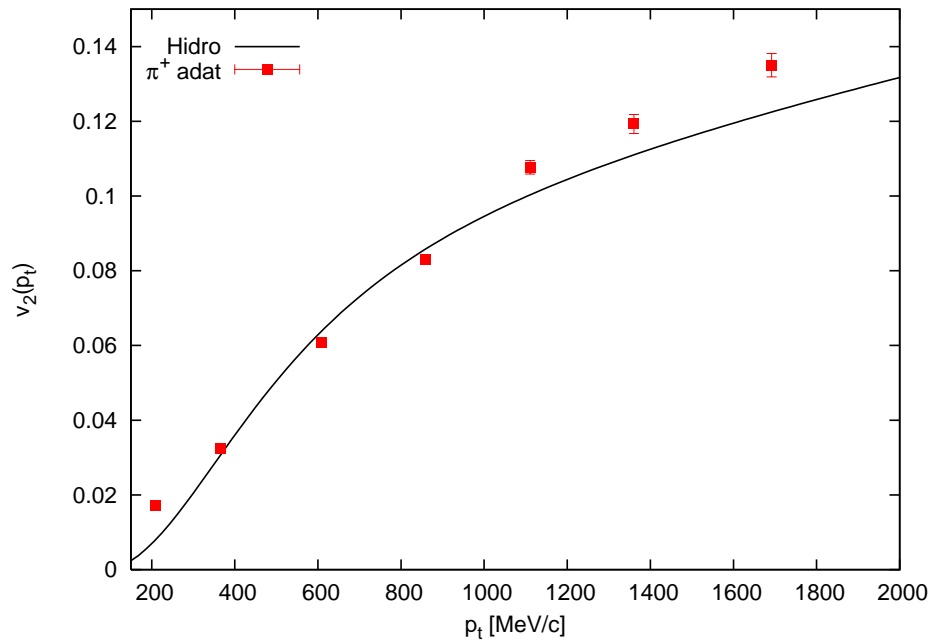
$$\frac{1}{u_t^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\dot{X}_0^2} + \frac{1}{\dot{Y}_0^2} \right). \quad (79)$$

Fejlettebb programokkal történő függvény illesztéssel a paraméterek pontos meghatározására van lehetőség, de ez későbbi analízis tárgya. Jelen dolgozatban próba-paramétereket választottam, és ezek mellett számítottam ki a megfigyelhető mennyiségeket.

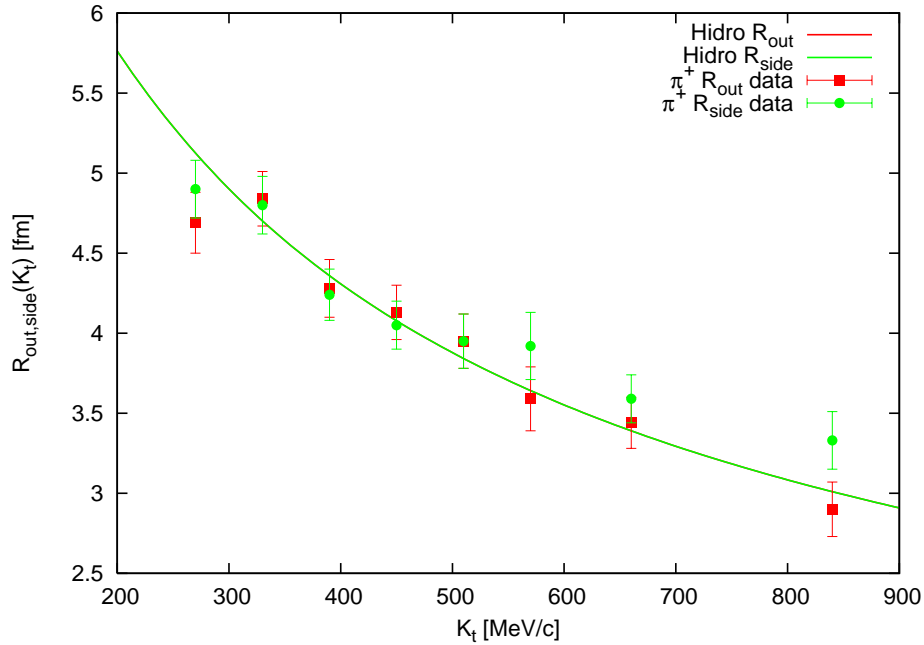
Ezeket a paramétereket részben témavezetőm cikkéből [30] merítettem, részben az adatokkal való jó egyezést elérendő határozta meg, és az 2. táblázatban foglaltam össze. A próba-paraméterekkel kiszámolt eredményeket és az adatokat a 3., 4. és 5. ábrákon mutatom be. Ezek az ábrák elsősorban azt mutatják, hogy a modell jól alkalmazható.



3. ábra. Az egyrészesecske impulzus eloszlást ábrázoltam logaritmikus skálán a transzverz impulzus (p_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany-arany ütközésekben mért spektrumról írt cikke [28]. A modellparamétereket az 2. táblázat foglalja össze.



