
RELATIVISZTIKUS HIDRODINAMIKA NEHÉZION-ÜTKÖZÉSEKBEN

B.Sc. szakdolgozat

Szerző:

Vargyas Márton

ELTE TTK, Atomfizikai Tanszék

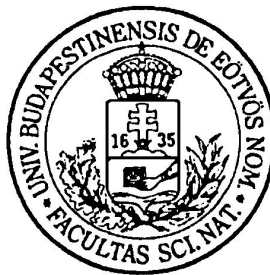
m.vargyas@gmail.com

Témavezető:

Csanád Máté, PhD

ELTE TTK, Atomfizikai Tanszék

csanad@elte.hu



2010. május 28.

Tartalomjegyzék

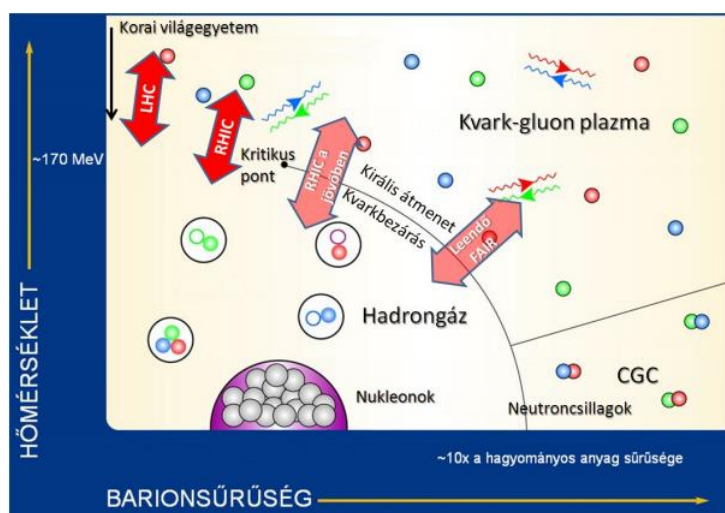
1. Bevezetés	3
2. A RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider)	4
2.1. A RHIC bemutatása	4
2.2. A PHENIX bemutatása	5
2.2.1. Globális detektorok	5
2.2.2. Központi kar	7
2.2.3. Müion kar	7
2.3. A RHIC felfedezései	7
3. Relativisztikus hidrodinamika	9
3.1. A vizsgált megoldás	9
3.2. Egyéb megoldások vizsgálata	11
3.2.1. A Landau–Khalatnikov-megoldás	11
3.2.2. A Hwa–Björken-megoldás	11
3.2.3. Egy nemrelativisztikus megoldás	11
3.2.4. Egy relativisztikus gyorsuló megoldás	12
3.2.5. A Buda–Lund-modell	13
3.3. A mérhető mennyiségek számolása	14
3.3.1. A transzverz impulzuseloszlás	14
3.3.2. Az elliptikus folyás	18
3.3.3. Kétrészecske (Bose–Einstein, vagy HBT) korreláció	19
3.4. A RHIC mérésekkel való összehasonlítás	20
3.5. Diskusszió, avagy a modell érvényessége	21
4. Összegzés	23
5. Köszönetnyilvánítás	26

Ábrák jegyzéke

1.	Az erősen kölcsönható anyag feltételezett fázisdiagramja	3
2.	A Relativistic Heavy Ion Collider és előgyorsítóinak távlati képe	4
3.	A PHENIX együttműködés vázlatos rajza. A felső ábrán – a részecskenyaláb irányából – a Központi kar (Central Arm), az alsó ábrán pedig a Müion kar (Muon Arm) látható	6
4.	Az Au–Au ütközésekben megfigyelt új jelenség: a nagyenergiás részecske-sugarak (ún. <i>jet</i> -ek) az ütközés során keletkezett közegben elnyelődhetnek (ez az ún. jet quenching, azaz a jet-elnyomás jelensége), ezért előfordul, hogy a <i>jet</i> -párok egyik felét nem észleljük	7
5.	Egy nem centrális ütközés során keletkezett aszimmetrikus, táguló "tűzgömb". Látható, hogy kollektív mozgás esetén a térbeli aszimmetria impulzustérbeli aszimmetriához vezet. Ezen aszimmetria mérésével igazolható, hogy a keletkezett anyag mozgása korrelált, folyadékokra jellemző tulajdonságokkal bír	8
6.	Az egyrészecske impulzuseloszlást ábrázoltam logaritmikus skálán a transzverz impulzus (p_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany-arany ütközésekben mért spektrumról írt cikke [32]. A modellparamétereket a 2. táblázat foglalja össze	22
7.	Itt az elliptikus folyást látható a transzverz impulzus (p_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany–arany ütközésekben mért elliptikus folyásról írt cikke [6]. A modellparamétereket a 2. táblázat foglalja össze	22
8.	A Bose–Einstein korrelációs sugarakat rajzoltam ki jelen ábrán a részecskepár átlagos transzverz impulzusának (K_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany–arany ütközésekben mért korrelációkról írt cikke [33]. A modellparamétereket ld. a 2. táblázatban	23
9.	A vizsgált modell hőmérsékletprofilja a sajátidő-függvényében az illesztésből kapott paraméterekkel, különböző κ értékekkel ábrázolva	24
10.	Az elliptikus folyás képletének $T_0 = T$ behelyettesítéssel kapott sajátidő-függése az illesztésből kapott paraméterekkel, különböző κ értékek mellett	24
11.	A $R_{out} = R_{side}$ képletének $T_0 = T$ behelyettesítéssel kapott sajátidő-függése az illesztésből kapott paraméterekkel, különböző κ értékek mellett	24

1. Bevezetés

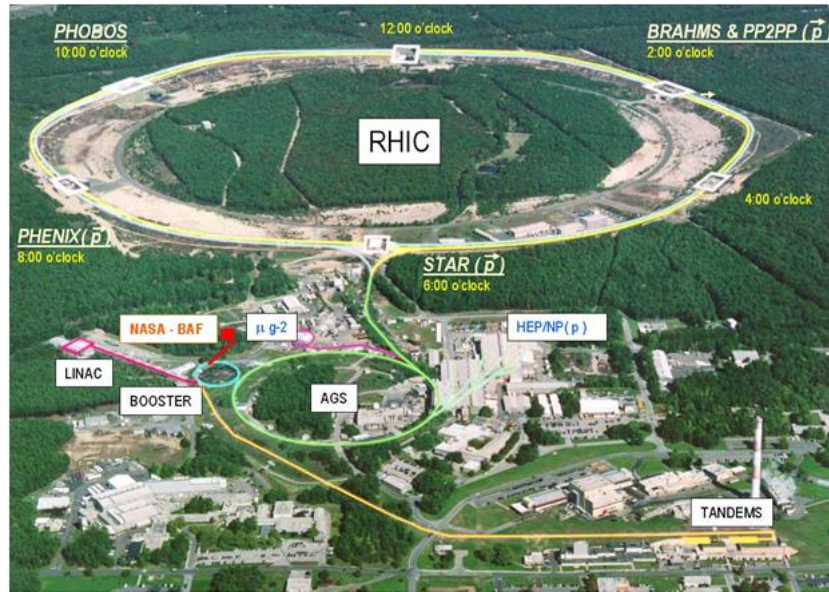
Ma már köztudott, hogy a proton és a neutron nem elemi részecskék, hanem három kvarkból állnak. De ezek a kvarkok – ellentétben a többi elemi részecske nagy részével – szabadon nem megfigyelhetők, mindig hadronokba zárva fordulnak elő. A kvantumszíndinamika (QCD) elméleti jóslata szerint azonban nagyobb energián a köztük lévő csatolás jelentősen lecsökken, így lehetőségünk nyílna a kvarkok új állapotának vizsgálatára. Az 1. ábrán látható az erősen kölcsönható anyag feltételezett fázisdiagramjának vázlatos rajza, ez illusztrálja, hogy a hőmérséklet, azaz az energiasűrűség növelésével megszüntethető ez a bezártság, azaz nagy hőmérsékleten hadronokba nem zárt kvarkok létezhetnek, és a legújabb kutatások szerint léteznek is, csak a Világegyetem tágulása miatt már lehűlt annyira, hogy környezetünkben ne találjunk ilyeneket. Nagy energiára felgyorsított nehézionok ütköztetésével azonban elérhetjük azokat a hőmérsékleteket és sűrűségeket, ahol a kvarkok kiszabadulnak hadron-börtönükből.



1. ábra. Az erősen kölcsönható anyag feltételezett fázisdiagramja

Ha elérjük is ezt az energiát, az ütközést vizsgáló detektorainkkal természetesen nem a kvarkokat látjuk majd, és nem is a feltételezett kvark-gluon plazmát, vagy kvarkanyagot, hiszen ez az ütközés után szinte azonnal kihűl annyira, hogy továbbra is csak a hadronokat detektáljuk. A kvarkok hadronokká való újra összaillesését hívjuk hadronizációnak. Az egyre fejlettebb elméleti modellek segítségével ezen adatokból sok információt nyerhetünk az ütközésekben létrejött anyag hadronizáció előtti állapotáról, mely utoljára az Ősrobbanás utáni néhány μs -ban létezett. A megfelelő energiát a RHIC-ben tehát hadronok gyorsításával, majd szembe ütköztetésével próbálják elérni, így állítva be azt a hőmérsékletet és energiasűrűséget, ami a korai Univerzumban uralkodott, és a kvarkok kiszabadításához elegendő. A most elérhető legnagyobb energia 200 GeV/nukleon, azaz összesen kb. 40 TeV – jelenleg a Relativisztikus Nehézion Ütköztetőnél, a RHIC-nél zajlanak ütközések ezen az energián.

A dolgozat címe két látszólag távoli területet kapcsol össze: a hidrodinamikát és a nehézion-ütközéseket. Jelen dolgozat a mai nehézion-fizikai kutatások egyik fő helyszínét, a Brookhavenben található Relativisztikus Nehézion Ütköztetőt (Relativistic Heavy



2. ábra. A Relativistic Heavy Ion Collider és előgyorsítóinak távlati képe

Ion Collider, azaz RHIC) és a relativisztikus hidrodinamika ezen új alkalmazási területét mutatja be. Áttekintem, hogyan állítható fel egy hidrodinamikai modell, majd egy relativisztikus hidrodinamikai megoldásból kiszámolom a nehézion-ütközésekben mérhető főbb mennyiségeket, melyeket a RHIC mérési adataival vetek össze a dolgozat végén.

