

SZAKDOLGOZAT

Leptonkeletkezés relativisztikus nehézion-ütközésekben

KRIZSÁN LEVENTE

Fizika MSc., fizikus szakirány

V. évfolyam



Témavezető:

CSANÁD MÁTÉ

ELTE, ATOMFIZIKAI TANSZÉK

Tartalomjegyzék

| | |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| 1. Bevezetés | 1 |
| 1.1. Nehézion-ütköztetők | 1 |
| 1.2. SPS (Super Proton Synchrotron) | 2 |
| 1.3. RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) | 3 |
| 1.4. Kvarc-gluon plazma | 6 |
| 1.5. Dilepton spektrum | 9 |
| 2. Hidrodinamika | 10 |
| 2.1. Nemrelativisztikus hidrodinamika | 10 |
| 2.2. Relativisztikus hidrodinamika | 12 |
| 2.3. Realisztikus megoldások kritériumai | 13 |
| 2.4. A felhasznált megoldás | 15 |
| 3. Mérhető mennyiségek | 17 |
| 3.1. Pion-annihiláció | 17 |
| 3.2. Dilepton keletkezés | 23 |
| 3.3. A transzverz impulzus eloszlása | 26 |
| 4. Eredmények | 29 |
| A. A relatív sebesség | 34 |
| B. Relatív-impulzus elem | 35 |
| C. Térintegrál | 36 |
| D. Szögintegrál | 40 |
| E. Időintegrál | 41 |

Kivonat

A relativisztikus nehézion-ütköztető (RHIC) kísérleteiből kiderült, hogy nagy energián a kvarkok kiszabadulnak a hadronokból és egy új állapotot hoznak létre, a kvark-gluon plazmát. A további kutatások azt mutatták, hogy a kvark-gluon plazma tökéletes kvarkfolyadékként viselkedik. Ezt a tökéletes kvarkfolyadékot a relativisztikus hidrodinamika differenciálegyenleteivel írhatjuk le, melyeknek eddig csak kevés egzakt $3+1$ dimenziós megoldása ismert. A plazma létrejötte után hamar termalizálódik és rögtön el kezd tágulni és hűlni. Egy kritikus hőmérsékleten a kvarkok hadronokká alakulnak át, amelyek a termalizáció miatt nem szolgáltatnak információt a plazma időfejlődéséről. A folyamatosan keletkező fotonok és dileptonok spektrumát kell megvizsgálnunk, ha le szeretnénk írni az időfejlődést. A dolgozatomban egy $3+1$ dimenziós hidrodinamikai megoldásból kiindulva számoltam ki a dilepton-spektrumot, melynek járuléka kvark-annihilációból, majd a hadronizáció utáni mezon bomlásokból származnak. Végül a kiszámolt dilepton spektrumot összevetettem az SPS és PHENIX mérési eredményeivel.

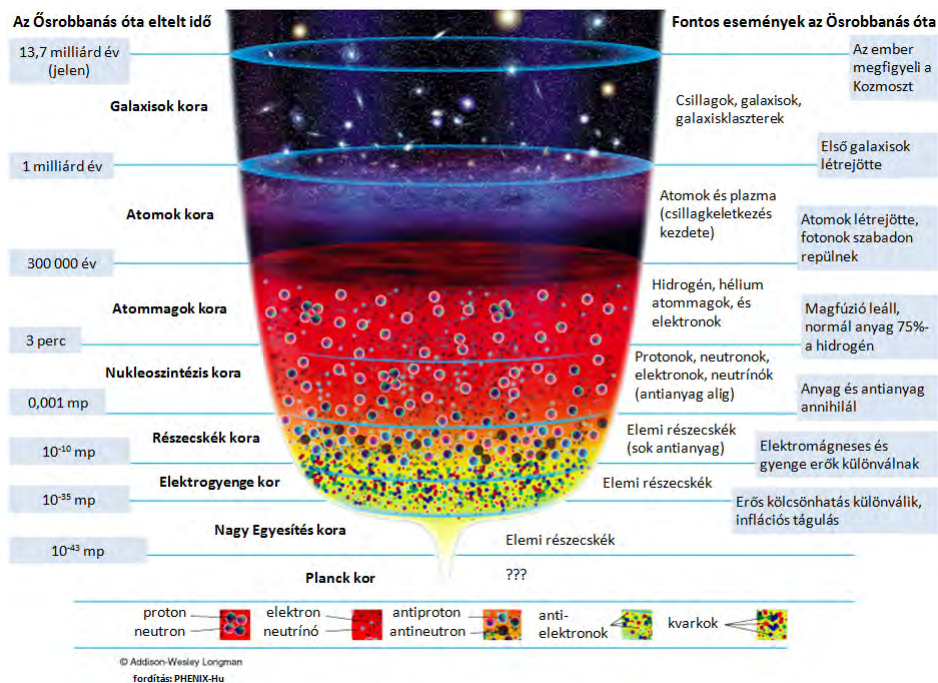
1. Bevezetés

A körülvevő világot elemi részecskék és a részecskék között ható kölcsönhatások építik fel. A kvarkok is ilyen elemi részecskék, amik között az erős kölcsönhatás hat. Három kvark épít fel egy bariont (mint pl. a proton vagy neutron) és egy kvark-antikvark pár pedig egy mezont (pion, kaon). A barionokat és a mezonokat együttesen hadronoknak nevezzük. Az erős kölcsönhatást a kvantum-színdinamika (angolul QCD, Quantum Chromodynamics) nevű elmélet írja le, amiben a színtöltéssel rendelkező kvarkok és gluonok vesznek részt. A kvantum-színdinamika magyarázatot ad arról, hogy miért nem figyelhetünk meg szabad kvarkokat. Az erős kölcsönhatás bezáró jellegű, vagyis ha két kvarkot eltávolítok egymástól, akkor a kölcsönhatás erőssége a távolsággal nőni fog. Az eltávolításra befektetett energia pedig egy kvark-antikvark párrá alakulhat és így a kvarkok ismét hadronokba záródnak be.

A QCD jóslata szerint a kölcsönhatás jellege megváltozik nagy energiákon: olyan körülmények között, mint ami az Ősrobbanás után néhány μ s-al uralkodott, a kvarkok kiszabadulnak hadron börtönükből és közösen egy kvark-gluon plazma nevű új anyagot hoznak létre [17].

1.1. Nehézion-ütköztetők

A nehézion-ütköztetőkben az Ősrobbanás utáni állapotokhoz hasonló körülményeket hoznak létre: atommagokat közel fénysebességre gyorsítanak, majd összeütköztetnek, amik a Lorentz-kontrakció miatt lapos korongoknak látszanak. Ilyen ütköztető Long Island-i RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) és a svájci LHC (Large Hadron Collider) is. Az ütközés hatására a kvarkok kiszabadulnak a hadronokból és nagyon hamar, kb 0,6-1 fm/cm idő alatt termalizálódnak. A gyors termalizációra a direkt fotonok méréséből következtettek. A nagy nyomás hatására a létrejövő anyag tágulni és hűlni kezd, majd egy idő után elveszti a "közeg" jellegét és ezután a hadronok szabad mozgással haladnak a detektorok felé. A kvarkok hadronná alakulása bonyolult, még ma sem pontosan ismert folyamat. Az átalakulást, vagy más néven kifagyást legtöbbször lokálisan pillanatszerűnek tekintjük, vagyis a hadronok egy háromdimenziós hiperfelületen jelennek meg. A közeg átalakulásának hőmérsékletét 170 MeV-nek mérték. Az ütközési pontot körülvevő detektorokkal a szétrepülő részecskék impulzusát, sebességét, energiáját és töltését mérhetjük. A detektált ré-



1.1. ábra: Az űsrobbanás utáni pillanatban a kvarkok még szabadok voltak, csak a robbanást követő egy ezredmásodperc után alakultak ki a nukleonok

szecskék eloszlásfüggvényeit vizsgálva következtethetünk a létrejövő plazma tulajdonságaira. Az idők folyamán hatalmasat fejlődött a gyorsítási technika: kezdetben a berkley-i Bevalac gyorsítóban 1 GeV-es tömegközépponti energiára gyorsították a nukleonokat. Az LHC gyorsítóenergiája ennél három nagyságrenddel nagyobb, itt akár TeV-es energiákra is fel tudják gyorsítani a hadronokat.

1.2. SPS (Super Proton Synchrotron)

Mivel a dolgozatom végén a kiszámított dilepton spektrumot az SPS méréseivel vettem össze, ezért röviden ismertetem a gyorsítót és a legfontosabb felfedezéseit.

Az SPS egy szinkrotron típusú részecskegyorsító, amit eredetileg protonok gyorsítására építettek. Hosszú időn keresztül kiszolgálta a LEP-et elektron, pozitron előgyorsítóként, ma az LHC (Large Hadron Collider) végső előgyorsítójaként üzemel, protonokat gyorsít 26 GeV-ről 450 GeV-re. A másik fontos feladata, hogy neutrínónyalábot hoz létre az olaszországi Gran Sasso kutatóközpontnak, ami a CERN-től 730 km-re helyezkedik el.

Az SPS legnagyobb felfedezései kétség kívül a 80-as évekhez köthetőek. A 70-

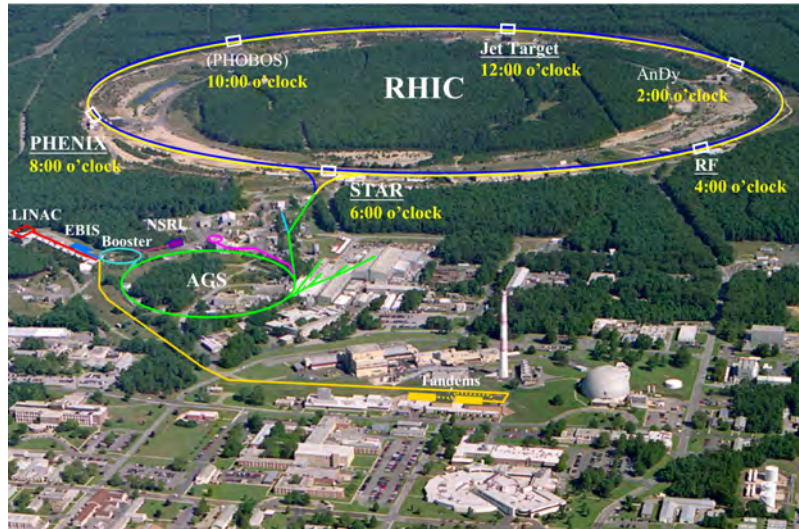
es évek végén döntöttek úgy, hogy proton-antiproton ütköztetőként üzemeltetik a gyorsítót. A fő motiváció a W- és Z-részecskék kísérleti kimutatása volt. A kísérlethez nélkülözhetetlen volt egy új technológia, a sztochasztikus hűtés feltalálása. Ennek a lényege, hogy a nyaláb állapotát egy ponton letapogatják és erről információt küldenek át a gyorsító átellenes pontjára, ami a görbület miatt hamarabb ér oda, mint maga a nyaláb. Itt az információt felhasználva mágnesekkel lehet korrigálni a nyalábot. A módszer bevált és azóta széles körben elterjedt és ennek segítségével találták meg a W- és Z-bozonokat. A felfedezésért Carlo Rubbiát és Simon van der Meert Nobel díjat kapott, ami a CERN első Nobel díja volt.