4. ábra. Itt az elliptikus folyást látható a transzverz impulzus (p_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany-arany ütközésekben mért elliptikus folyásról írt cikke [21]. A modellparamétereket az 2. táblázat foglalja össze.



5. ábra. A Bose-Einstein korrelációs sugarakat rajzoltam ki jelen ábrán a részecskepár átlagos transzverz impulzusának (K_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany-arany ütközésekben mért korrelációkról írt cikke [29]. A modellparamétereket ld. az 2. táblázatban.

6. Összegzés

A dolgozat célja az egyrészecske spektrum, az elliptikus folyás és a korrelációs sugarak meghatározása, mérési adatokkal való összevetése volt. A hidrodinamika, mint láthattuk, sikeresen írja le a mostani nehézion-ütközésekben kialakuló új anyag, a kvark-gluon plazma viselkedését.

A bevezetésben megmutattam, hogyan juthatunk el egy hidrodinamikai modelltől konkrét, mérhető mennyiségek számolásáig, majd a következő fejezetekben meg is határoztam ezeket. A dolgozat jelentőségét elsősorban ez adja: 3+1 dimenziós relativisztikus megoldásból ezeket a mennyiségeket még nem számolták ki. A 5. fejezetben az eredményeket összevetettem a RHIC PHENIX detektorai által mért adatokkal. Nem illesztést végeztem, csak jól megválasztott paraméterekkel ábrázoltam, a számolt mennyiségeknek az adatokkal való összehasonlítása érdekében.

Az itt vizsgált ultra-relativisztikus nehézion ütközésekben, és jelen dolgozatban kicsit visszatekinthettünk a múltba, olyan állapotokat idézve fel, melyek a mostani világegyetemben sehol sem fordulnak elő. A kvarkok ezen új halmazállapotának vizsgálata érdekes, és izgalmas kutatási téma, melyben rengeteg megválaszolatlan kérdés, kutatni, és számolnivaló van még.

Hivatkozások

- [1] K. Adcox *et al.* [PHENIX Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005)
- [2] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005)

- [3] B. B. Back *et al.* [PHOBOS Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 28 (2005)
- [4] I. Arsene *et al.* [BRAHMS Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 1 (2005)
- [5] T. Csörgő, L. P. Csernai, Y. Hama és T. Kodama, Heavy Ion Phys. A **21**, 73 (2004)
- [6] L. D. Landau, Izv. Akad. Nauk Ser. Fiz. **17**, 51 (1953).
- [7] S. Z. Belenkij és L. D. Landau, Nuovo Cim. Suppl. **3S10**, 15 (1956)
- [8] R. C. Hwa, Phys. Rev. D **10**, 2260 (1974).
- [9] J. D. Bjorken, Phys. Rev. D **27**, 140 (1983).
- [10] C. B. Chiu, E. C. G. Sudarshan és K. H. G. Wang, Phys. Rev. D **12**, 902 (1975).
- [11] K. Kajantie és L. D. McLerran, Nucl. Phys. B **214**, 261 (1983).
- [12] G. Baym, B. L. Friman, J. P. Blaizot, M. Soyeur és W. Czyz, Nucl. Phys. A **407**, 541 (1983).
- [13] D. K. Srivastava *et al.* Annals Phys. **228**, 104 (1993).
- [14] K. J. Eskola, K. Kajantie és P. V. Ruuskanen, Eur. Phys. J. C **1**, 627 (1998)
- [15] T. S. Biró, Phys. Lett. B **487**, 133 (2000)
- [16] T. Csörgő, F. Grassi, Y. Hama és T. Kodama, Phys. Lett. B **565**, 107 (2003)
- [17] Yu. M. Sinyukov és I. A. Karpenko, Acta Phys. Hung. A **25**, 141 (2006)
- [18] T. Csörgő, M. I. Nagy és M. Csanád, Phys. Lett. B **663**, 306 (2008)
- [19] A. Bialas, R. A. Janik és R. B. Peschanski, Phys. Rev. C **76**, 054901 (2007)
- [20] M. S. Borshch és V. I. Zhdanov, SIGMA **3**, 116 (2007)
- [21] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 182301 (2003)
- [22] A. Adare *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98**, 172301 (2007)
- [23] A vizsgált megoldás szerzőjével folytatott privát beszélgetés alapján
- [24] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, Nature **178**, 1046 (1956).
- [25] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Y. Lee and A. Pais, Phys. Rev. **120**, 300 (1960).
- [26] S. Pratt, Phys. Rev. D **33**, 1314 (1986).
- [27] T. Csörgő, S. V. Akkelin, Y. Hama, B. Lukács and Yu. M. Sinyukov, Phys. Rev. C **67**, (2003).
- [28] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. C **69**, 034909 (2004)
- [29] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **93**, 152302 (2004)
- [30] M. Csanád, T. Csörgő, B. Lörstad és A. Ster, J. Phys. G **30**, S1079 (2004)