2. A RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider)

2.1. A RHIC bemutatása

A nehézion-ütközések egyik fő központja a Long Island-en található Relativistic Heavy Ion Collider, azaz RHIC. A RHIC gyorsító egy 3,8 km hosszú szinkrotongyűrű, ahol protonokat, és elektronjaiktól megfosztott nehézionokat egy változó elektromos tér segítségével gyorsítanak fel a kívánt energiára. A RHIC főleg a következő részecskepárok ütköztetésére szolgál: $p+p$, $d+Au$, $Cu+Cu$, és $Au+Au$. Tipikus részecske-ütközési sebesség a fény vákuumban észlelt sebességének 99,995%-a. A gyorsítás, ahogy az az 2. ábrán is látható, több lépcsőből áll.

A **nehézionok** először egy lineáris gyorsítóba kerülnek, ezután a *BOOSTER* szinkrotronba, majd a változó gradiensű szinkrotronba (*AGS*) vezetik őket. Az arany atommag esetét véve, ez a *TANDEM* Van de Graaff gyorsítóból indul, melyet nukleonkénti kb. 1 MeV energiával hagy el, ami $Q = +32 e$ elektromos töltésnek felel meg. Ezt követően a részecskéket az erősítő szinkrotron (booster synchrotron) nukleonként 95 MeV energiára, vagyis atomonként 77 elektronhiányt képviselő $Q = +77 e$ töltésállapotra erősíti fel. Az erősítő szinkrotront elhagyva a részecske a váltakozó gradiensű szinkrotronba (Alternating Gradient Synchrotron, AGS) kerül, ahonnan végül nukleonkénti 8,86 GeV energiával, $Q = +79 e$ töltéssel (vagyis elektronok nélkül) a gyűrű 6 óra irányába eső AGS-RHIC átmeneti csatornán a tárológyűrűbe érkezik.

A **protonok** is egy lineáris gyorsítással (*LINAC*) indulnak, majd az *AGS*-en keresztül

kerülnek a fő gyűrűbe. A részecskék a lineáris gyorsítás során 200 MeV energiára tesznek szert, a *BOOSTER*-t 2 GeV -vel, az *AGS*-t pedig 23 GeV energiával hagyják el. Ezután a nyalábot két részre osztják – konvenció szerint az óramutató járásával megegyező irányban keringőt "kék", az azzal ellenkező irányban haladót pedig "sárga" nyalábnak nevezik –, és megkezdik a további gyorsítást. A protonok esetén a maximális ütközésenkénti tömegközépponti energia, $\sqrt{s} = 500\text{ GeV}$, nehézionok esetén $\sqrt{s} = 200\text{ GeV}$. A nyalábot csomagokban lövik be, egy nyaláb 55–110 csomagot, illetve tipikusan 68-at tartalmaz.

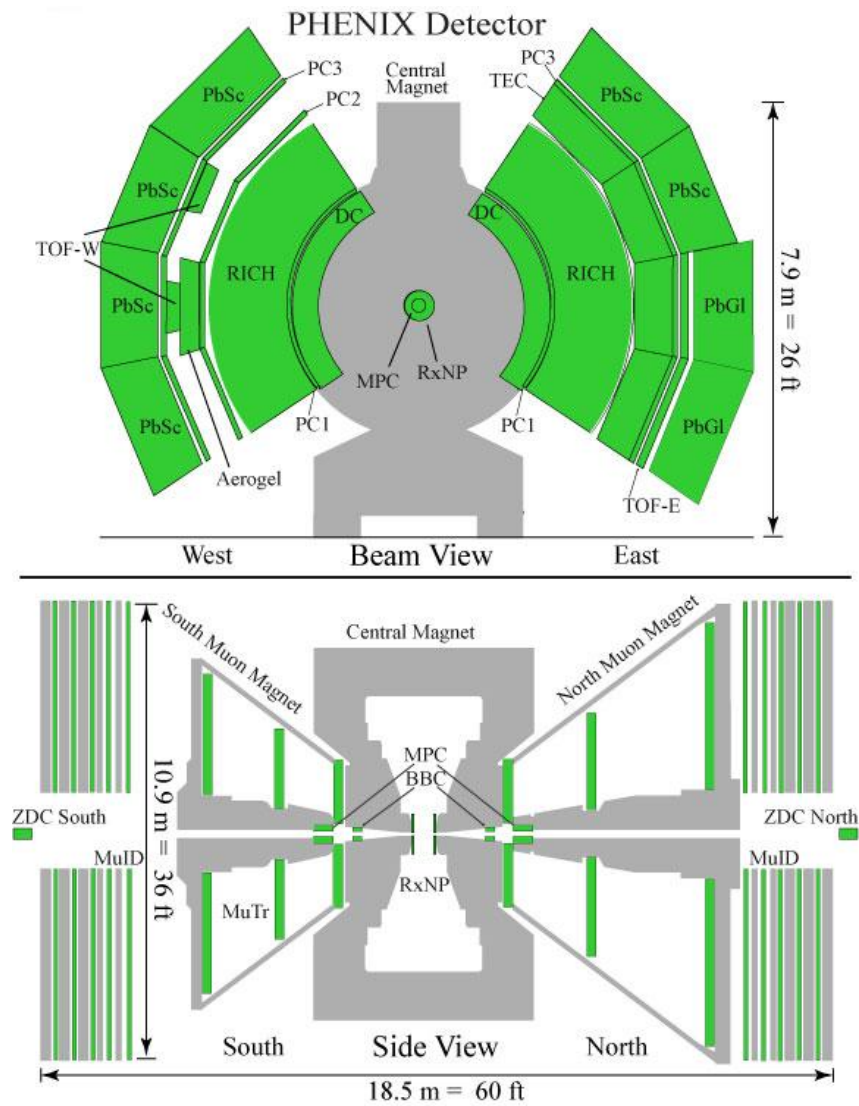
Ez a két nyaláb 6 pontban metszi egymást, ezek közül 4-nél építettek detektorokat, ezek a PHOBOS, BRAHMS, PHENIX és STAR detektorok. A PHOBOS a legkisebb, a RHIC gyűrűjénél 10 óránál található. Főleg a nagy pszeudorapiditású, azaz a nyaláb irányában haladó részecskék észlelésére alakították ki. 2005-ben azonban befejezte működését, azóta már szét is szerelték. A BRAHMS (Broad Range Hadron Magnetic Spectrometers) 2 óránál van, hasonló filozófiával tervezték, és 2006-ban ez is befejezte működését. A PHENIX (Pioneering High Energy Nuclear Interactions) detektor 8 óránál található, feladata a ritka és elektromágneses részecskék megfigyelése. Viszonylag kis térszöget fed le, de nagyon sok részecske (fotonok, elektronok, müonok és töltött hadronok) azonosítására alkalmas. A STAR (Solenoidal Tracker at RHIC) 6 óránál van, a teljes térszöget lefedi, alkalmas a töltött részecskék pályájának rekonstruálására. Ez a négy együttműködés 2005-ben bejelentette egy új, kvarkokból álló folyadék létrejöttét [1–4].

2.2. A PHENIX bemutatása

A négy együttműködés közül a PHENIX a legösszetettebb detektor, rengeteg aldetektorból épül fel. Ezeket 3 csoportba szokás sorolni: globális detektorok, a központi kar és a müondetektorok. Megkülönböztetünk továbbá trekking, ill. kaloriméter típusú detektorokat. A trekking detektorok a mágneses térben való pályagörbületből határozzák meg a töltött részecskék impulzusát, a kaloriméterek a teljes energiát mérik. Így az energia, és az impulzus ismeretében az egyes részecskék azonosíthatók. A PHENIX mágnesei és acélelemei 1657 tonnát nyomnak, az egész kb. 3000 tonna. Az 3. ábrán látható a PHENIX vázlatos rajza. A felső ábrán (a nyaláb irányából nézve a detektort) megfigyelhető a nyalábra merőleges transzverz sík. Az ütközés és a részecskekeltés az ábra közepén lévő pontból indul, majd a töltött részecskék áthaladva a központi mágnes (Central Magnet) terén elgömbülnek, és ezután érkeznek be a 45° -ot lefedő detektorokba. Belül található a trekking típusú detektorok, a kalorimétereket pedig kívül helyezték el, hiszen ezekben a részecskék elnyelődnek. Az alsó ábra oldalról mutatja a PHENIX-et, itt a központi mágnes és a müon kar látható. A következőkben röviden bemutatom a különböző aldetektorokat.

2.2.1. Globális detektorok

A globális detektorok segítségével válogatják ki az érdekes eseményeket, azaz triggerként működnek, továbbá ezekkel határozzák meg az események centralitását (azaz hogy az ütköző atommagok mennyire fednek át), ill. az ütközési pont (vertex) helyzetét. Az utóbbi években további detektorokat építettek be, melyekkel a vertex pontosabban meghatározható, ezek a Multiplicity Vertex Detector (MVD), és a Reaction Plane Detector (R_xNP).



3. ábra. A PHENIX együttműködés vázlatos rajza. A felső ábrán – a részecskenyaláb irányából – a Központi kar (Central Arm), az alsó ábrán pedig a Műon kar (Muon Arm) látható

2.2.2. Központi kar

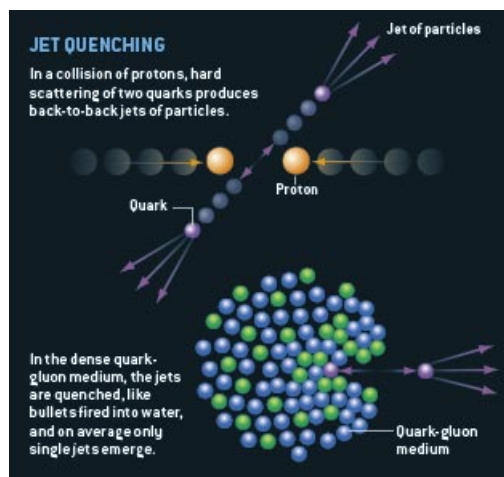
A központi karban található a legtöbb detektor. A Drift Chamber (DC) és a Pad Chamber (PC) roppant összetett trekking detektorok, azaz a mágneses térben elgörbített töltött részecskék pályáját határozzák meg, melyből az impulzusuk számolható. Ismert impulzusú részecskéket a központi karban található többi detektorral lehet azonosítani az energia mérésével. Erre a Ring Imaging Cherenkov (RICH), Aerogel Cherenkov Counter és Electromagnetic Calorimeter (EMC), illetve a repülési időt mérő Time-of-Flight (TOF) detektor alkalmas.