1.3. RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider)

Az SPS eredményei mellett az általam kiszámolt spektrumot a RHIC kísérleti eredményeivel vettem össze. A relativisztikus nehézion-ütköztető, vagy angolul Relativistic Heavy Ion Collider az Egyesült Államokban, New York államban működik a Brookhaven National Laboratory területén. A RHIC gyorsító egy 3,8 km-es szinkrotrongyűrű, ahol protonokat és nehézionokat ütköztetnek egymással. Itt a töltött részecskéket elektromos térrel gyorsítják fel és 1740 szupravezető nióbbium-titán mágnessel tartják a megfelelő pályán őket. Valójában két, egymástól függetlenül működő tárológyűrűben folyik a gyorsítás, és az ütközés a tárológyűrűk metszéspontjában történik. Az ütköztetés a két gyűrű hat keresztezési pontján történhet, a gyűrűk viszonylag egyenes szakaszán. A leggyakrabban ütköztetett részecskepárok: $p+p$, $d+Au$, $Cu+Cu$ és $Au+Au$.

A gyorsítás több lépcsőben történik, mint azt az ábrán látni lehet. A protonok a lineáris gyorsítóból indulnak (LINAC), majd a BOOSTER szinkrotronba és végül a változó gradiensű szinkrotronba (AGS) vezetik őket. A protonokat a lineáris gyorsítóban 200 MeV-es energiára gyorsítják, majd BOOSTER-ben 2 GeV-re, az AGS-ben pedig 23 GeV-es energiával hagyják el. Az AGS-en keresztül kerülnek a fő gyűrűbe, ahol kettéosztják őket: konvenció szerint az óramutató járásával megegyező irányú nyalábot "kéknek" az azzal ellentétes irányút pedig "sárgának nevezik". A protonok esetén az ütközések maximális tömegközépponti energiája 500 GeV.

A nehézionok a gyorsításuk során hasonló utat járnak be, mint a protonok, csak a nehézionok a TANDEM Van de Graaff gyorsítóból indulnak, ezt 1 MeV-es energiával hagyják el. Ezután a BOOSTER 95 MeV-re, majd az AGS 8,86 GeV-re gyorsítja



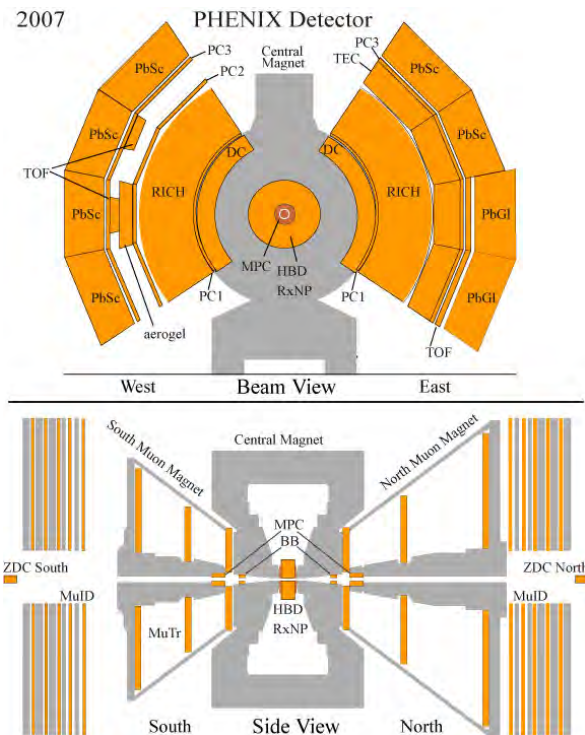
1.2. ábra: A relativisztikus nehézion-ütköztető és az előgyorsítói

őket. A töltésüket folyamatosan elvesztik az ionok, az AGS-ből már csak a csupasz atommagok kerülnek a RHIC tárológyűrűjébe. Az ütköző nehézionok maximális tömegközépponti energiája 200 GeV.

A két tárológyűrű lekerekített hexagon alakú és hat pontban metszik egymást. A hat pont közül négy helyre telepítettek detektorokat, ezek a PHOBOS, BRAHMS, PHENIX és STAR detektorrendszerek.

A PHOBOS e legkisebb ezek közül. Nagy pszeudorapiditású, azaz a nyaláb írányában mozgó részecskék detektálására alakították ki, de 2005-ben befejezte a működését. A PHOBOS-szal és a BRAHM-szal összehasonlítva a STAR és a PHENIX jóval összetettebb detektorrendszerek. A STAR a kifagyáskor keletkező hadronok lehető legnagyobb számának azonosítását és tulajdonságainak pontos mérését teszi lehetővé. A STAR a teljes térszöget lefedi és alkalmas a töltött részecskék pályájának rekonstrukciójára.

A PHENIX a legnagyobb és legjobban felszerelt kísérlet. Bár kis térszöget fed le, alkalmas a legtöbb részecske detektálására (fotonok, elektronok, müonok, töltött hadronok). A kísérlet detektorait két nagy csoportra lehet osztani: a trekking detektorokkal a részecskék pályáját lehet követni és a pályagörbületből az impulzusukat kiszámítani, a kaloriméterekkel pedig az energiájukat lehet megmérni. Mivel a kaloriméterekben a részecskék elnyelődnek, ezért értelem szerűen ezek helyezkednek el kívül és a trekking detektorok belül. Az impulzus és az energia ismeretében már meg lehet határozni a részecske típusát.



1.3. ábra: A PHENIX detektor rendszer. A felső képen a központi kar látható a nyaláb irányából, az alsón pedig a müon detektor

A PHENIX aldetektorait három különböző részre szokták osztani: globális detektorok, központi kar és a müondetektorok.

A globális detektorok nem egy-egy részecskéről adnak információt, hanem a teljes ütközésről. Ezen kívül triggerként is működik, azaz alkalmas az érdekes események kiválogatására. A globális detektorokkal lehet meghatározni az ütközés centralitását és az ütközési pont (vertex) pontos helyzetét is. A vertex pontos meghatározására építették be a Multiplicity Vertex Detektort (MVD), és a Reaction Plane Detektort (RxNP).

Az alábbi ábrán látható a PHENIX vázlatos rajza. Itt a felső képen a nyaláb irányából látható a nyalábra merőleges transzverz sík. Az ábra középpontjából indulnak ki a részecskék, majd a központi mágnes (Central Magnet) terén áthaladva elgörbülnek, majd ezután érkeznek meg a 45°-ot lefedő központi kar detektoraiba. A központi karban található a legtöbb detektor. A Pad Chamber (PC) és Drift Chamber (DC) trekking detektorok, a részecskék impulzusának meghatározására alkalmas. A Cherenkov-sugárzást mérő detektorok (Ring Imaging Cherenkov (RICH), Aerogel Cherenkov Counter) és a repülési időt mérő detektorok (Time-of-Flight)

a sebesség meghatározásra alkalmasak. A sebességből és az impulzusból azonosítható a részecske típusa. Ezen kívül kalorimétereket is építettek a központi karba (Electromagnetic Calorimeter).

A müon detektort az alsó képen lehet látni. Ez is 45°-os térszöveget fed le. A beérkező müonok pályáját a Muon Tracker-rel (MuTr) rekonstruálják, energiájukat a Muon IDentifier (MuID) méri.

1.4. Kvar-k-gluon plazma

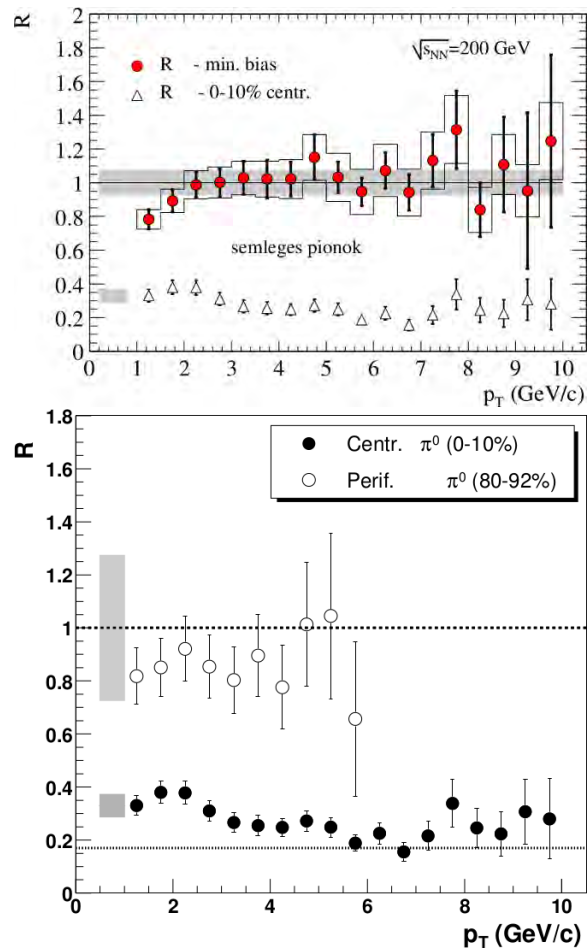
Ebben a fejezetben azokat a kísérleti eredményeket tekintem át, amelyek bizonyítékul szolgáltak a kvar-k-gluon plazma létrejöttére [4] [8] [9]. A Relativisztikus Nehézion Ütköztetőben (RHIC) több ilyen jelentős felfedezést tettek a kvar-k-gluon plazma vizsgálata során. Az első és talán a legjelentősebb, a jet elnyomás, vagy angolul a *jet-quenching* felfedezése volt. Ezt először a PHENIX kísérlet mutatta ki [3], majd a RHIC STAR [2] és az LHC kísérletek [1] erősítették meg.

A nehézion ütközések jellemzésére bevezethetjük az impakt paramétert, ami az ütköző atommagok középpontja közötti távolságot adja meg. Az egymást szemből eltaláló atommagok esetén az ütközést centrálisnak nevezzük, mikor nagy az impakt paraméter, akkor pedig periférikusnak. Az ütközést az ionokat felépítő nukleonok bináris ütközéseivel közelíthetjük. Különböző impakt paraméterekhez kiszámíthatjuk az ütközések számát. Ha egy nehézion-ütközés valóban nem más, mint bináris ütközések összessége, akkor egy arany-arany ütközésben létrejövő részecskék száma meg fog egyezni a bináris ütközések számának és egy proton-proton ütközésben létrejövő részecskék számának szorzatával. A mag-módosulása faktor ennek a két számnak a hányadosa, tehát azt méri, hogy mennyire jó a bináris ütközéses közelítés és hogy megjelennek-e új effektusok. A mag-módosulási faktor alakja:

$$R_{AA} = \frac{1}{N_{bin.tk.}} \frac{N_{A+A}}{N_{p+p}} \quad (1.1)$$

ahol $N_{bin.tk.}$ a bináris ütközések elméletileg jószolt száma, N_{A+A} az arany atommagok ütközésében keletkező részecskék száma, N_{p+p} pedig a proton-proton ütközésekben keletkező részecskék száma. A mérésekből az következett, hogy a vártnál 60-80 %-kal kevesebb nagy impulzusú részecske keletkezett. Mivel a nagy energiás részecske-nyalábokat „jeteknek” nevezzük, a jelenség a „jet elnyomás” nevet kapta.

A jelenséget azzal magyarázták, hogy a kvar-kok és gluonok egy erősen kölcsön-



1.4. ábra: A jet elnyomás kísérleti vizsgálata. Az első ábrán a deuteron ellenpróba és másodikon pedig a centrális és periférikus ütközések eredményei láthatóak

ható közeget hoznak létre, ami lefékezi a nagy impulzusú részecskéket. Ez összhangban van azzal, hogy periférikus arany-arany vagy deutérium-arany ütközésekben nem jelent meg a jet elnyomás, mivel itt nem keletkezett akkora térfogatú plazma, amiben le tudtak volna fékeződni a jetek. Az elektromágneses kölcsönhatásban részt vevő fotonoknál sem tapasztaltak elnyomást, ezért a jet elnyomást az erős kölcsönhatáshoz kötötték [7].

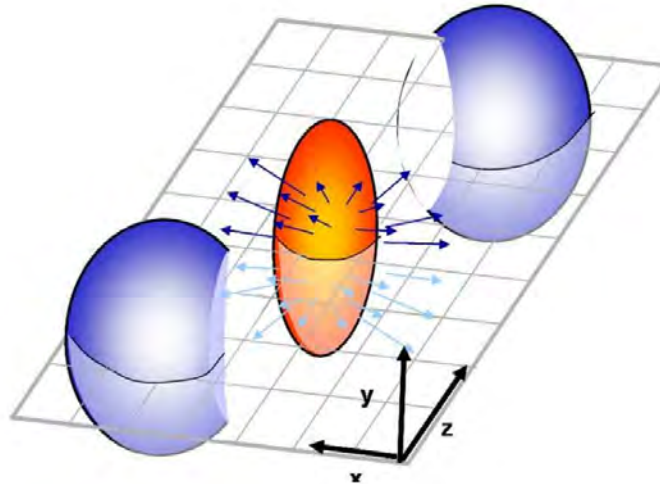
A további mérési eredményeket azok az elméletek magyarázták jól, ahol megjelentek a kvark szabadsági-fokok, a kvarkok kiszabadultak a hadronokból. Mivel a közeg nagyon hamar, kb 1 fm/c idő alatt termalizálódik, a keletkező részecskék eloszlása Boltzmann-eloszlást követ.

Különböző centralitású ütközéseknél más és más alakú az a régió ahol a plazma létrejön. Ha nem teljesen centrális az ütközés, akkor ez a terület geometria aszimmetriával rendelkezik. A kísérletek azt mutatták, hogy a kirepülő részecskék impulzuseloszlása is mutatta ezt az aszimmetriát. A gázok impulzusspektruma izotrop, mivel a gáz részecskéi csak gyengén hatnak kölcsön egymással, a mérések inkább egy erősen kölcsönható anyag jeleit mutatták [5]. Az aszimmetria vizsgálatához felbonthatjuk az impulzus-eloszlást az azinut, tehát az x-y síkbeli szög szerinti Fourier-sorára:

$$N(p_t, \phi) = N(p_t) \sum (1 + v_n \cos(n\phi)) \quad (1.2)$$

Tükrözési szimmetriák miatt a páratlan és a szinuszos tagok elhanyagolhatóak. A sor első lényeges tagja a v_2 -es, amit szokás elliptikus folyásnak is nevezni. Ha a részecskéknak nagy a szabad úthossza, tehát a közeg gáz halmazállapot jellegű, akkor nem jelenik meg az elliptikus folyás. A v_2 -es tag megjelenése miatt arra lehet következtetni, hogy a közeg erősen kölcsönható, a szabad úthossz kicsi [6].

A további vizsgálatok során kiderült, hogy a plazma skálaviselkedést mutat, tehát nem egy fizikai mennyiségtől, hanem különböző mennyiségek kombinációját függ a viselkedése. A skálaviselkedés a hidrodinamikára jellemző és a hidrodinamikai modellek alkalmasnak bizonyultak a kvark gluon plazma leírására. A kísérletek során vizsgálták az anyag viszkozitását is és nagy meglepetésre kiderült, hogy a plazma tökéletes folyadékként viselkedik, tehát elhanyagolható a viszkozitása és tökéletes a hővezető képessége. Az impulzus-eloszlás Fourier-komponensei közül a v_4 -eset sikerült mérések során kimutatni. Elvileg ez az aszimmetria annyira kicsi, hogy a folyadék belső súrlódásának el kellene mosnia, de a megjelenése arra engedett követ-



1.5. ábra: Az ütközés során az atommagok által átfedett területen alakul ki plazma. Ez periférikus ütközések során nem gömbszimmetrikus és ez az aszimmetria tükröződik az impulzuseloszlásokban is.

keztetni, hogy a kinematikai viszkozitás nagyon kicsi. Ez azért volt meglepő, mert eddig a legkisebb viszkozitást a folyékony 4 Kelvin fokos héliumnál figyeltek meg, a forró plazmának viszont még a héliumnál is egy nagyságrenddel kisebb volt a viszkozitása, közel az elméleti határhoz.

1.5. Dilepton spektrum

A hidrodinamika modellekből ki lehet számítani a plazmában keletkező különböző részecskék hozamát és impulzus eloszlásait. A létrejövő hadronok a termalizáció miatt csak a kifagyás pillanatáról hordoznak információt, ezért a hadronspektrum alkalmas a kifagyási hőmérséklet meghatározására. Ha azonban a plazma időfejlődéséről szeretnénk megtudni valamit, akkor az ütközés pillanatától folyamatosan keletkező részecskék spektrumát kell megvizsgáljunk, mint amilyenek a fotonok vagy a leptonok. Az általam részletesebben vizsgált dileptonok egy jelentős része a plazmában keletkezik egy kvark és egy antikvark annihilációjából. Lepton párok azonban a kifagyás után is keletkeznek, különböző mezonok bomlástermékeiként. Dolgozatomban a Csörgő, Csernai, Hama és Kodama által megtalált megoldásból kiszámítottam a dilepton spektrum különböző járulékait, hogy a közvetlenül a plazmában keletke-

zett részről le tudjam választani a később keletkezett járulékokat.

2. Hidrodinamika

2.1. Nemrelativisztikus hidrodinamika

A Relativisztikus Nehézion Ütköztetőben (RHIC) elvégzett kísérletek során kiderült, hogy a kvark-gluon plazma tökéletes folyadékként viselkedik. A tökéletes folyadékokban megmarad az entrópia, azaz nincsen belső súrlódás, sem hővezetés. Az ideális folyadék hasonlót jelent, de ennek definíciójába néha beleértik, hogy térfogattartó (inkompresszibilis) is. A nehézionfizikában persze szó sincs térfogattartásról: éppen az anyag tágulását akarjuk leírni. A félreértés elkerülése végett tehát "ideális" helyett inkább a "tökéletes folyadék" elnevezést követjük.

A hidrodinamika egyenleteit felhasználó elméletek sikeresen írták le a kísérleti tapasztalatokat. A hidrodinamikában használatos alapegyenletek a lokális energia- és impulzus-megmaradásból indulnak ki, és abból, hogy a folyadék áramlása során a részecskék száma nem változik meg. A kontinuitási egyenletek mellett felhasználjuk a folyadék mozgásegyenletét, amit hidrodinamikában Leonhard Euler tiszteletére Euler-egyenletnek neveznek. A számolások során azzal a feltételezéssel élünk, hogy a kvark-gluon plazma folytonos közegként viselkedik, tehát minden kis térfogatelemben elegendően sok részecske található meg. Az egyenletek analitikus megoldásaiból számolhatóak ki a kísérletek során kimérhető mennyiségek. Fontos kutatási terület a hidrodinamikai egyenletek numerikus megoldása is, de a dolgozatomban csak az analitikus megoldásokkal foglalkoztam.

Kontinuitási egyenlet

Az alábbi alakú kontinuitási egyenlet azt fejezi ki, hogy egy térfogatelem sűrűsége csak attól változhat meg, hogy részecskék áramlanak ki vagy be az adott térfogattól:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

ahol ρ a sűrűség a $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$ a parciális differenciál operátor, \mathbf{v} pedig a folyadéksebesség. Szokás még bevezetni az áramsűrűség vektort, ami nem csak

tömegsűrűségre, hanem pl. töltés- vagy barionszám sűrűségre is vonatkozhat:

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v} \quad (2.2)$$

Euler-egyenlet

Ha a folyadék részecskéi közti erőhatást elhanyagoljuk, akkor egy folyadékelem sebességét csak a nyomáskülönbség változtathatja meg:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p \quad (2.3)$$

Ha a Lagrange-koordinátákról áttérünk a folyadékelemmel együtt mozgó Euler koordinátákra, akkor megjelenik egy új tag és az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2.4)$$

Energia-egyenlet

Az energia-egyenlet felírásánál figyelembe vesszük, hogy a folyadékban nincsen belső súrlódás és hőcsere és mindenhol lokális termodinamikai egyensúly áll fenn. Ilyenkor, ha nincsenek külső erők, akkor az energiasűrűséget csak az energia ki- és beáramlása, valamint a nyomáskülönbség által végzett munka változtathatja meg.