2.2.3. Müion kar

A müion karban található detektorokkal a müionok azonosítását olyan acéllemezeket beépítésével könnyítették meg, melyek a többi részecskét elnyelik. A nyaláb irányában 45° -os szöget fed le, elrendezésének megvan az az előnye, hogy ezáltal az első elnyelő réteg a központi mágnes. A beérkező müionok pályáját a Muon Tracker-rel (MuTr) rekonstruálják, energiájukat a Muon Identifier (MuID) méri.

2.3. A RHIC felfedezései

A RHIC-nél a korábbi, kisebb energiájú ütközésektől teljesen eltérő jelenséget tapasztaltak: a keletkezett anyagból kifelé jövő nagy impulzusú részecskenyalábok (ún. *jet*-ek) ellentétes irányú, azaz az anyagba befelé haladó párját nem, vagy csak kisebb mértékben detektálták [1–4] (ld. 4 ábra).



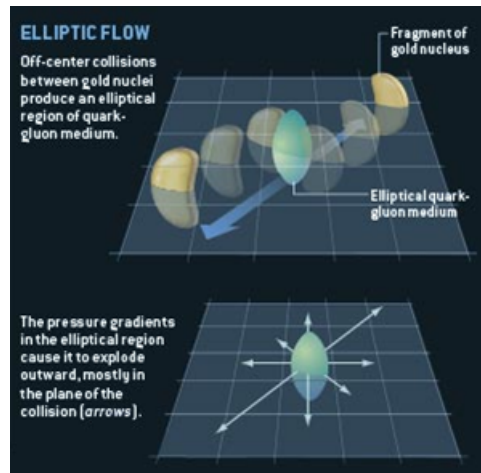
4. ábra. Az Au–Au ütközésekben megfigyelt új jelenség: a nagyenergiás részecskesugarak (ún. *jet*-ek) az ütközés során keletkezett közegben elnyelődhetnek (ez az ún. jet quenching, azaz a jet-elnyomás jelensége), ezért előfordul, hogy a *jet*-párok egyik felét nem észleljük

Ez arra engedett következtetni, hogy a létrejött anyag erősen kölcsönható, még a nagyenergiás részecskéket is elnyeli, amennyiben azok kellő távolságot tesznek meg benne. Ennek magyarázatára egy új, ezen az energián létező, nem bezárt kvarkokból álló anyagot feltételeztek, mely ezeket a nagy transzverz impulzusú részecskéket elnyeli vagy fékezi. A

jelenség megerősítése céljából d–Au ellenpróbát végeztek, ott ugyanis az ütköző atomok méretkülönbsége miatt nem jön létre ez az új anyag. Ha tehát itt nem tapasztalható a fent említett elnyomás, akkor a jelenségért az Au–Au ütközésekben létrejött új anyag a felelős, amit a mérésekkel meg is erősítették.

Elméleti leírására a hidrodinamikai modellek bizonyultak a legsikeresebbnek [1–4], a közvetlenül az ütközés után keletkezett anyagot egy táguló, és ezáltal hűlő tűzgömbként elképzelve megmagyarázták az adatok skálaviselkedését. Ez a skálaviselkedés abban nyilvánul meg, hogy bizonyos mérhető mennyiségek a többi mennyiségtől egyenként nem, csak azok bizonyos kombinációjától függenek. Ezt a hidrodinamikai modellek sikeresen értelmezték, ezért a jelenség elméleti vizsgálatához nagyon fontos a hidrodinamika parciális differenciálegyenleteiből felállítható egzakt analitikus megoldások keresése. Ez azonban nehéz feladat, igen kevés ilyen megoldás létezik, és még kevesebbet hasonlítottak össze az adatokkal. Az irodalom (ld. a [13, 14, 16–28] cikkeket) átfésülése után megállapítható, hogy jelen munka úttörő jellege elsősorban abból adódik, hogy nem számították még ki egyetlen 1+3 dimenziós egzakt analitikus relativisztikus hidrodinamikai megoldásból sem a jelen dolgozatban kiszámolt – és közvetlenül mérhető – mennyiségeket.

A pontosabb megismeréséhez mérföldkő volt a folyás-koefficiens meghatározása, mely a hadronok impulzuseloszlásának aszimmetriáját méri és a kollektív viselkedéssel hozható kapcsolatba (ld. 5. ábra). A létrejött táguló "tűzgömb" kezdetben aszimmetrikus lehet, hiszen az ütközések többsége nem centrális. Kollektív viselkedés esetén ez a térbeli aszimmetria impulzustérbeli aszimmetriát okoz, de nem vagy gyengén kölcsönható részecskék, pl. ideális gáz esetén elhanyagolható, hiszen annak tágulása a térbeli eloszlástól függetlenül izotróp.



5. ábra. Egy nem centrális ütközés során keletkezett aszimmetrikus, táguló "tűzgömb".

Látható, hogy kollektív mozgás esetén a térbeli aszimmetria impulzustérbeli aszimmetriához vezet. Ezen aszimmetria mérésével igazolható, hogy a keletkezett anyag mozgása korrelált, folyadékokra jellemző tulajdonságokkal bír

A mérések során a folyás-koefficiens nullánál nagyobb lett [6]: a keletkezett anyag ilyen korrelált mozgása viszont folyadékokra jellemző. A későbbi kutatások még ennél is tovább mentek, kimutatták, hogy a keletkezett anyag tökéletes folyadék, az eddig talált

legfolyékonyabb anyagnál, a szuperfolyékony héliumnál is egy nagyságrenddel kisebb a viszkozitása [7]. Ez az anyag rendkívül magas hőmérséklete miatt (kb. 2 teraK) még inkább meglepő!

3. Relativisztikus hidrodinamika

Lássuk tehát, hogyan alkalmazhatjuk a relativisztikus hidrodinamika egyenleteit nagyenergiás nehézion-ütközésekre! Az alábbi úton jutunk az elméleti leírástól a mérhető mennyiségek meghatározásáig. Először felírjuk a hidrodinamika alapegyenleteit:

$$\partial_\mu(nu^\mu) = 0 \quad (1)$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \text{ ahol } T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (2)$$

ahol n a számsűrűség, u^μ a relativisztikus négyessebesség, $T^{\mu\nu}$ az energia-impulzus tenzor, ϵ az energiasűrűség, p a nyomás, μ és ν a négyes koordináták indexei, ∂_μ pedig a négyes koordináták szerinti deriválás. Az első egyenlet a relativisztikus kontinuitási egyenlet, a második pedig az energia-impulzus tenzor megmaradását fejezi ki. A második egyenlet áttranszformálható a nemrelativisztikus hidrodinamikából ismert Euler- és energiamegmaradási egyenletté. De így kevesebb egyenletünk van, mint ismeretlenünk, ezért ezeket kiegészítjük az anyag állapotegyenletével:

$$\epsilon = \kappa p, \quad (3)$$

$$p = nT, \quad (4)$$

ahol κ az anyag kompresszió-modulusa, amely bizonyos megoldásokban függ a hőmérséklettől. Ezek az ún. lökeshullám-modellek, melyeknél a fázisátmenet egy lökeshullám során következik be κ ugrásával. Az itt vizsgált, és számos más ütközésmentes megoldásban [10, 11] azonban a kifagyás κ ugrása nélkül következik be, ezek az ún. önkifagyasztó megoldások. Így κ -t állandónak véve egyenlővé tehető a közegbeli hangsebesség reciprokának négyzetével, azaz $\kappa = 1/c_s^2$. Ha a fenti parciális differenciálegyenlet-rendszernek megtaláljuk egy megoldását, abból kiszámíthatjuk a nehézion-ütközésekben mért mennyiségeket.

3.1. A vizsgált megoldás

Az itt részletezett megoldás [5] önhasonlóságot, és ellipszoidális szimmetriát tételez fel. Itt az ellipszoidális szimmetria azt jelenti, hogy adott pillanatban egy ellipszoid felületén a termodinamikai mennyiségek állandóak. Ennek a táguló ellipszoidnak a szintfelületeit az s skálaváltozó írja le:

$$s = \frac{x^2}{X(t)^2} + \frac{y^2}{Y(t)^2} + \frac{z^2}{Z(t)^2}, \quad (5)$$

ahol $X(t)$, $Y(t)$, és $Z(t)$ csak az időtől függő skálaparaméterek, x , y és z pedig a koordinátákat jelölik (későbbiekben x alkalmanként a négyesvektort jelöli, de ahol ez értelemzavaró lenne, ott ezt x^μ -vel jelöltem).

A sebességmező leírására az asztrofizikából kölcsönzött kép adott inspirációt. Izotróp Hubble-sebességmezővel írták le az Univerzum tágulását, ami azt jelenti, hogy a távolabb lévő részecskéknél nagyobb a sebessége. Ez jól leírja a robbanásból származó tágulásokat, hiszen akkor a nagyobb sebességű részecskék jutnak messzebb, így tehát a távolabbiak mozognak gyorsabban. Hubble-sebességmezőt használunk itt is, azzal a különbséggel, hogy itt nem izotróp, a különböző irányokba más-más sebességekkel tágul, azaz a sebességmező irányfüggő:

$$u^\mu = \gamma \left(1, \frac{\dot{X}}{X}x, \frac{\dot{Y}}{Y}y, \frac{\dot{Z}}{Z}z \right). \quad (6)$$

A Csörgő és társai által talált megoldás termodinamikai mennyiségei a következők:

$$n = n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^3 \nu(s) \quad (7)$$

$$T = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)} \quad (8)$$

$$p = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3+\frac{3}{\kappa}}, \quad (9)$$

ahol n a számsűrűség, T a hőmérséklet, p pedig a nyomás és $p_0 = n_0 T_0$. Részletesebb vizsgálatkor kiderül, hogy a feltételezett sebesség ((6)-os egyenlet), és a fenti termodinamikai mennyiségek csak az $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z} = \text{const.}$ feltétellel oldják meg a hidrodinamika alapegyenleteit ((1)-es, és (2)-es egyenletek). Ekkor $X = \dot{X} \cdot t$, $Y = \dot{Y} \cdot t$ és $Z = \dot{Z} \cdot t$, amiből pedig belátható, hogy:

$$u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau}, \quad (10)$$

ahol x^μ a relativitáselméletből jól ismert téridő-négyesvektor, τ pedig a sajátidő. Mivel a termodinamikai mennyiségek csak τ -tól és s -től függenek, ezért s skálaváltozó. A $\nu(s)$ függvényt célszerű egy táguló tűzgömbként elképzelni:

$$\nu(s) = e^{-bs/2}, \quad (11)$$

ahol $b = \left. \frac{\Delta T}{T} \right|_r$ egy hőmérséklet-gradienshez hasonló mennyiség, és várhatóan negatív, mivel a tűzgömbünk hőmérséklete kifelé csökken, továbbá állandó. Természetesen elképzelhető más hőmérsékletprofil is, (például ahol b változik), de az más modellekkel írható le. Ez tehát a megoldás, amelyből kiindulok, és kiszámítom belőle a megfigyelhető mennyiségeket, majd összevetem az adatokkal.