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla (\epsilon \mathbf{v}) = -p \nabla \mathbf{v} \quad (2.5)$$

Állapotegyenlet

Egyenlőre több ismeretlenünk van, mint egyenletünk, ezért szükségünk van még egy egyenletre, ami kapcsolatot teremt az energiasűrűség és a nyomás között. Ez az

állapotegyenlet, ami nemrelativisztikus ideális gáz esetén $\epsilon = 3/2p$ és relativisztikus fotongázra pedig $\epsilon = 3p$. A számolásaim során feltételeztem, hogy az energiasűrűség arányos a nyomással:

$$\epsilon = \kappa p \quad (2.6)$$

ahol legáltalánosabb esetben κ függhet a hőmérséklettől és a nyomástól is, de én konstansnak vettem. Ebben a legegyszerűbb esetben $1/\kappa$ értéke a közegbeli hangsebesség négyzetének adódik:

$$c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \epsilon}} \rightarrow \frac{1}{c} = \frac{\epsilon}{p} = \kappa \quad (2.7)$$

2.2. Relativisztikus hidrodinamika

Mielőtt bemutatnám a relativisztikus hidrodinamika egyenleteit, áttekintem a négyes formalizmus és az ehhez kapcsolódó összefüggéseket. A számolásaim során a $c = 1$ és $k_B = 1$ egységrendszert használtam.

Négyeskoordináta: $x^\mu = (t, \mathbf{x}) = (t, r_x, r_y, r_z)$

Négyesderivált: $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$

Négyessebesség: $u^\mu = \gamma(1, \mathbf{v}) = \gamma(1, v_x, v_y, v_z)$, ahol $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$

Négyesimpulzus: $p^\mu = (E, \mathbf{p}) = (E, p_x, p_y, p_z)$

Sajátidő: $\tau = \sqrt{x^\mu x_\mu} = \sqrt{t^2 - r_x^2 - r_y^2 - r_z^2}$

Tömeghég feltétel: $p_\mu p^\mu = E^2 - p^2 = m^2$

Rapidity: $y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E+p_z}{E-p_z} \right)$

A relativisztikus ütközésekben keletkező részecskék p impulzusát gyakran egy nyalábirányú (longitudinális) p_z és egy nyalábra merőleges (transzverz) p_t bontják fel. A transzverz irányban mért azinutális kirepülési szöget ϕ -vel jelöljük, az ütközés azinutális reakciósíkjához viszonyítva. Az invariáns impulzus spektrumot az alábbi ekvivalens módokon lehet felírni:

$$N_1(\mathbf{p}) = E \frac{dn}{d^3\mathbf{p}} = \frac{E}{p_t} \frac{dn}{dp_t dp_z d\phi} = \frac{E}{p} \frac{1}{p_t} \frac{dn}{d\eta d\phi} = \frac{1}{p_t} \frac{dn}{dp_t dy d\phi} \quad (2.8)$$

Kontinuitási egyenlet:

A relativisztikus kontinuitási egyenlet az alábbi alakú:

$$\partial_\mu (n u^\mu) = 0 \quad (2.9)$$

Az egyenletet komponensenként kiírva és a $v \ll 1$ határesetet véve visszkapjuk a nemrelativisztikus kontinuitási egyenletet.

Energia-impulzus tenzor

A hidrodinamikai egyenletek a lokális energia- és impulzus megmaradásból indulnak ki. Sűrűlódásmentes és tökéletes hővezető képességű folyadék esetén az energia-impulzus tenzor alakja a következő:

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p) u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} \quad (2.10)$$

ahol u^μ a folyadék lokális áramlási sebessége, ϵ az energiasűrűség, p a nyomás és $g^{\mu\nu}$ a metrikus tenzor. Tökéletes folyadék esetén az energia-impulzus tenzor diagonalizálható. Ez jól látszik a lokálisan együtt mozgó rendszerben ($u^\mu = (1, 0, 0, 0)$), ahol a tenzor a $\text{diag}(\epsilon, p_x, p_y, p_z)$ alakú lesz.

Az Euler-egyenletet és az energia egyenletet az energia-impulzus tenzor divergenciájának eltűnése szolgáltatja:

$$\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0 \quad (2.11)$$

Ez az egyenlet felbontható egy u^μ -vel párhuzamos és egy u^μ -re merőleges komponensre:

$$(\epsilon + p) \partial_\mu u^\mu + u^\mu \partial_\mu \epsilon = 0 \quad (2.12)$$

$$(\epsilon + p) u^\nu \partial_\nu u^\mu + (u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu}) \partial_\nu p = 0 \quad (2.13)$$

2.3. Realisztikus megoldások kritériumai

A legmegfelelőbb megoldás kiválasztásánál arra kell törekedünk, hogy lehetőleg minél kevesebb megszorítás és fizikailag nem megalapozott szimmetria legyen a megoldásban. Csak a centrális ütközések rendelkeznek hengersizimetriával, az

összes többi nem mutat térszimmetriát, ezért a megoldás se rendelkezzen vele. A tűzgömb tágulása egyik irányban sem elhanyagolható, ezért a megoldás legyen 1+3 dimenziós és relativisztikus, mivel a nehézionokat ultra relativisztikus sebességekre gyorsítják. Nincs olyan megfontolás, ami alapján egyenletesnek lehetne tekinteni a tágulást, ezért az legyen gyorsuló.

A Hubble sebességmező ($\mathbf{v} = H\mathbf{x}$) nem csak az univerzum tágulásának leírására alkalmas, de a robbanásokra is, ezért tekintsük Hubble-mezőnek a sebességmezőt! A robbanásokban résztvevő darabok/részecskék közül a robbanási centrumtól távolabbiaknak nem azért van nagyobb sebessége, mert felgyorsultak, hanem pontosan azért jutottak messzebbre, mert kezdetben nagyobb volt a sebességük. Összefoglalva tehát a megoldás főbb kritériumai:

1. 1+3 dimenziós
2. Relativisztikus
3. A megoldás ne rendelkezzen olyan kitüntetett geometriai szimmetriával, mint amivel az ütközés nem rendelkezett
4. Gyorsuló
5. Hubble-megoldás

A relativisztikus hidrodinamika egyenletei bonyolultak, eddig még nem sikerült olyan megoldást találni, ami az összes fent felsorolt kritériumot teljesítette volna. A területtel először Landau kezdett el foglalkozni, ő javasolta először, hogy a relativisztikus ütközések leírása - mint például a légkörben lejátszódó proton-proton ütközések - a folyadékmodellt lehet használni. Az azóta eltelt hosszú idő alatt sem sikerült sok megoldást találni, ezért még a mai napig foglalkoznak új megoldások keresésével. Az első megoldások között tartják számon a Landau-Khalatnyikov megoldást [14] [13], ami 1+1 dimenziós gyorsuló tágulást ír le. A termodinamikai mennyiségeket csak impliciten tartalmazza, azaz nincsenek benne a vizsgált mennyiségek expliciten a hely és idő függvényében, ezért nehéz vele számolni.

Egy másik gyakran használt megoldás a Hwa-Björken megoldás [12] [10], ami 1+1 dimenziós és gyorsulásmentes. Nagy előnye, hogy egyszerűen lehet vele számolni. Legtöbbször a kezdeti energiasűrűség becslésére szokták használni.

Az 1+1 dimenziós megoldások kiterjeszthetők 1+3 dimenziósra, térszimmetriákat feltételezve, de ezek a megoldások nem tudják leírni azokat a megfigyelhető mennyiségeket, amelyek a térbeli aszimmetriából származnak, mint például az elliptikus folyás. Az általam felhasznált megoldás a Csörgő, Csernai Hama és Kodama megoldása [11]. Ez a nemgyorsuló megoldás az összes többi kritériumot teljesíti és a térbeli aszimmetriát is sikeresen írja.

Az időfejlődést leíró megoldások mellett még elterjedt a végállapotot leírni próbáló parametrizációs módszer, ahol valamilyen ésszerű feltételezést próbálnak adni a forrásfüggvényre. A feltételezéseket a kísérleti adatokkal lehet ellenőrizni. A blast wave és a Buda-Lund-modell is egy táguló tűzgömböt ír le. A blast wave modell azt teszi fel, hogy a tágulás során lökeshullámok haladnak kifelé állandó sugárirányú sebességgel és a kifagyás is egyszerre történik egy-egy lökeshullámban.

A Buda-Lund-modell egy Hubble-tágulásból indul ki és a forrást egy mag (core) és egy "glória" (halo) részre osztja. A halo rész a reakció időtartamához képest hosszabb élettartamú rezonanciák bomlását írja le. A forrásra az önhasonló tágulás mellett ellipszoid szerű szimmetriát tételez fel.

2.4. A felhasznált megoldás

A hidrodinamika megoldása megadja a négyessebesség, számsűrűség, a nyomás és a hőmérséklet téridőbeli függését:

$$n(\mathbf{x}, \tau) = n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^3 \nu(s) \quad (2.14)$$

$$T(\mathbf{x}, \tau) = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)} \quad (2.15)$$

$$p(\tau) = \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3(\kappa+1)/\kappa} \quad (2.16)$$

$$s = \frac{r_x^2}{X(t)^2} + \frac{r_y^2}{Y(t)^2} + \frac{r_z^2}{Z(t)^2} \quad (2.17)$$

ahol $n_0 = n(0, \tau_0)$, $T_0 = T(0, \tau_0)$, $p_0 = n_0 T_0$ és τ_0 a kifagyás ideje. Az s egy skálaváltozó, ami azt jelenti, hogy a hármaskoordinátáktól és a sajátidőtől nem függ külön-külön, csak azok egy kombinációjától. Ebben az esetben egy háromdimenziós ellipszoid felületét adja meg, ahol a fizikai mennyiségek állandóak egy adott időpillanatban. n , T és p nem függ explicit módon a helytől és az időtől, csak a

skálaparamétertől és a sajátidőtől.