A Maxwell–Boltzmann-eloszlásból származtatható a forrásfüggvény $S(x, p)$, ami megadja, hogy egy adott helyen, adott impulzussal milyen valószínűséggel keletkezik részecske. Ehhez a hadronok kifagyásáról tételezzük fel, hogy csak a sajátidőtől függ, és e mentén $H(\tau)$ eloszlás írja le. Pillanatszerű kifagyást feltételezve $H(\tau) = \delta(\tau - \tau_0)$. Ekkor a forrásfüggvény ($k_{\text{Boltzmann}} = 1$, és $c = 1$ egységrendszerben):

$$S(x, p) d^4x = \mathcal{N} n \exp \left[-\frac{p_\mu u^\mu(x)}{T(x)} \right] H(\tau) d\tau p_\mu d^3\Sigma_\mu(x), \quad (12)$$

ahol $d^3\Sigma_\mu(x)$ a kifagyási hiperfelület vektormértéke, ez Lorentz-szorozva p^μ -vel a részecskék fluxusát adja; \mathcal{N} pedig a normálási faktor. Mivel jelen esetben (konstans τ melletti kifagyás esetén) $d^3\Sigma_\mu(x) = \frac{u^\mu d^3x}{u^0}$, és mivel a sajátidő a folyadék mentén telik, azaz $d\tau = u^\mu dx_\mu$, a forrásfüggvény:

$$S(x, p)d^4x = \mathcal{N}n \exp\left[-\frac{p_\mu u^\mu(x)}{T(x)}\right] H(\tau) \frac{p_\mu u^\mu}{u^0} d^4x. \quad (13)$$

Ebből a forrásfüggvényből számolhatók a mérhető mennyiségek.

3.2. Egyéb megoldások vizsgálata

Fontos, hogy a kapott eredményeket ne csak az adatokkal, hanem más elméleti modellekkel, illetve más modellekből számolt mennyiségekkel is összevessük, és ahol ez nem lehetséges, ott legalább kitekintést nyerjünk más feltételezésekre, megoldásokra. A következőkben áttekintem a legfontosabb analitikus és parametrikus modelleket.

3.2.1. A Landau–Khalatnikov-megoldás

Landau volt az első, aki felvetette a folyadékmodell alkalmazását a relativisztikus részecske-ütközések leírására. Ez az első analitikus megoldása a relativisztikus hidrodinamikának [16], 1+1 dimenziós, és implicit, ami miatt igen nehéz vele számolni. Előnye viszont, hogy gyorsuló, Gauss-görbe jellegű rapiditás-eloszlással. Mivel ez a megoldás csak a longitudinális irányban értelmezett, nem számolhatók belőle az általunk vizsgált mennyiségek.

3.2.2. A Hwa–Bjørken-megoldás

A Hwa-Bjørken megoldás is 1+1 dimenziós, és gyorsulásmentes, de explicit, emiatt sokkal könnyebb vele számolni, mint a Landau-féle megoldással. R. C. Hwa már jóval Bjørken előtt felállította ugyan ezt a megoldást [17], de később J. D. Bjørken [18] ugyanazt a megoldást más alakra hozta, melyből a kezdeti energiasűrűség könnyebben megbecsülhető. Ennek köszönheti népszerűségét, és ma is leginkább erre használatos; a kezdeti energiasűrűséget becslik belőle a mért részecskeszám és energiasűrűség alapján.

3.2.3. Egy nemrelativisztikus megoldás

A következő megoldás [8] hasonló az általunk vizsgálthoz, csak nem veszi figyelembe a relativisztikus effektusokat. A számolást itt nem részletezzük, mivel lépéseiben megegyezik a vizsgált megoldás mérhető mennyiségeinek számolásával. Kiindulásként tehát a nemrelativisztikus hidrodinamika alapegyenleteit írjuk fel, amit kiegészítünk az állapotegyenlettel: $\varepsilon = \kappa p + mn$, ahol $p = nT$. Ez a modell is Hubble-sebességmezőt és ellipszoidális szimmetriát használ, azaz a következő v sebességmezőt és s skálaparamétert tételezi fel (itt is $k_{\text{Boltzmann}} = 1$, és $c = 1$ egységrendszerben):

$$v = \left(\frac{\dot{X}}{X} r_x, \frac{\dot{Y}}{Y} r_y, \frac{\dot{Z}}{Z} r_z \right) \quad (14)$$

$$s = \frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}, \quad (15)$$

ahol X , Y és Z az időtől függő skálaparaméterek, \dot{X} , \dot{Y} és \dot{Z} a skálaparaméterek idő szerinti deriváltjai az adott irányokba, r_x , r_y és r_z pedig a helykoordináták. Faktorizáljuk a számsűrűséget: $n(r, t) = f(t)g(s)$, és a hőmérsékletet: $T = h(t)\tau(s)$ feltételezve, hogy a térkoordinátáktól csak a skálaváltozón keresztül függenek. Az alábbi termodinamikai mennyiségek a sebességgel együtt megoldják a hidrodinamika differenciálegyenleteit:

$$n(r, t) = \frac{X_0 Y_0 Z_0}{XYZ} e^{-s/2} \quad (16)$$

$$T(r, t) = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\kappa} \tau(s) \quad (17)$$

$$\ddot{X}X = \ddot{Y}Y = \ddot{Z}Z = \frac{T}{m}, \quad (18)$$

ahol X_0 , Y_0 , Z_0 a (14)-es egyenletben bevezetett skálaparaméterek a kifagyás időpillanatában. A mérhető mennyiségek a forrásfüggvényből számolhatók. Itt a forrásfüggvény:

$$S(r, p)d^3x = \mathcal{N}n|_{t_0} \exp \left[-\frac{(p - mv)^2}{2mT_0} \right] d^3x, \quad (19)$$

ahol \mathcal{N} a normálási tényező. A Gauss-eloszlásnak köszönhetően a mérhető mennyiségek ebből egyszerűen számolhatók. Az első mérhető mennyiség az egyrészecske impulzuseloszlás, ami azt adja meg, hogy hány részecske található egy adott impulzusnál. Ez a forrásfüggvény térkoordináták szerinti integrálásából adódik, azaz $N_1(p) = \int_{\mathbb{R}^3} S(x, p)d^3x$.

$$N_1(p) = \mathcal{N} \exp \left[-\frac{p_x^2}{2mT_x} - \frac{p_y^2}{2mT_y} - \frac{p_z^2}{2mT_z} \right], \quad (20)$$

ahol az exponensben az alábbi effektív hőmérsékletek szerepelnek:

$$T_x = T_0 + m\dot{X}_0^2 \quad (21)$$

$$T_y = T_0 + m\dot{Y}_0^2 \quad (22)$$

$$T_z = T_0 + m\dot{Z}_0^2. \quad (23)$$

Ezeket azért nevezzük effektív hőmérsékleteknek, mert így a Maxwell–Boltzmann-eloszláshoz hasonlóan $e^{-E/T} = e^{-p^2/2mT}$ alakú lesz az eloszlásfüggvény. A mérhető mennyiségeket ezek alapján kiszámoltam, de azokat a vizsgált relativisztikus megoldás megfelelő alfejezeteinél ismertetem.

3.2.4. Egy relativisztikus gyorsuló megoldás

A Landau–Khalatnikov-megoldás óta az alább említett megoldás [14] az első gyorsuló dimenziós egzakt megoldása a relativisztikus hidrodinamikának, és speciális esetként tartalmazza a Hwa–Bjørken-megoldást is, illetve a Landau–Khalatnikov-megoldással szemben expliciten felírható. A kezdeti energiasűrűség és az ultra-relativisztikus nehézion-ütköztetéseknel lejátszódó reakciók élettartamának becslésére használható, illetve meghatározható belőle a rapiditás-eloszlás (dn/dy). Az alábbi sebességmező és nyomás tehát megoldja a relativisztikus hidrodinamika egyenleteit (η téridő-rapiditással és τ sajátidővel kifejezve):

λ	d	κ	speciális eset
1	$\in \mathbb{R}$	$\in \mathbb{R}$	Hwa–Bjørken-megoldás
2	$\in \mathbb{R}$	d	A gyorsuló, d dimenziós megoldás
$\in \mathbb{R}$	1	1	Speciális állapotegyenlet, ált. sebességmező

1. táblázat. A relativisztikus gyorsuló megoldásban szereplő konstansok különböző értékei, és az ezekhez tartozó határesetek, d dimenzió esetén

$$u^\mu = (\cosh \lambda \eta, \sinh \lambda \eta) \quad (24)$$

$$p = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{\lambda d \frac{\kappa+1}{\kappa}} - B, \quad (25)$$

ahol λ a gyorsulást mértékét szabályozó paraméter, d a térdimenziók száma, B az állapotegyenletben fellépő úgynevezett zsákállandó ($\epsilon - B = \kappa(p + B)$), κ pedig az anyag kompresszió-modulusa. A λ és κ különböző lehetséges értékei a 1. táblázatban vannak feltüntetve, e mennyiségek értékeinek változtatásával különböző relativisztikus gyorsuló megoldásokhoz juthatunk, különböző lehetséges dimenziókban.

3.2.5. A Buda–Lund-modell

Használatosak ún. parametrizációk is az adatok jobb leírására, ezek nem egzakt hidrodinamikai megoldások, de roppant sikeresen írják le a megfigyelt mennyiségeket. Ilyen például a Buda–Lund-modell, mely egy hidrodinamikai megoldások mintájára végzett parametrizáció. A végállapotot mint eloszlást parametrizálják, és ez a parametrizáció közelíthet egy hidrodinamikai megoldáshoz. Több változata ismert, ezek közül egy relativisztikus Buda–Lund-modellt ismertetek [9]. Ez a modell ellipszoidálisan szimmetrikus, 3 dimenziós tágulást tételez fel lokális termalizációval. Az egzakt hidrodinamikai megoldásoktól abban különbözik, hogy a termalizált magra speciális alakú forrásfüggvényt ír fel:

$$S(x, p) d^4x = \frac{g}{(2\pi)^3} \cdot \frac{p^\mu d^4 \Sigma_\mu(x)}{\exp \left[\frac{p^\nu u_\nu(x)}{T(x)} - \frac{\mu(x)}{T(x)} \right] + s_q}, \quad (26)$$

ahol g a degeneráltsági faktor, $\mu(x)$ a kémiai potenciál, s_q a kvantumstatisztikák által meghatározott faktor; $s_q = 1$ -re a Bose–Einstein-, $s_q = -1$ -re a Fermi–Dirac-, $s_q = 0$ -ra pedig a Maxwell–Boltzmann-statisztikát kapjuk. A számlálóban szereplő $p^\mu d^4 \Sigma_\mu(x)$ a kifagyási hiperfelület vektormértéke (az ún. Cooper–Frye prefaktor), mely itt ugyanaz, mint a vizsgált megoldásnál. Ez a parametrizáció nagyon sikeresen írja le a RHIC Au–Au ütköztetésekénél mért adatokat $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV-es, és $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiánál. A fent ismertetett forrásfüggvényből meghatározható az összes általunk vizsgált mérhető mennyiség (tehát a transzverz impulzuseloszlás, az elliptikus folyás, és a HBT sugarak), illetve e mennyiségek rapiditásfüggése is. Léteznek nemrelativisztikus változatai is, melyek SPS energiákon sikeresek.

3.3. A mérhető mennyiségek számolása

A bevezetésben már említettem, hogy nem számították még ki egyetlen 1+3 dimenziós relativisztikus hidrodinamikai megoldásból sem az itt kiszámolt mennyiségeket. A következőkben a 3.1-es fejezetben részletezett megoldásból [5] meghatározom a transzverz impulzuseloszlást, majd ebből az elliptikus folyást és a korrelációs együtthatókat.

3.3.1. A transzverz impulzuseloszlás

Említettem, hogy a kísérletek során csak a kifagyott hadronokat detektáljuk, tehát nem kapjuk meg, hogy hol keletkezett a részecske, hanem csak azt, hogy mekkora az impulzusa. Ezért a forrásfüggvény ($S(x, p)$) nem alkalmas az adatokkal való összehasonlításra, mert tartalmazza a keletkezés helyét is. Ki kell integrálni a koordinátákra, így megkapjuk a hadronok egyrészecske impulzuseloszlását ($N_1(p)$)-t, ami már mérhető mennyiség. Azonban a RHIC főbb detektorainak felépítése olyan, hogy csak kis longitudinális impulzusnál tudnak hadronokat detektálni ($p_z = 0$), továbbá a statisztika javítása érdekében többnyire egyváltozós méréseket végeznek: a transzverz (z -re merőleges) síkbeli ϕ szögtől független, p_t -vel jelölt transzverz impulzust mérik, és így kapják a transzverz impulzuseloszlást, $N_1(p_t)$ -t, ezt kell tehát meghatároznunk. Előbb azonban az egyrészecske impulzuseloszlást kell kiszámolni, mert csak ebből kapható meg a keresett transzverz impulzuseloszlás.

Feladatunk tehát a forrásfüggvény kiintegrálása, hiszen $N_1(p) = \int_{\mathbb{R}^4} S(x, p) d^4x$. Helyettesítsük be a (13)-as képletbe a megoldást:

$$\begin{aligned}
S(x, p) d^4x &= \mathcal{N} n \exp\left(-\frac{p_\mu u^\mu}{T(x)}\right) H(\tau) d\tau \frac{Et - p_x x - p_y y - p_z z}{\tau} \frac{\tau}{t} d^3x \\
&= \mathcal{N} n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^3 \nu(s) \exp\left(\frac{-(Et - p_x x - p_y y - p_z z)\nu(s)}{\tau_0 T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3/\kappa}}\right) \\
&\quad \times (Et - p_x x - p_y y - p_z z) \frac{1}{t} \delta(\tau - \tau_0) d\tau d^3x
\end{aligned} \tag{27}$$

Először el kell végeznünk a τ -ra való integrálást, ez a legegyszerűbb, hiszen az integrandus Dirac-deltát tartalmaz. Ehhez kifejezzük a t változót τ -val: $t = \sqrt{\tau^2 + x^2 + y^2 + z^2}$.

Mivel az emisszió maximuma az ütközés középpontjához közel van, ezért a $x^2 + y^2 + z^2 \ll \tau_0^2$ feltétellel a koordinátákban másodrendű nyeregponthoz közelítést alkalmazhatunk. Ezután az exponenst teljes négyzetté alakíthatjuk. A keletkező függvény integrálása immár könnyen megtehető. A τ -ra való integrálás után, a térkoordinátákban másodrendű nyeregponthoz közelítést alkalmazva $S(x, p)$ a következő alakot ölti:

$$\int_{\mathbb{R}} S(x, p) d\tau = \mathcal{N} n_0 f_\xi f_x(x) f_y(y) f_z(z) \left(E - \frac{p_x x}{\tau_0} - \frac{p_y y}{\tau_0} - \frac{p_z z}{\tau_0}\right), \tag{28}$$

ahol

$$f_x(x) = \exp \left[-\frac{(x - x_s)^2}{2R_x^2} \right], \quad (29)$$

$$f_y(y) = \exp \left[-\frac{(y - y_s)^2}{2R_y^2} \right], \quad (30)$$

$$f_z(z) = \exp \left[-\frac{(z - z_s)^2}{2R_z^2} \right] \text{ és} \quad (31)$$

$$f_\xi = \exp \left[-\frac{E}{T_0} + \frac{p^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} - \frac{p_z^2}{2ET_z} \right]. \quad (32)$$

Itt T_x, T_y, T_z az effektív hőmérsékletek, azaz logaritmikusan inverz meredekségek az adott irányokba. Ezeket azért nevezzük így, mivel a Maxwell–Boltzmann-féle hőmérsékleti eloszlásban a $e^{-\frac{E}{T}}$ tényező határozza meg az energiától (vagy az impulzustól) való függést, ahol T a hőmérséklet. A későbbi eredmények egyszerű alakra hozása miatt érdemes az alábbi effektív hőmérsékletekkel számolnunk:

$$T_x = T_0 + \frac{ET_0 \dot{X}_0^2}{b(T_0 - E)} \quad (33)$$

$$T_y = T_0 + \frac{ET_0 \dot{Y}_0^2}{b(T_0 - E)} \quad (34)$$

$$T_z = T_0 + \frac{ET_0 \dot{Z}_0^2}{b(T_0 - E)}. \quad (35)$$

Az x_s, y_s és z_s paraméterek az emisszió középpontjai, azaz a "nyeregpon" koordinátái:

$$x_s = \frac{p_x \tau_0 (T_x - T_0)}{ET_x} \quad (36)$$

$$y_s = \frac{p_y \tau_0 (T_y - T_0)}{ET_y} \quad (37)$$

$$z_s = \frac{p_z \tau_0 (T_z - T_0)}{ET_z}, \quad (38)$$

az R_x^2, R_y^2, R_z^2 mennyiségek pedig a forrás látszólagos méreteit jelentik:

$$R_x^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_x - T_0)}{ET_x} \quad (39)$$

$$R_y^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_y - T_0)}{ET_y} \quad (40)$$

$$R_z^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_z - T_0)}{ET_z}, \quad (41)$$

A (28)-as egyenletben látható, hogy f_ξ kiemelhető az integrálás elé, mert nem függ az integrálási változóktól. A Gauss-függvények integráljára vonatkozó ismert összefüggéseket

felhasználva az egyrészecske impulzuseloszlás:

$$N_1(p) = \int_{\mathbb{R}^4} S(x, p) d^4x = \bar{N} \cdot \bar{E} \cdot \bar{V} \cdot \exp \left[\frac{p^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} - \frac{p_z^2}{2ET_z} - \frac{E}{T_0} \right], \quad (42)$$

ahol

$$\bar{N} = \mathcal{N} n_0 \left(\frac{2T_0 \tau_0^2 \pi}{E} \right)^{3/2}, \quad (43)$$

$$\bar{E} = \left(E - \frac{p_x^2(1 - \frac{T_0}{T_x})}{E} - \frac{p_y^2(1 - \frac{T_0}{T_y})}{E} - \frac{p_z^2(1 - \frac{T_0}{T_z})}{E} \right), \quad (44)$$

$$\bar{V} = \sqrt{\left(1 - \frac{T_0}{T_x}\right) \left(1 - \frac{T_0}{T_y}\right) \left(1 - \frac{T_0}{T_z}\right)}. \quad (45)$$

A részecskefizikában gyakran használatos a pszeudorapiditás fogalma, mely a sugárnyalábbal bezárt szöggel hozható kapcsolatba: $\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$. A RHIC PHENIX detektorai $\eta < 0.35$ rapiditás ablakban mérnek, ami $\sim 20^\circ$ -os szöget jelent. Felhasználva a pszeudorapiditás másik definícióját: $\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{p+p_z}{p-p_z}$ megállapítható, hogy a RHIC mérések nagy részének esetében a vizsgált részecskék z irányú impulzusa (p_z) elhanyagolható a transzverz impulzushoz (p_t -hez) képest. Ezért most én is erre az esetre koncentrálok, $p_z = 0$ -t feltételezve. Ehhez vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad (46)$$

$$p_x = p_t \cos \phi, \quad (47)$$

$$p_y = p_t \sin \phi. \quad (48)$$

Ezeket helyettesítsük be a (42)-es egyenletünkbe. Ebből a jobb áttekinthetőség érdekében külön vizsgálom az exponenciális és a többi tényezőt. Az exponenciális tényező a következőképpen alakítható át:

$$\begin{aligned} \exp \left[\frac{p^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} - \frac{E}{T_0} \right] &= \exp \left[-\frac{E}{T_0} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{p_x^2}{2ET_x} - \frac{p_y^2}{2ET_y} \right] \\ &= \exp \left[-\frac{E}{T_0} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{p_t^2 \cos^2 \phi}{2ET_x} - \frac{p_t^2 \sin^2 \phi}{2ET_y} \right]. \end{aligned} \quad (49)$$

Trigonometrikus azonosságokat felhasználva:

$$\exp \left[\frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{p_t^2}{4ET_x} - \frac{p_t^2}{4ET_y} - \frac{p_t^2 \cos 2\phi}{4ET_x} + \frac{p_t^2 \cos 2\phi}{4ET_y} - \frac{E}{T_0} \right]. \quad (50)$$

Vezessük be a

$$w = \frac{p_t^2}{4E} \left(\frac{1}{T_y} - \frac{1}{T_x} \right) \quad (51)$$

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_x} + \frac{1}{T_y} \right) \quad (52)$$

jelöléseket, ezekkel az exponenciális tényező kényelmesen kezelhető alakra hozható, szétbontható ugyanis egy szögtől függő és egy, a szögtől nem függő tényezőre:

$$e^{w \cos 2\phi} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right]. \quad (53)$$