Az skálaparaméterben található időfüggő részt abból lehet meghatározni, hogy a plazma sebességmezője Hubble mező ($\mathbf{v} = H\mathbf{x}$). Tehát egy adott pillanatban a sebesség és az origótól való távolság hányadosa állandó. A sebességmező az alábbi alakú lesz:

$$u^\mu = \gamma(1, v_x, v_y, v_z) = \gamma \left(1, \frac{\dot{X}(t)}{X(t)}r_x, \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)}r_y, \frac{\dot{Z}(t)}{Z(t)}r_z \right) \quad (2.18)$$

Ha a sebességmezőt a hidrodinamika alapegyenleteibe visszairjuk, akkor csak akkor kapjuk vissza a fönti összefüggést, ha az ellipszoid tágulási sebessége konstans:

$$X(t) = \dot{X}_0 t \quad (2.19)$$

$$Y(t) = \dot{Y}_0 t$$

$$Z(t) = \dot{Z}_0 t$$

így a sebességmezőre az alábbi adódik:

$$u^\mu = \left(\gamma, \frac{\gamma}{t}\mathbf{x} \right) = \frac{1}{\tau}(t, \mathbf{x}) = \frac{x^\mu}{\tau} \quad (2.20)$$

A sebességtér deriváltjából beláthatjuk, hogy az együtt mozgó gyorsulás nulla ebben a megoldásban:

$$a^\mu = u^\nu \partial_\nu u^\mu = \frac{x^\nu}{\tau} \partial_\nu \left(\frac{x^\mu}{\tau} \right) = \frac{x^\nu}{\tau} \frac{\tau \partial_\nu x^\mu - x^\mu \partial_\nu \tau}{\tau^2} = \frac{x^\nu}{\tau} \frac{\tau g_\nu^\mu - x^\mu x_\nu / \tau}{\tau^2} = \frac{x^\mu - x^\mu}{\tau^2} \quad (2.21)$$

A megoldás már minden részét kielemeztem, kivéve $\nu(s)$ -t. Ez a skálaparaméternek egy tetszőleges függvénye lehet, de az egy ésszerű feltételezésnek tűnik, hogy a központban van a legnagyobb hőmérséklet és az kifelé exponenciális lecsengést mutat. $\nu(s)$ a hőmérséklet és a számsűrűség térbeli eloszlásra vonatkozik. Így $\nu(s)$ alakja:

$$\nu(s) = e^{-bs/2} \quad (2.22)$$

ahol b a hőmérséklet gradiense ($dT/ds = bT$), egy negatív szám a megfontolásaink alapján.

3. MÉRHETŐ MENNYISÉGEK

A bombázó energiák növelésével megváltozik az erős kölcsönhatás jellege, a kölcsönhatásban részvevő részecskék aszimptotikusan szabaddá válnak. Ez azt jelenti, hogy minél nagyobb energiájú elemi részecske ütközéseket vizsgálunk, a folyamatban részt vevő részecskék közötti kölcsönhatás annál kisebb, tehát a csatolás annál gyengébb. Az energia növelésével csökkenő csatolás lehetőséget ad arra, hogy az erős kölcsönhatást is perturbációs számítással tárgyaljuk. Az erős csatolási állandó szerinti legalacsonyabb rendben a leptonkeletkezést egy kvark-antikvark annihiláció szolgáltatja: $q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow l\bar{l}$ [15].

3.1. Pion-annihiláció

A kvark-antikvarkból keletkező lepton párok mellett jelentős járuléka van a hadrongázban keletkező pionoknak is. A reakcióban két pion ütközéséből egy ró mezon jön létre, majd az elbomlik két leptonra. A fejezet a fő témája a folyamat részletes leírása.

Legyen a kölcsönhatásban részt vevő pionok impulzusa q_1 és q_2 és a keletkező leptoné és antileptoné p_+ és p_- . Ekkor az impulzus megmaradásból következik:

$$p_+ - p_- = q_1 + q_2 \quad (3.1)$$

A ró mezon és pion kölcsönhatása a pion mozgási energiájának mérték kicserélődéséből adódik:

$$L = (\partial - ig_\rho\rho)\phi(\partial + ig_\rho\rho)\phi^+ \rightarrow V_{\rho\pi\pi} = ig_\rho\rho^\mu(\phi^+\partial_\mu\phi - \phi\partial_\mu\phi^+) \quad (3.2)$$

ahol ϕ a pion, ρ pedig a ró mezon téroperátora g_ρ pedig a csatolás erőssége. A vertex impulzus reprezentációban a következő:

$$V_{\rho\pi\pi}(q_1, q_2) = g_\rho(q_1 - q_2)^\mu \quad (3.3)$$

A hadronikus elektromágneses áramot áram-tér operátorok közti identitással le-

het felírni:

$$J_\mu = -\frac{e}{g_\rho} m_\rho^2 \rho_\mu - \frac{e}{g_\omega} m_\omega^2 \omega_\mu - \frac{e}{g_\phi} m_\phi^2 \phi_\mu \quad (3.4)$$

Ezért a ró mezon és a foton közti csatolás a következő:

$$C_{\gamma\rho} = -\frac{e}{g_\rho} m_\rho^2 \quad (3.5)$$

A szokásos elektromágneses csatolás a fotonter és a leptontér között: $L = e\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi$. A $\pi\pi \rightarrow \bar{l}l$ folyamat között az invariáns amplitúdó:

$$M = i^3 e (\bar{u}(p_+)\gamma_\mu u(-p_-)) iD_{[\gamma]}^{\mu\nu}(k) C_{\gamma\rho} iD_{[\rho]}^{\nu\lambda}(k) g_\rho (q_1 - q_2)_\lambda \quad (3.6)$$

ahol $u(p)$ a Dirac-egyenlet pozitív energiájú spinor megoldása és $D_{[\gamma]}^{\mu\nu}$ foton $D_{[\rho]}^{\nu\lambda}$ pedig a ró mezon propagátora. A teljes dilepton keletkezés:

$$\frac{dN}{dx^4} = \int \frac{d^3p_+}{(2\pi)^3 3E_+} \frac{d^3p_-}{(2\pi)^3 3E_-} \int \frac{d^3q_1}{(2\pi)^3 2\omega_1} \frac{d^3q_2}{(2\pi)^3 2\omega_2} n(q_1 u) n(q_2 u) \quad (3.7)$$

$$(2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - p_+ - p_-) \sum_{spin} |M|^2$$

Itt $u = (1, 0, 0, 0)$ a közeg négyessebessége és $n(x) = (e^x - 1)^{-1}$

Az amplitúdó négyzet spinre átlagolva:

$$\sum_{spin} |M|^2 = e^2 g_\rho^2 C_{\gamma\rho}^2 \sum_{s+, s-} [\bar{u}(p_+, s_+) \gamma_\mu u(-p_-, s_-) \bar{u}(-p_-, s_-) \gamma_\nu (p_+, s_+)] = \quad (3.8)$$

$$D_{[\gamma]}^{\mu\bar{\mu}}(k) D_{[\rho]}^{\bar{\mu}\bar{\lambda}}(k) (q_1 - q_2)_{\bar{\lambda}} D_{[\gamma]}^{*\nu\bar{\nu}}(k) D_{[\rho]}^{*\bar{\nu}\bar{\lambda}}(k) (q_1 - q_2)_\lambda$$

A spinre való összegzés:

$$\sum_{s_+, s_-} [\bar{u}(p_+, s_+) \gamma_\mu u(-p_-, s_-) \bar{u}(-p_-, s_-) \gamma_\nu u(p_+, s_+)] = \text{Tr} [(-\not{p}_- + m_l) \gamma_\mu (\not{p}_+ + m_l) \gamma_\nu] \quad (3.9)$$

$$= \text{Tr} [\not{p}_- \gamma_\mu \not{p}_+ \gamma_\nu] + m_l^2 \text{Tr} [\gamma_\mu \gamma_\nu] = -4 [p_+^\nu p_-^\nu + p_-^\mu p_+^\mu - [(p_+ p_-) + m_l^2] g^{\mu\nu}]$$

Használjuk fel a következőt:

$$1 = \int d^4 k \delta^{(4)}(k - p_+ - p_-) \quad (3.10)$$

A leptonkeletkezés a következő alakra hozható:

$$\frac{dN}{d^4 x d^4 k} = (2\pi)^4 e^2 g_\rho^2 C_{\rho\gamma}^2 L_{\mu\nu}(k) D_{[\gamma]}^{\mu\bar{\mu}}(k) D_{[\gamma]}^{\bar{\mu}\lambda}(k) D_{[\gamma]}^{*\nu\bar{\nu}}(k) D_{[\gamma]}^{*\nu\lambda}(k) H_{\bar{\lambda},\lambda}(k) \quad (3.11)$$

ahol

$$L_{\mu\nu}(k) = \int \frac{d^3 p_+}{(2\pi)^3 3E_+} \frac{d^3 p_-}{(2\pi)^3 3E_-} \delta^{(4)}(k - p_+ - p_-) 4 [p_+^\nu p_-^\nu + p_-^\mu p_+^\mu - [(p_+ p_-) + m_l^2] g^{\mu\nu}] \quad (3.12)$$

és

$$H_{\mu\nu}(k) = \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 2\omega_2} n(q_1 u) n(q_2 u) (q_1 - q_2)_\mu (q_1 - q_2)_\nu \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k) \quad (3.13)$$

Először $L_{\mu\nu}(k)$ -t számolom ki.

$$k_\mu = [p_+^\mu p_-^\nu - p_-^\mu p_+^\nu - [(p_+ \cdot p_-) + m_l^2] g^{\mu\nu}] = \quad (3.14)$$

$$(p_+^2 + (p_+ \cdot p_-)) p_-^\nu - (p_-^2 + (p_+ \cdot p_-)) p_+^\nu - [(p_+ \cdot p_-) + m_l^2] (p_+^\nu + p_-^\nu) = 0 \quad (3.15)$$

Ezért $k_\mu L^{\mu\nu} = L^{\nu\mu} k_\mu = 0$. Az $L^{\nu\mu}$ tenzor struktúrája a következő:

$$L_{\mu\nu}(k) = L(k^2) (g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2) \quad (3.16)$$