Vizsgáljuk most a (42)-es egyenlet elején található \bar{E} mennyiséget! Ez a következőképpen írható fel:

$$\bar{E} = \left(E - \frac{p_x^2(1 - \frac{T_0}{T_x})}{E} - \frac{p_y^2(1 - \frac{T_0}{T_y})}{E} \right) = \left(E - \frac{p_t^2}{E} + \frac{p_t^2 T_0 \cos^2 \phi}{ET_x} + \frac{p_t^2 T_0 \sin^2 \phi}{ET_y} \right). \quad (54)$$

Trigonometrikus azonosságokkal, továbbá w és $\frac{1}{T_{\text{eff}}}$ definícióját felhasználva:

$$E - \frac{p_t^2}{E} + \frac{p_t^2 T_0}{ET_{\text{eff}}} - 2T_0 w \cos 2\phi. \quad (55)$$

Tehát a (szögfüggő) transzverz impulzuseloszlás:

$$N_1(p_t, \phi) = \bar{N} \bar{V} \left(E - \frac{p_t^2}{E} + \frac{p_t^2 T_0}{ET_{\text{eff}}} - 2T_0 w \cos 2\phi \right) e^{w \cos 2\phi} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right]. \quad (56)$$

Ezt még integráljuk ϕ -re! Felhasználjuk a módosított Bessel-függvényre vonatkozó

$$I_n(w) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{w \cos(2\phi)} \cos(2n\phi) d\phi \quad (57)$$

azonosságot. Így a ϕ -re integrált spektrum, ami a tényleges transzverz impulzuseloszlás:

$$\begin{aligned} N_1(p_t) &= \bar{N} \bar{V} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right] \int_0^{2\pi} \bar{E} e^{w \cos(2\phi)} d\phi \\ &= \bar{N} \bar{V} \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right] \left(\left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) I_0(w) - 2T_0 I_1(w) \right). \end{aligned} \quad (58)$$

Mivel w az adatoknak megfelelő paraméter-tartományokban kicsi ($w \ll 1$), ezért a Bessel-függvényeket az alábbi konstansokkal közelíthetjük: $I_0(w) = 1$, és $I_1(w) = 0$. Így tovább egyszerűsíthető az eloszlásfüggvény:

$$N_1(p_t) = \bar{N} \bar{V} \left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) \exp \left[-\frac{p_t^2}{2ET_{\text{eff}}} + \frac{p_t^2}{2ET_0} - \frac{E}{T_0} \right]. \quad (59)$$

Mivel a fenti képlet a $p_z = 0$ feltétellel jött ki, ezért az energiát (E -t) az úgynevezett $m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2}$ transzverz tömeggel helyettesítjük.

3.3.2. Az elliptikus folyás

A transzverz impulzuseloszlás egy szögfüggetlen eloszlás, de a szögfüggő eloszlások is érdekesek számunkra. Nem célszerű azonban kétváltozós függvényeket illeszteni, ezekhez ugyanis nagyobb statisztika kell, mint az egyváltozós függvények illesztéséhez. Azért tehát, hogy egy – csak a szögtől függő – eloszlást kapjunk, a (58)-as képletet Fourier-sorba fejtjük:

$$N_1(p) = N_1(p_t) \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n\phi) \right]. \quad (60)$$

A Fourier-együtthatók közül azonban csak a második komponens (az ún. elliptikus folyás, v_2) számít, mivel a többi a kísérletek eredményei alapján kicsi. Ez a mennyiség különösen fontos a folyadékkép szempontjából, ugyanis lényegében az impulzuseloszlás transzverz síkban vett aszimmetriáját méri. Nem teljesen középpontosan szimmetrikus (nem centrális) ütközések esetén a forrás kezdetben térbeli aszimmetriával rendelkezik, ez kollektív dinamika esetén impulzus-aszimmetriához vezet, ideális gáz esetében azonban 0 lenne. A mérések szerint ez a mennyiség pozitív, vagyis a folyadékkép sikerét támasztja alá, hiszen $N_1(p_t)$ ezen aszimmetrikussága korrelált mozgásra, folyadékszerű viselkedésre utal. Ezért kiszámítjuk az elliptikus folyást is modellünkéből, szintén a $p_z = 0$ feltétel mellett. A definíció tehát:

$$v_2 = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi N_1(p_t, \phi) \cos(2\phi)}{\int_0^{2\pi} d\phi N_1(p_t, \phi)}. \quad (61)$$

Látható, hogy a számlálót kell csak kiszámolnunk, mert a nevező a ϕ -re integrált spektrum ($N_1(p_t)$), amit az előző fejezetben már meghatároztam. Végeredményben az elliptikus folyás, felhasználva a Bessel-függvényekre vonatkozó, (57)-es azonosságot:

$$v_2(p_t) = \frac{\left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) I_1(w) - T_0(I_0(w) + I_2(w))}{\left(E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}} \right) I_0(w) - 2T_0 I_1(w)}. \quad (62)$$

Itt is közelíthetjük a Bessel-függvényeket, de nem a transzverz impulzuseloszlásnál használt konstansokkal, hanem az $I_1(x) = 2xI_0(x)$, és $I_2(x) = 0$ közelítésekkel. Ezekkel egyszerűsíthető a folyás-koefficiens képlete, és olyan alakra hozható, ami már korábbi számítások során is kijött. Tehát:

$$v_2(p_t) = \frac{I_1(w)}{I_0(w)} \left(1 + \frac{2T_0}{E - \frac{p_t^2(T_{\text{eff}} - T_0)}{ET_{\text{eff}}}} \right). \quad (63)$$

Mivel a fenti két képletre a $p_z = 0$ feltétellel jutottunk, az E energia itt is az m_t transzverz tömeggel helyettesíthető.

Ha összehasonlítjuk a relativisztikus megoldásból kapott egyenleteinket a 3.2.3-as fejezetben részletezett megoldásból számolt mérhető mennyiségekkel

$$N_1(p_t) = I_0(w) \exp \left[-\frac{p_t^2}{2mT_{\text{eff}}} \right] \quad (64)$$

$$v_2 = \frac{I_1(w)}{I_0(w)} \quad (65)$$

látható, hogy a képletek alakilag hasonlóak.

3.3.3. Kétrészecske (Bose–Einstein, vagy HBT) korreláció

A kétrészecske impulzuseloszlás vizsgálatával fontos információkat szerezhetünk a forrás geometriájáról. A kvantummechanika miatt kétrészecske impulzuseloszlás nem állítható elő két egyrészecske impulzuseloszlás szorzataként, mert két részecske esetén figyelembe kell venni a hullámfüggvényeik interferenciáját. Ez adja a Bose–Einstein korrelációt (bozonikus részecskék, például pionok esetén, de fermionok esetében Fermi–Dirac típusú korreláció lép fel).

Ezt a jelenséget eredetileg R. H. Brown és R. Q. Twiss [29] (innen a HBT elnevezés) dolgozta ki kvazárok szögátmérőjének meghatározására (fotonkorreláció mérésével), de G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Y. Lee és A. Pais [30] rájöttek, hogy ez az eljárás alkalmazható jóval kisebb léptékben is, az általunk vizsgált elemi részecskék mérettartományában. Eredményeik szerint a két rádiócsillagász által kidolgozott módszer alkalmazható az általunk vizsgált pionokra is, azaz a kétrészecske impulzus-korrelációk skálája a forrás méretével függ össze. Így az impulzus-különbségek eloszlásának mérésével fontos információkat szerezhetünk a forrás geometriai adatairól, sőt, a forrás geometriájának feltérképezésére nehézion-ütközésekben ez az egyetlen módszerünk.

A kétrészecske korrelációs együtthatót az alábbi képlet definiálja:

$$C_2(p_1, p_2) = \frac{N_2(p_1, p_2)}{N_1(p_1)N_1(p_2)}, \quad (66)$$

ahol $N_2(p_1, p_2)$ a kétrészecske impulzuseloszlás, amelyben szerepet kap az interferenciáért felelős kvantummechanikai sűrűségfüggvény. A Bose–Einstein szimmetrizációt tartalmazó kétrészecske hullámfüggvény felhasználásával C_2 -re a forrásfüggvény $S(x, p)$ Fourier-transzformáltjait:

$$S(q, K) = \int S(x, K) \exp(iqx) d^4x \quad (67)$$

tartalmazó képletet kapunk. Azaz:

$$C_2(q, K) = 1 + \left| \frac{\tilde{S}(q, K)}{\tilde{S}(0, K)} \right|^2, \quad (68)$$

ahol p_1 és p_2 helyett az átlagos $K = 0.5(p_1 + p_2)$ impulzussal és a $q = p_1 - p_2$ impulzus-különbségtől tettem függővé a korrelációs függvényt. A jobb oldalon pedig a forrásfüggvényeket szintén az átlagos helyen vettem, a térkoordinátában történt Fourier-transzformált új változója pedig az átlagos impulzus lett. Mivel a mérés lényeges tartományában p_1 és p_2 közel azonos értékek (a $\sqrt{-q^2}$ mennyiség kisebb 50-100 MeV-nél a kísérleti adatok esetében, míg az egyes hármas-impulzusok értéke több száz MeV legalább), ezért ez a közelítés jól használható.

Ezt kell tehát kiszámolnunk. Ismerjük fel, hogy a korrelációs együtthatót definiáló egyenletben ((68)-as egyenlet) a nevező az impulzuseloszlás, hiszen tetszőleges függvény Fourier-transzformáltja a $q = 0$ esetben a függvény integrálja, tehát

$$\tilde{S}(0, K) = N_1(K). \quad (69)$$

A számláló meghatározásához használjuk fel az impulzuseloszlás számítása során kapott faktorizált részeredményt (ld. (28)-as egyenlet), ezzel a kérdéses Fourier-transzformált a

sajátidőre történő integrálás után:

$$\tilde{S}(q, K) = \mathcal{N} n_0 f_\xi f_x(x) f_y(y) f_z(z) \left(E - \frac{p_x x}{\tau_0} - \frac{p_y y}{\tau_0} - \frac{p_z z}{\tau_0} \right) e^{-iq_x x} e^{-iq_y y} e^{-iq_z z} dx dy dz. \quad (70)$$

Mivel $f_x(x)$, $f_y(y)$ és $f_z(z)$ Gauss-függvények, ezért Fourier-transzformáltjuk egy inverz szélességű Gauss-függvény lesz, és megjelenik egy képzetes tag is, mivel – a zárójeles kifejezés miatt – $(x \cdot e^{-ax^2})$ típusú mennyiséget kell transzformálni.