Ahol $L(k^2) = \frac{1}{3} L_\mu^\mu(k)$

$$L(k^2) = -\frac{1}{3} \int \frac{d^3 p_+}{(2\pi)^3 3E_+} \frac{d^3 p_-}{(2\pi)^3 3E_-} \delta^{(4)}(k - p_+ - p_-) 4 [2(p_+ \cdot p_-) - 4 [(p_+ \cdot p_-) + m_l^2]] \quad (3.17)$$

$$= \frac{8}{3} \int \frac{d^3 p_+}{(2\pi)^3 3E_+} \frac{d^3 p_-}{(2\pi)^3 3E_-} \delta^{(4)}(k - p_+ - p_-) [(p_+ \cdot p_-) + 2m_l^2]$$

Mivel $(p_+ \cdot p_-) = \frac{1}{2}k^2 - m_l^2$, ezért:

$$L(k^2) = \frac{8}{3} \left[\frac{1}{2}k^2 - m_l^2 \right] \int \frac{d^3 p_+}{(2\pi)^3 3E_+} \frac{d^3 p_-}{(2\pi)^3 3E_-} \delta^{(4)}(k - p_+ - p_-) \quad (3.18)$$

A leptonok fázistérfigatát a pionok tömegközéppont rendszerében a legegyszerűbb kiszámítani, ahol $k = (k_0, 0, 0, 0)$

$$\frac{d^3 p_+}{(2\pi)^3 3E_+} \frac{d^3 p_-}{(2\pi)^3 3E_-} \delta^{(4)}(k - p_+ - p_-) = \quad (3.19)$$

$$\frac{d^3 p_+}{(2\pi)^3 3E_+} \frac{d^3 p_-}{(2\pi)^3 3E_-} \delta(k_0 - E_+ - E_-) \delta^{(3)}(p_+ - p_-)$$

$$\int \frac{d^p}{(2\pi)^6 4E^2(p)} \delta(k_0 - 2E(p)) = \frac{4\pi}{(2\pi)^6 k_0^2} \int dp p^2 \delta(k_0 - 2E(p))$$

$$\frac{4\pi}{(2\pi)^6 k_0^2} \int dE E \sqrt{E^2 - m_l^2} \frac{1}{2} \delta\left(\frac{1}{2}k_0 - E\right) = \frac{\pi}{(2\pi)^6 k_0} \frac{1}{4} k_0 \sqrt{\frac{1}{4}k_0^2 - m_l^2}$$

Így $L(k^2)$ -re a következőt kapjuk:

$$L(k^2) = \frac{\frac{1}{2}k^2 + m_l^2}{24\pi^5 k} \sqrt{\frac{1}{4}k^2 - m_l^2} \quad (3.20)$$

Most nézzük meg a hadronikus tenzort is! Szorozzuk meg k_μ -vel!

$$k_u(q_1 - q_2)^\mu = q_1^2 - q_2^2 = 0$$

Ha a részecskék tömeghéjon vannak. Mivel $k^\mu H_{\mu\nu} = 0$, a tenzort az alábbi módon fel tudjuk bontani u és k négyesvektorokkal:

$$H^{\mu\nu}(k, u) = H_T(k^2, k \cdot u)T^{\mu\nu}(k, u) + H_L(k^2, k \cdot u)L^{\mu\nu}(k, u)$$

$$T^{\mu\nu}(k, u) = g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} - L^{\mu\nu}(k, u) \quad (3.21)$$

$$L^{\mu\nu}(k, u) = \frac{j^\mu j^\nu}{k^2(k^2 - (k \cdot u)^2)}$$

$$j^\mu = (k \cdot u)k^\mu - k^2 u^\mu$$

Az $L_{\mu\nu}$ longitudinális és $T_{\mu\nu}$ transzverzális projektorok tulajdonságait kihasználva:

$$(u \cdot H \cdot u) = H_L \frac{k^2(k \cdot u)^2}{k^2}$$

$$H_\mu^\mu = 2H_T + H_L$$

$$H_L = \frac{k^2}{k^2 - (k \cdot u)^2} (u \cdot H \cdot u)$$

$$H_T = \frac{1}{2} \left[H_\mu^\mu - \frac{k^2}{k^2 - (k \cdot u)^2} (u \cdot H \cdot u) \right]$$

Használjuk fel a következő összefüggést!

$$n(q_1 \cdot u)n(q_2 \cdot u) = n(k \cdot u) [1 + n(q_1 \cdot u) + n(q_2 \cdot u)]$$

A $H_{\mu\nu}$ tenzor egy vákuum és egy közegbeli részre bontható fel:

$$H_{\mu\nu}(k, u) = n(k \cdot u) [h_{\mu\nu}^{vac}(k) + h_{\mu\nu}^{med}(k, u)] \quad (3.22)$$

$$h_{\mu\nu}^{vac}(k) = \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^2 2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^2 2\omega_2} (q_1 - q_2)_\mu (q_1 - q_2)_\nu \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k)$$

$$h_{\mu\nu}^{med}(k, u) = 2 \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^2 2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^2 2\omega_2} n(q_1) (q_1 - q_2)_\mu (q_1 - q_2)_\nu \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k)$$

Mivel a h^{vac} tenzor nem függ a négyessebességtől, ezért egyszerű a struktúrája:

$$h_{\mu\nu}^{vac}(k) = \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) h^{vac}(k^2) \quad (3.23)$$

$$h^{vac}(k^2) = \frac{1}{3} \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^2 2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^2 2\omega_2} (q_1 - q_2)^2 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k)$$

Ha fölhasználjuk, hogy tömegközépponti rendszerben $(q_1 - q_2)^2 = 4m_\pi^2 - k^2$, akkor:

$$h^{vac}(k^2) = \frac{1}{3} [4m_\pi^2 - k^2] \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^2 2\omega_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^2 2\omega_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k) \quad (3.24)$$

$$h^{vac}(k^2) = \frac{1}{3} \frac{\pi}{(2\pi)^6 k} \sqrt{\frac{1}{4}k^2 - m_\pi^2} = \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{1}{24\pi k} [k^2 - 4m_\pi^2]^{\frac{3}{2}}$$

hanyagoljuk el a $h_{\mu\nu}^{med}$ közegbeli járulékot! Ekkor a foton és a ró mezon vákuum propagátoraival számolhatunk:

$$D_{[\gamma]}^{\mu\nu}(k) = -\frac{g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}}{k^2 - i\epsilon} \quad (3.25)$$

$$D_{[\rho]}^{\mu\nu}(k) = -\frac{g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2}}{k^2 - m_\rho^2 - \prod_\rho^{vac}(k^2)i\epsilon} + c \frac{k^\mu k^\nu}{m_\rho^2} \quad (3.26)$$

Ekkor a dilepton keletkezést az alábbi formába tudjuk írni:

$$\frac{dN}{d^4x d^4k} = (2\pi)^4 e^2 g_\rho^2 C_{\rho\gamma}^2 L_{\mu\nu}(k) D_{[\gamma]}^{\mu\bar{\mu}}(k) D_{[\gamma]}^{\bar{\mu}\lambda}(k) D_{[\gamma]}^{*\nu\bar{\nu}}(k) D_{[\gamma]}^{*\bar{\nu}\lambda}(k) H_{\bar{\lambda},\lambda}(k) \quad (3.27)$$

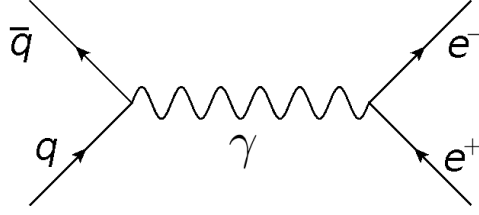
$$\begin{aligned} & (2\pi)^4 e^2 g_\rho^2 C_{\rho\gamma}^2 L(k^2) \frac{1}{k^4} \frac{1}{|k^2 - m_\rho^2 - \prod^{vac}|^2} n(k \cdot u) h^{vac}(k^2) (g_\mu^\mu - 1) \\ & (2\pi)^4 e^2 g_\rho^2 g_\rho^2 \frac{e^2 m_\rho^4}{g_\rho^2} \frac{1}{24\pi^5 \sqrt{k^2}} \frac{\frac{1}{2}k^2 + m_l^2}{\sqrt{\frac{1}{4}k^2 - m_l^2}} \frac{1}{k^4} \frac{1}{|k^2 - m_\rho^2 - \prod^{vac}|^2} n(k \cdot u) \\ & \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{3}{24\pi \sqrt{k^2}} [k^2 - 4m_\pi^2]^{\frac{3}{2}} \\ & 3 \frac{e^4 m_\rho^4}{12(2\pi)^6} \frac{k^2 + 2m_l^2}{4 * 24^2 \pi^6} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{k^2}} \frac{1}{k^4} \frac{1}{|k^2 - m_\rho^2 - \prod^{vac}|^2} n(k \cdot u) k^2 \left[\frac{4m_\pi^2}{k^2} \right]^{\frac{3}{2}} \\ & = \frac{e^4 m_\rho^4}{12(2\pi)^6} \frac{(k^2 + 2m_l^2) n(k \cdot u) k^2}{k^4 |k^2 - m_\rho^2 - \prod^{vac}|^2} \left[1 - \frac{4m_l^2}{k^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{4m_\pi^2}{k^2} \right]^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

Ha végeredmény a finomszerkezeti állandóval kifejezve:

$$\frac{dN}{d^4x d^4k} = \frac{\alpha^2}{3(2\pi)^4} n(k \cdot u) \frac{m_\rho^2}{k^4 |k^2 - m_\rho^2 - \prod^{vac}|^2} (k^2 + 2m_l^2) \left[1 - \frac{4m_l^2}{k^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{4m_\pi^2}{k^2} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (3.28)$$

Az alábbi kifejezést a pion elektromágneses form faktor négyzetének hívják:

$$|F_\pi(k^2)|^2 = \frac{m_\rho^2}{k^4 |k^2 - m_\rho^2 - \prod^{vac}|^2} \quad (3.29)$$



3.1. ábra: Elektron-pozitron pár keletkezés Feynman-gáfja kvark-antikvark annihilációból

Az irodalomban fellelhető ennek egy közelítése:

$$|F_\pi(k^2)|^2 = \frac{m_\rho^2}{(k^2 - m_\rho^2)^2 + m_\rho^2 \Gamma_\rho^2} \quad (3.30)$$

Ahol Γ_ρ^2 a ró mezon közegbeli szélessége.

3.2. Dilepton keletkezés

A dileptonok keletkezését a forrás-, vagy emissziós függvény írja le. Ez a függvény azt adja meg, hogy egy adott pontban és egy adott időpontban (vagyis egy adott négyeskoordinátánál) mekkora valószínűséggel keletkezik egy lepton pár [16]:

$$\frac{dN}{d^4x} = \int \frac{d^3\mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3\mathbf{k}_2}{(2\pi)^3} f(\mathbf{k}_1) f(\mathbf{k}_2) v_{rel} \sigma \quad (3.31)$$

ahol \mathbf{k}_1 és \mathbf{k}_2 a kvarkok impulzusa, v_{rel} a két részecske egymáshoz viszonyított sebessége és σ a reakció hatáskeresztmetszete. $f(\mathbf{k}_1)$ és $f(\mathbf{k}_2)$ a részecskék impulzus eloszlását írja le. Mivel fermionok eloszlását vizsgáljuk, és a termalizáció rövid idő alatt beáll, az eloszlás jó közelítéssel a Fermi-eloszlás lesz:

$$f(\mathbf{k}) = \frac{N_c N_s}{\exp[uk - \mu] + 1} \quad (3.32)$$

ahol N_c a szín és N_s a spin degenerációs faktor és μ a kémiai potenciál. A bariokémiai potenciál nagyon kicsi, ezért a számolásoknál elhanyagoltam. A kvark-antikvark annihiláció hatáskeresztmetszete:

$$\sigma(M^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{3N_c} \sum_{i=u,d,s} \frac{e_i^2}{e^2} \frac{1 + 2m_q^2/M^2}{M^2 \sqrt{1 - 4m_q^2/M^2}} \quad (3.33)$$

ahol m_i az adott kvark tömege, e_i az adott kvark töltése és $M = (k_1 + k_2)^2$ az invariáns tömeg négyzete. Dileptonok azonban nem csak a kvark-gluon plazmában keletkeznek, hanem a kifagyás után különböző mezonok is dileptonokra bomlanak. Ezek közül a bomlási csatornák közül a legfontosabb a pion-pion annihiláció. Itt a hadrongázban két pion egy rho mezonná alakul át, majd a rho mezon tovább bomlik egy lepton párra. A folyamat hatáskeresztmetszete:

$$\sigma(M^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{3} \frac{|F(M^2)|^2}{M^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{M^2}} \quad (3.34)$$

ahol m_π a pion tömege és a pion elektromágneses formfaktora:

$$|F_\pi(M^2)|^2 = \sum_{i=\rho,\rho',\rho''} \frac{N_i m_i^4}{(m_i^2 - M^2)^2 + m_i^2 \Gamma_i^2} \quad (3.35)$$

ahol ρ , ρ' és ρ'' a $\rho(770)$, $\rho'(1450)$ és $\rho''(1700)$ a különböző energiájú mezonokat jelöli. A hozzájuk tartozó bomlási szélességek: $\Gamma_\rho = 153$ MeV, $\Gamma_{\rho'} = 237$ MeV, $\Gamma_{\rho''} = 235$ MeV és a bomlások egymáshoz viszonyított erőssége: $N_\rho = 1$, $N_{\rho'} = 1.802 \times 10^{-3}$, $N_{\rho''} = 5.93 \times 10^{-3}$.

Ha a relatív sebességet átalakítjuk, könnyen meggyőződhetünk arról, hogy az integrál Lorentz-invariáns. A relatív sebességet átalakítva az alábbi kifejezést kapjuk:

$$v_{rel} = \frac{M^2}{2E_1 E_2} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} \quad (3.36)$$

A részletes számolások az appendix A. részében találhatóak. Ezt helyettesítsük be a leptonkeletkezés képletébe!

$$\frac{dN}{d^4x} = \frac{1}{(2\pi)^6} \int \frac{dk_1^3}{E_1} \frac{dk_2^3}{E_2} f_1(k_1) f_2(k_2) \frac{M^2}{2} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} \sigma(M^2) \quad (3.37)$$

Térjünk át a k_1 és k_2 változókról a következőkre: $P_\mu = k_{1\mu} + k_{2\mu}$, $k_\mu = (k_{1\mu} - k_{2\mu})/2$. Az új változók segítségével át tudjuk írni a Lorentz-invariáns fázistérfigatot:

$$\frac{dk_1^3}{E_1} \frac{dk_2^3}{E_2} = \frac{d^3 P d^3 k}{E_1 E_2} = \frac{d^3 P E d^3 k}{E E_1 E_2} \quad (3.38)$$

ahol $E = E_1 + E_2$. Mivel $d^3 P/E$ Lorentz-invariáns, ezért $E d^3 k/E_1 E_2$ is Lorentz-invariáns kifejezés lesz. Ha a rendszerünket beboostoljuk a két részecske tömegkö-

zépponti rendszerébe, akkor a következőt kapjuk:

$$\frac{d^3 P}{E} \frac{E d^3 k}{E_1 E_2} = \frac{d^3 P}{E} \frac{E' d^3 k'}{E'_1 E'_2} = \frac{d^3 P}{E} \frac{4 d^3 k'}{M} \quad (3.39)$$

A k'_μ relatív impulzushoz tartozó infinitezimális $k'^2 dk'$ térfogatelemtet át lehet alakítani a következőre:

$$k'^2 dk' = \frac{M^2}{16} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} dM d\Omega \quad (3.40)$$

A részletes számolásokat az appendix B részében lehet megtalálni. Így a dilepton keletkezés a következő alakú lesz:

$$\frac{dN}{d^4 x} = \frac{2g_1 g_2}{(2\pi)^6} \int \frac{d^3 P d^3 k'}{E} e^{-\frac{P u(x)}{T(x)}} M \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} \sigma(M^2) \quad (3.41)$$

Az impulzusintegrált át lehet írni, ha új változókra térünk át:

$$\frac{d^3 P}{E} = \pi dy dP_T^2 \quad (3.42)$$

Így megkaphatjuk egy adott invariáns tömegnél és adott transzverz impulzusnál keletkező dileptonok számát:

$$\frac{dN}{dy dM^2 dP_T^2} = \frac{g_1 g_2 \pi}{2(2\pi)^6} M^2 \left(1 - \frac{4m^2}{M^2}\right) \sigma(M^2) \int e^{-\frac{P u(x)}{T(x)}} d\phi d^4 x \quad (3.43)$$

ahol g_1 és g_2 a degenerációk száma.

3.3. A transzverz impulzus eloszlása

Az előző fejezetben bevezetett forrásfüggvény kiintegrálásával megkaphatjuk a lepton párok impulzus eloszlását. Az integrálás előtt több függvényt sorba fejtettem, hogy az integrálás analitikusan elvégezhető legyen. Itt mindig hely szerint fejtettem sorba másodrendig és ezt azért tehettem meg, mert a plazma hely szerint lokalizált. A számolásaim részletesen megtalálhatóak a függelékben, itt csak a főbb lépéseket

ismertetem. A forrásfüggvény átalakítása után a térintegrál a következő alakú:

$$\int d^4x e^{-\frac{P_\mu u^\mu}{T}} \quad (3.44)$$

Az exponensben szereplő $P_\mu u^\mu$ szorzat másodlagos közelítésben a következő alakot ölti:

$$P_\mu u^\mu \approx E - \frac{P_x r_x}{t} - \frac{P_y r_y}{t} - \frac{P_z r_z}{t} + E \left(\frac{r_x^2}{2t^2} + \frac{r_y^2}{2t^2} + \frac{r_z^2}{2t^2} \right) \quad (3.45)$$

Az exponensben szereplő hőmérsékletfüggést is sorba fejtettem, majd az egész kifejezést teljes négyzetté alakítottam. Így az exponens a következő alakú lett:

$$-\frac{P_\mu u^\mu}{T} = C - \frac{(r_x - R_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(r_y - R_y)^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(r_z - R_z)^2}{2\sigma_z^2} \quad (3.46)$$

ahol:

$$R_x = \frac{P_x t \kappa}{E \left(\kappa - \kappa \frac{b}{X^2} - 3 \right)} \quad (3.47)$$

$$\sigma_x^2 = \rho_x \frac{T_0 \tau_0^2}{E} \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{-\frac{3}{\kappa} + 2} \quad (3.48)$$

és ρ_x -et az alábbi módon definiáltuk:

$$\rho_x = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa \frac{b}{X^2}} \quad (3.49)$$

Értelemszerűen hasonlóan lett definiálva $R_y, R_z, \sigma_y, \sigma_z, \rho_y$ és ρ_z is. Az exponensben megjelenő, a tér és időkoordinátáktól független tag pedig:

$$C = -\frac{1}{T_0} \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{3/\kappa} \left(E - \rho_x \frac{P_x}{2E} - \rho_y \frac{P_y}{2E} - \rho_z \frac{P_z}{2E} \right) \quad (3.50)$$

Az előbb bevezetett paraméterekkel a térintegrál a következő alakú:

$$e^{-\frac{P_\mu u^\mu}{T}} d^3x dt = e^{C - \frac{(r_x - R_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(r_y - R_y)^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(r_z - R_z)^2}{2\sigma_z^2}} d^3x dt \quad (3.51)$$

Gauss integrálokat kaptunk, amiket egyszerű elvégezni (Lásd az Appendixet). Az térintegrál elvégzése után a következőt kapjuk:

$$\int e^C (2\pi)^{3/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \left(\frac{T_0 \tau_0^2}{E} \right)^{3/2} \left[\left(\frac{t}{\tau_0} \right)^{-\frac{3}{\kappa}+3} \right]^{3/2} \quad (3.52)$$

A nyaláb irányával párhuzamos impulzusú részecskéket nem detektálhatjuk, mert a nyaláb irányában nincsenek detektoraink. Csak azokat a részecskéket detektálhatjuk, amelyeknek a transzverz impulzusa jóval nagyobb, mint a z irányú impulzusa. Jó közelítéssel: $p_z = 0$ és $y = 0$. Az x és y irányú komponenseket átírhatjuk polárkoordinátákra:

$$p_x = p_t \cos \phi \quad (3.53)$$

$$p_y = p_t \sin \phi \quad (3.54)$$

A polárkoordinátákra való áttérés után és a tömeghőj feltételt felhasználva az exponens a következő lesz (lásd Appendix):

$$C = -\frac{1}{T_0 \sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0} \right)^{3/\kappa} \left(M^2 + P_T^2 \left(\frac{\rho_y}{4} \cos(2\phi) - \frac{\rho_x}{4} \cos(2\phi) - \frac{\rho_x}{4} - \frac{\rho_y}{4} - 1 \right) \right) \quad (3.55)$$