Végeredményben (a $q \ll K$ feltételt felhasználva) a

$$C_2(q, K) = 1 + \exp \left[-R_x^2 q_x^2 - R_y^2 q_y^2 - R_z^2 q_z^2 \right] \quad (71)$$

képletet kapjuk, ahol R_x, R_y, R_z a korrelációs sugarak, amelyek a Gauss-közelítés miatt egybeesnek a forrás látszólagos méreteivel (ld. a (39)-(41)-es egyenleteket):

$$R_x^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_x^* - T_0)}{E_K T_x^*} \quad (72)$$

$$R_y^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_y^* - T_0)}{E_K T_y^*} \quad (73)$$

$$R_z^2 = \frac{T_0 \tau_0^2 (T_z^* - T_0)}{E_K T_z^*}, \quad (74)$$

ahol E_K az átlagos K impulzushoz tartozó energia, amely $p_z = 0$ esetében (ahol minden, általunk vizsgált adat található) az $E_K = 0.5(m_{t,1} + m_{t,2})$ összefüggéssel fejezhető ki. Az $m_{t,1}$, és $m_{t,2}$ mennyiségek az egyes részecskékhez tartozó transzverz tömegek, a T_x^* , T_y^* , T_z^* pedig az átlagos impulzúnál vett effektív hőmérsékletek (azaz $T_x^* = T_x|_{E_K}$).

HBT mérések esetében a Bertsch–Pratt-féle standard *out-side-long* részecskepár-koordináta-rendszer használatos [31]. Itt az *out* a részecskepár átlagos transzverz impulzusának iránya, a *long* irány a z tengelynek felel meg, és a *side* irány az előző kettőre merőleges irány (amely szintén a transzverz síkba esik). Jelen dolgozatban az *out* és a *side* irányokban vett sugarakat vizsgáljuk, ezeket egyszerűen kifejezhetjük a fenti (72)-(74)-es mennyiségekkel:

$$R_{\text{out}}^2 = \frac{R_x^2 + R_y^2}{2}, \quad (75)$$

$$R_{\text{side}}^2 = \frac{R_x^2 + R_y^2}{2}. \quad (76)$$

Az ábrázolás során ezeket használjuk.

3.4. A RHIC mérésekkel való összehasonlítás

A vizsgált modellből számolt és fent ismertetett eredményeket, azaz a (59)-es, a (63)-as, és az (71)-es egyenleteket illesztettem a RHIC PHENIX detektorai által mért adatokra [6, 32, 33]. Az impulzuseloszlás és HBT sugarak esetében a π^\pm , az elliptikus folyás esetében pedig p , \bar{p} és K^\pm részecskéket vettem figyelembe. A HBT mérések esetében a nem magát

illesztési paraméter	N_1 és HBT fit 0 – 30% cent.	v_2 fit 0 – – 92% cent.
T_0 [MeV]	197 ± 2	204 ± 7
ε	$0,85 \pm 0,01$	$0,34 \pm 0,01$
$\frac{u_t^2}{b}$	$-0,95 \pm 0,07$	$-0,34 \pm 0,01$
τ_0 [fm/c]	$7,6 \pm 0,1$	-
χ^2	215	256
χ^2 (3 %)	24	66
NDF	33	34

2. táblázat. A MINUIT illesztésből kapott paraméterek és χ^2 értékek

a (71)-es egyenletben leírt korrelációs függvényt, hanem a korrelációs sugarakra kapott eredményt ((75)-(76)-os egyenletek) vetettem össze az adatokkal. Itt a sugarak az átlagos transzverz impulzustól (K_t -től) függenek.

Fontos megemlíteni, hogy nem a kifagyáskor vett x , ill. y irányú tágulási sebességet (\dot{X}_0^2 , és \dot{Y}_0^2) használtam, hanem az újonnan bevezetett u_t^2 és ε mennyiségeket, melyek jobban jellemzik a mért végállapotot. Az elliptikus folyásnál az impulzustérbeli aszimmetria a kulcsmennyiség, ezt ε -nal jelöljük, az impulzuseloszlásnál pedig az átlagos transzverz sebesség (u_t^2) a fontos. Ezek az alábbi módon vannak definiálva:

$$\varepsilon = \frac{\dot{X}_0^2 - \dot{Y}_0^2}{\dot{X}_0^2 + \dot{Y}_0^2} \quad (77)$$

$$\frac{1}{u_t^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\dot{X}_0^2} + \frac{1}{\dot{Y}_0^2} \right). \quad (78)$$

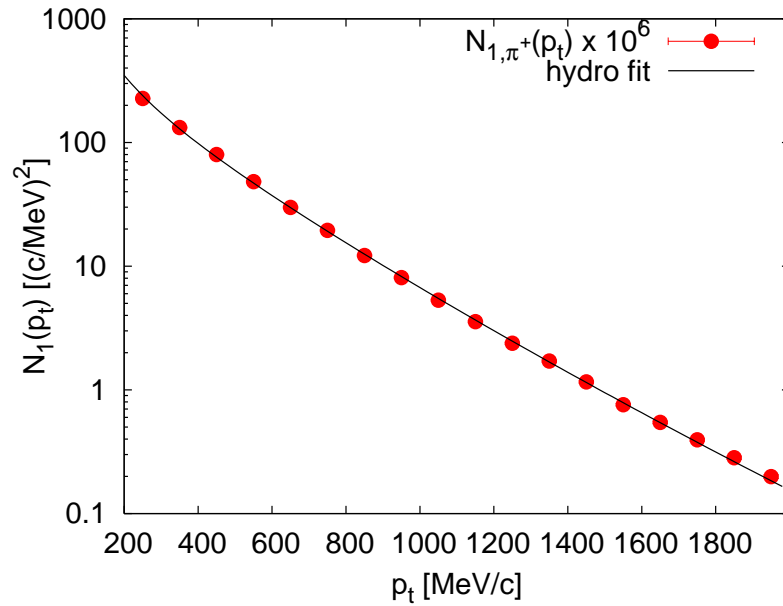
Az illesztéshez egy C++ programot írtam, ami a MINUIT [15] minimalizáló programcsomagot használja. A kapott paramétereket a 2. táblázatban foglaltam össze, az illesztés eredményét, azaz a mérhető mennyiségek adatokkal való egyezését a 6., 7. és 8. ábrákon mutatom be. Figyelembe vettem, hogy a mérhető mennyiségek számolása során közelítéseket alkalmaztam, ebből kb. 3 %-os hiba adódik, ezért a 2. táblázatban feltüntettem a hibával csökkentett χ^2 -et is (χ^2 (3 %)).

3.5. Diszkusszió, avagy a modell érvényessége

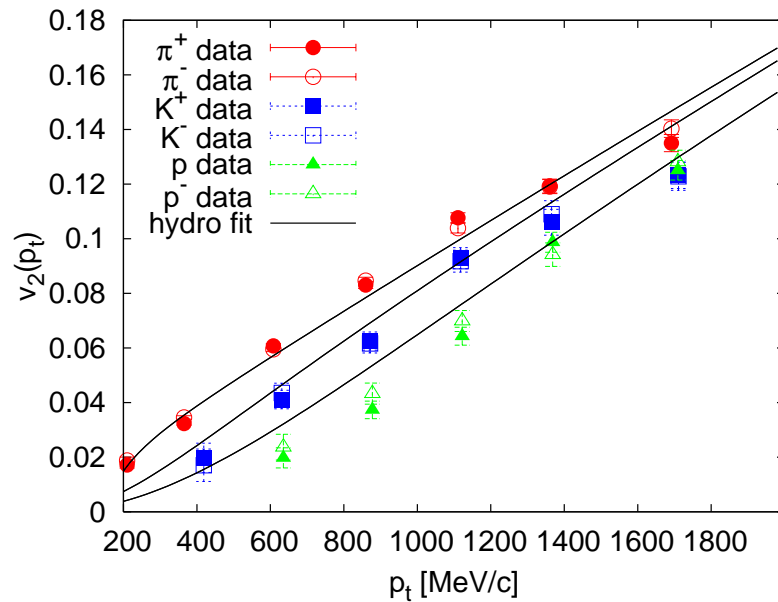
Amennyiben a mérhető mennyiségek képleteibe T_0 helyett beírjuk az egzakt megoldásból kapott hőmérsékletet ((8)-as egyenlet), akkor megvizsgálhatjuk a mérhető mennyiségek, ill. a hőmérséklet időfejlődését az illesztésből kapott modellparaméterek mellett. Ezért különböző nevezetes κ értékek mellett ($\kappa = 1,5, 3, 5, 10$) ábrázoltam a hőmérséklet ((8)-as egyenlet, 9. ábra), az elliptikus-folyás (10. ábra) és a HBT sugarak $R_{out} = R_{side}$ (11. ábra) időfejlődését.

A korrelációs sugaraknak rendre pozitív értéket kell felvenniük ($R_{x,y,z} > 0$), innen a

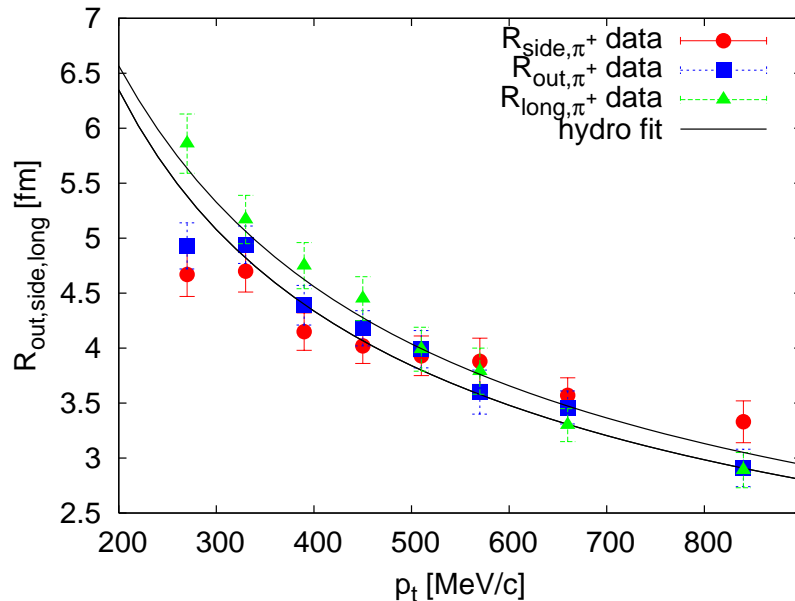
$$\frac{ET_0\dot{X}_0^2}{b(T_0 - E)} \geq 0 \quad (79)$$



6. ábra. Az egyrészesecske impulzuseloszlást ábrázoltam logaritmikus skálán a transzverz impulzus (p_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany-arany ütközésekben mért spektrumról írt cikke [32]. A modellparamétereket a 2. táblázat foglalja össze



7. ábra. Itt az elliptikus folyást látható a transzverz impulzus (p_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleononkénti tömegközépponti energiájú arany-arany ütközésekben mért elliptikus folyásról írt cikke [6]. A modellparamétereket a 2. táblázat foglalja össze



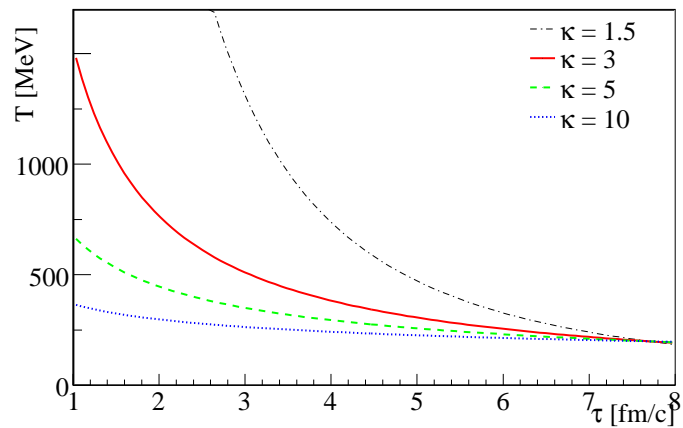
8. ábra. A Bose–Einstein korrelációs sugarakat rajzoltam ki jelen ábrán a részecsképár átlagos transzverz impulzusának (K_t) függvényében. Az adatok forrása a RHIC PHENIX kísérletének 200 GeV-es nukleonkénti tömegközépponti energiájú arany–arany ütközésekben mért korrelációkról írt cikke [33]. A modellparamétereket ld. a 2. táblázatban

feltétel adódik. Mivel b negatív, ezért a fenti egyenlőtlenség csak $E > T_0$ esetén teljesül. Felhasználva, hogy $E = \sqrt{p_t^2 + m^2}$, az előző feltétel új alakra hozható: $p_t > \sqrt{T_0^2 - m^2}$. Ez összhangban van a PHENIX adataival, ott ugyanis $T_0 \sim 200$ MeV, $m = 139$ MeV (a pionokra), és $p_t \geq 140$ MeV.

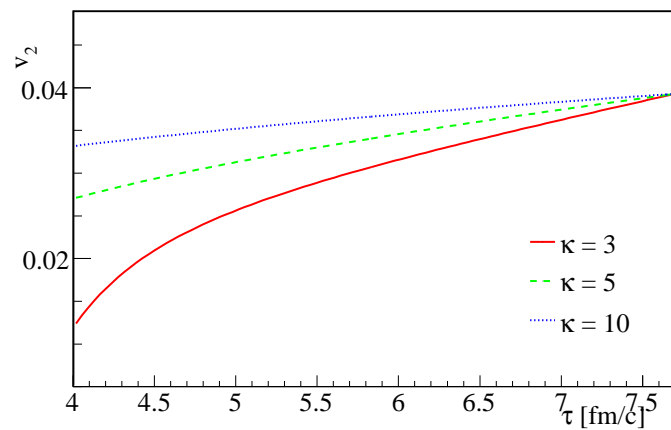
Fontos megjegyezni azonban, hogy a $T_0 = T$ helyettesítés miatt a $p_t > \sqrt{T_0^2 - m^2}$ feltétel $p_t > \sqrt{T^2 - m^2}$ -re módosul. Ennek érvényessége T gyors változása miatt nem mindig biztosítható, ezért a modell nem képes értelmezni a túl korai állapotokat. Ennek egyik következménye az, hogy a 10. és 11. ábrákon nem tüntettem fel a $\kappa = 1,5$ esetet, mivel az ábrázolt tartományban a $\kappa = 1,5$ esetén a hőmérséklet túl nagyra nő, és adott impulzusnál a fenti feltétel nem teljesül.

4. Összegzés

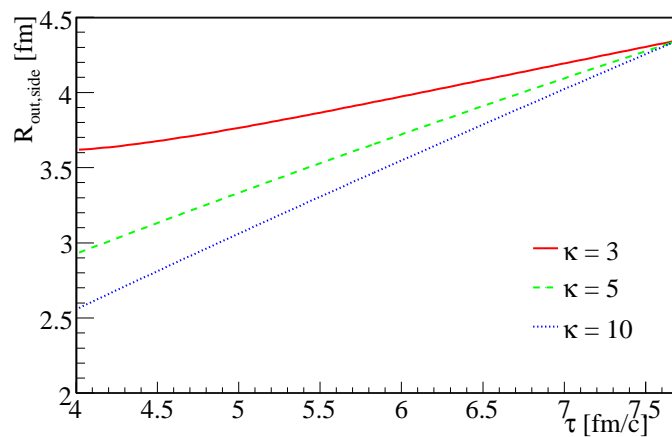
A dolgozat célja a nehézion-fizikai kutatások mai állapotának –, ill. a nehézion-fizika, és a relativisztikus hidrodinamika kapcsolatának bemutatása volt. Egy relativisztikus 1+3 dimenziós egzakt hidrodinamikai megoldásból [5] kiszámoltam a RHIC-ben használt legfontosabb mérhető mennyiségeket, a transzverz impulzuseloszlást, az elliptikus folyást és a korrelációs sugarakat, majd a dolgozat végén ezeket egy saját C++ programmal illesztettem a PHENIX detektor által mért adatokra. A dolgozat jelentőségét elsősorban ez adja: 1+3 dimenziós relativisztikus hidrodinamikai megoldásból ezeket a mennyiségeket még nem határozták meg. A dolgozatban ismertetett számolásból és illesztésből egy cikk is született [12].



9. ábra. A vizsgált modell hőmérsékletprofilja a sajátidő-függvényében az illesztésből kapott paraméterekkel, különböző κ értékekkel ábrázolva



10. ábra. Az elliptikus folyás képletének $T_0 = T$ behelyettesítéssel kapott sajátidő-függése az illesztésből kapott paraméterekkel, különböző κ értékek mellett



11. ábra. A $R_{out} = R_{side}$ képletének $T_0 = T$ behelyettesítéssel kapott sajátidő-függése az illesztésből kapott paraméterekkel, különböző κ értékek mellett

Mint láthattuk, a hidrodinamika sikeresen írja le a mostani nehézion-ütközésekben kialakuló új anyag, a kvark-gluon plazma viselkedését. Jelen dolgozatban az ultra-relativisztikus nehézion-ütközéseket tárgyalva kicsit visszatekinthettünk a múltba, olyan állapotokat idézve fel, melyek a Világegyetemben jelenleg sehol nem fordulnak elő, csak az Ősrobbanás utáni néhány μs -ban léteztek. A kvarkok ezen új halmazállapotának vizsgálata érdekes, és izgalmas kutatási téma, melyben rengeteg megválaszolatlan kérdés, kutatni-és számolnivaló van még.

5. Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, valamint a PHENIX és a PHENIX Magyarország kutatócsoportnak a folyamatos támogatásért, és a lehetőségért, hogy kb. 5 hónapot az említett long-islandi nehézion-ütköztetőben, a RHIC-nél tölthettem. Köszönetet mondanék továbbá apámnak a dolgozat alapos átolvasásáért és javításáért.

Hivatkozások

- [1] K. Adcox *et al.* [PHENIX Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005)
- [2] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005)
- [3] B. B. Back *et al.* [PHOBOS Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 28 (2005)
- [4] I. Arsene *et al.* [BRAHMS Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 1 (2005)
- [5] T. Csörgő, L. P. Csernai, Y. Hama és T. Kodama, Heavy Ion Phys. A **21**, 73 (2004)
- [6] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 182301 (2003)
- [7] A. Adare *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98**, 172301 (2007)
- [8] T. Csörgő *et al.*, Phys. Rev. C **67**, (2003).
- [9] M. Csanád, T. Csörgő, B. Lörsstad és A. Ster, J. Phys. G **30**, S1079 (2004)
- [10] T. Csorgo, M. I. Nagy, M. Csanad, J. Phys. G **35**, (2008).
- [11] P. Csizmadia, T. Csorgo, B. Lukacs Phys. Lett. B **443**, (1998).
- [12] M. Csanád, M. Vargyas, Eur. Phys. J. A **44**, 473-478 (2010)
- [13] L. D. Landau, Izv. Akad. Nauk Ser. Fiz. **17**, 51 (1953).
- [14] T. Csörgő, M. I. Nagy és M. Csanád, Phys. Lett. B **663**, 306 (2008)
- [15] <http://wwwasdoc.web.cern.ch/wwwasdoc/minuit/minmain.html>
- [16] S. Z. Belenkij és L. D. Landau, Nuovo Cim. Suppl. **3S10**, 15 (1956)
- [17] R. C. Hwa, Phys. Rev. D **10**, 2260 (1974).
- [18] J. D. Björken, Phys. Rev. D **27**, 140 (1983).
- [19] C. B. Chiu, E. C. G. Sudarshan és K. H. G. Wang, Phys. Rev. D **12**, 902 (1975).
- [20] K. Kajantie és L. D. McLerran, Nucl. Phys. B **214**, 261 (1983).
- [21] G. Baym *et al.*, Nucl. Phys. A **407**, 541 (1983).
- [22] D. K. Srivastava *et al.* Annals Phys. **228**, 104 (1993).
- [23] K. J. Eskola, K. Kajantie és P. V. Ruuskanen, Eur. Phys. J. C **1**, 627 (1998)
- [24] T. S. Biró, Phys. Lett. B **487**, 133 (2000)
- [25] T. Csörgő, F. Grassi, Y. Hama és T. Kodama, Phys. Lett. B **565**, 107 (2003)
- [26] Yu. M. Sinyukov és I. A. Karpenko, Acta Phys. Hung. A **25**, 141 (2006)

-
- [27] A. Bialas, R. A. Janik és R. B. Peschanski, Phys. Rev. C **76**, 054901 (2007)
- [28] M. S. Borshch és V. I. Zhdanov, SIGMA **3**, 116 (2007)
- [29] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, Nature **178**, 1046 (1956).
- [30] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Y. Lee and A. Pais, Phys. Rev. **120**, 300 (1960).
- [31] S. Pratt, Phys. Rev. D **33**, 1314 (1986).
- [32] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. C **69**, 034909 (2004)
- [33] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **93**, 152302 (2004)