Az időintegrál előtt célszerű elvégezni a szögre való integrálást. Mivel csak az exponensben van szögfüggés, ezért csak a nulladrendű Bessel-függvények jelennek meg. Az n. Bessel-függvény:

$$I_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2n\phi) \exp(x \cos(2\phi)) d\phi \quad (3.56)$$

Így a teljes kifejezés a következő alakú lesz:

$$\int \exp \left(-\frac{1}{T_0 \sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0} \right)^{3/\kappa} \left(M^2 - \frac{\rho_x}{4} P_T^2 - \frac{\rho_y}{4} P_T^2 - P_T^2 \right) \right) (2\pi)^{5/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z}$$

$$\frac{T_0\tau_0^2}{\sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\frac{9}{3\kappa}+3} I_0 \left(\frac{1}{T_0\sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} P_T^2 \left(\frac{\rho_y}{4} - \frac{\rho_x}{4}\right) \right) dt \quad (3.57)$$

Itt a Bessel-függvényt sorba fejthetjük, mert az argumentumában megjelenő $\rho_y - \rho_x$ nagyon kicsi. A ρ_x és ρ_y csak abban különböznek egymástól, hogy van bennük egy paraméter \dot{X} és \dot{Y} , ami az x és y tengely menti tágulást írja le, ahol ezek a Hubble-konstansok. Reális feltételezés, hogy első közelítésben a két tengely mentén ugyanakkora a tágulás. Ahhoz, hogy megkapjuk az impulzus eloszlást, már csak az időintegrált kell elvégezni. Térjünk át a $\zeta = t/\tau_0$ új változóra! Ekkor: $dt = \tau_0 d\zeta$. A Bessel-függvények sorfejtése után az időintegrált elvégezve Gamma-függvényeket kapunk:

$$\int \zeta^a e^{b\zeta^c} d\zeta = -\frac{1}{c} (-b)^{-\frac{a+1}{c}} \Gamma\left(\frac{a+1}{c}; -b\zeta^c\right) \quad (3.58)$$

Vezessük be az "A" új paramétert!

$$A = \frac{M^2 - \frac{\rho_x}{4} P_T^2 - \frac{\rho_y}{4} P_T^2 - P_T^2}{T_0\sqrt{M^2 + P_T^2}} \quad (3.59)$$

A $\zeta = t/\tau_0$ új változó szerint kiintegrálom a függvényt egy kezdeti i (initial) értéktől egyig (a részletek az Appendixben). Azért kell egyig integrálni, mert ez felel meg a τ_0 időpillanatnak, a kifagyás pillanatának és ez után már nem keletkeznek leptonok szabad kvarkokból.

$$\int e^{\frac{P_\mu u^\mu}{T}} d^4x d\phi = (2\pi)^{5/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \tau_0^4 \left(\frac{T_0}{E}\right)^{3/2} \left(\frac{\kappa}{3} A^{\frac{3}{2} - \frac{4\kappa}{3}} \Gamma\left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\zeta^{3/\kappa}\right) \Big|_1^i + \frac{P_T^4 (\rho_x - \rho_y)^2}{16T_0^2 (M^2 + P_T^2)} \kappa A^{\frac{3}{2} - \frac{4\kappa}{3}} \Gamma\left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\zeta^{3/\kappa}\right) \Big|_1^i \right) \quad (3.60)$$

Ha $\rho_x = \rho_y$, akkor annak a valószínűsége, hogy egy dilepton pár keletkezik egy adott tömegközépponti energiánál és transzverz impulzusnál:

$$\frac{dN}{dM^2 dP_T^2} = \frac{g_1 g_2}{12 (2\pi)^{5/2}} M^2 \left(1 - \frac{4m^2}{M^2}\right) \sigma(M^2) \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z}$$

$$\tau_0^4 \left(\frac{T_0}{\sqrt{M^2 + P_T^2}} \right)^{3/2} \kappa A^{\frac{3}{2} - \frac{4\kappa}{3}} \Gamma \left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\zeta^{3/\kappa} \right) \Big|_1^i \quad (3.61)$$

4. Eredmények

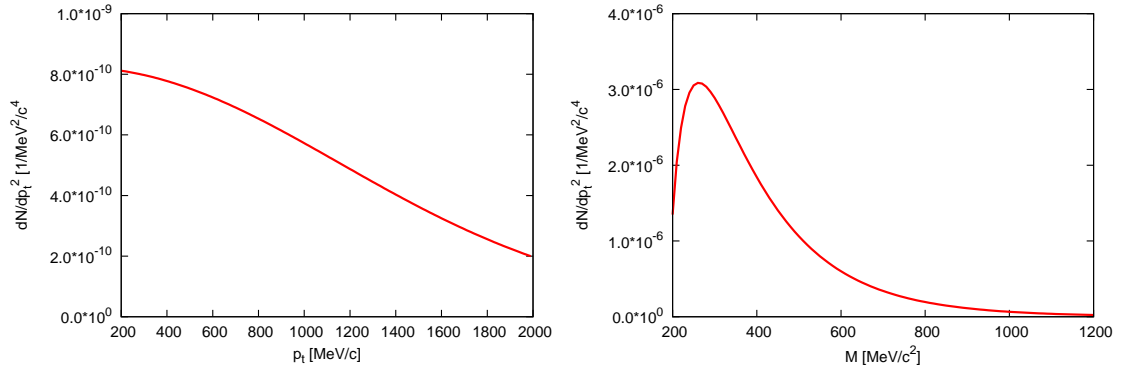
A forrásfüggvényt kiintegrálva megkaptam, hogy mi annak a valószínűsége, hogy egy adott transzverz impulzusú és tömegközépponti energiájú dilepton pár keletkezik. A keletkezés eloszlását numerikusan kiszámoltam a transzverz impulzus és a tömegközépponti energia függvényében, úgy hogy az összes többi paramétert lerögzítettem. A paraméterek értéke az alábbi táblázatban megtalálható:

| Paraméter | Jel | Érték |
|------------------------|---------------------------------|------------|
| Kifagyási hőmérséklet | T_0 | $170 MeV$ |
| Kifagyási sajátidő | τ_0 | $7 fm/c$ |
| Transzverz tágulás | $\dot{X}_0^2/b = \dot{Y}_0^2/b$ | -0,64 |
| Longitudinális tágulás | \dot{Z}_0^2 | -1,5 |
| Kompresszibilitás | κ | 7 |
| Kezdeti idő | i | $0,7 fm/c$ |

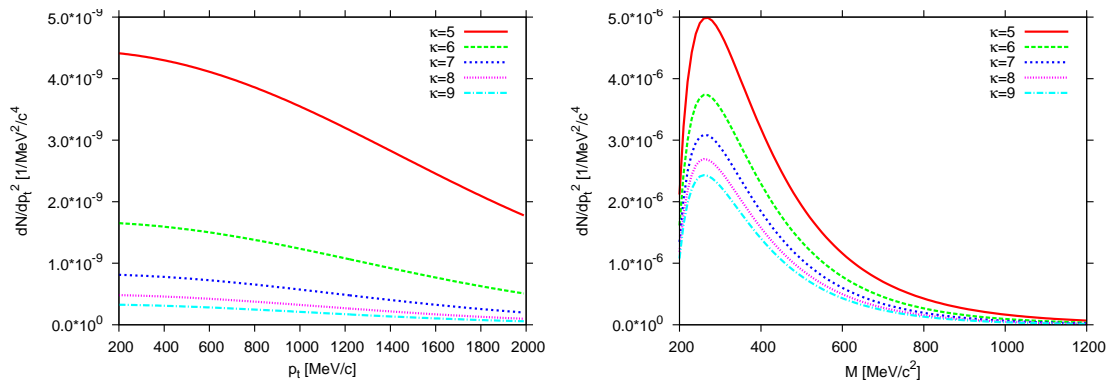
Számolásaim során megvizsgáltam, hogyan függenek az eloszlások a különböző paraméterektől és azt külön feltüntettem, mikor eltértem a táblázatban talált értékektől. Mikor a transzverz impulzus szerinti eloszlást számoltam, a tömegközépponti energiát $2000 MeV$ -nek választottam, amikor pedig a tömegközépponti energia szerinti eloszlást, akkor pedig $200 MeV$ és $2000 MeV$ közötti transzverz impulzusra átlagoltam.

Megnéztem a spektrumok kompresszibilitás függését és kis értékekre nem kaptam fizikai megoldásokat, az impulzussal és a tömegközépponti energiával nőtt a hozam. A kis kompresszibilitás a gázokra jellemző, a relativisztikus fotongázra $\kappa = 3$. A folyadékoknak ennél nagyobb a kompresszibilitása, $\kappa > 4$ -re már fizikailag értelmezhető eredményt kaptam és a paraméter növekedtével egyre gyengébben függött tőle a lepton hozam.

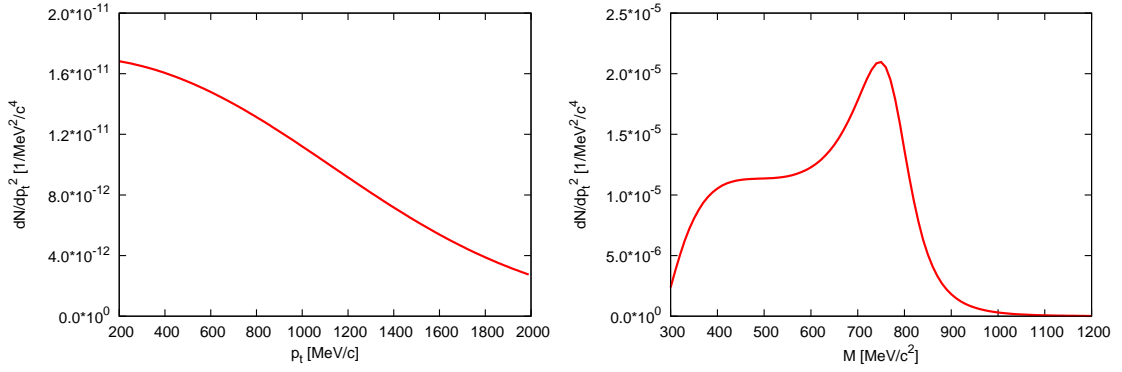
A hadronizáció után nem fejeződik be a dileptonok keletkezése, a hadrongázban még jelentős mennyiségű lepton pár keletkezik. A hadrongázban keletkezett leptonokat érdemes leválasztani a mért spektrumról, mert csak a direkt leptonok hordoznak információt a plazma időfejlődéséről. Ez nem egyszerű, hiszen a hadronoktól több



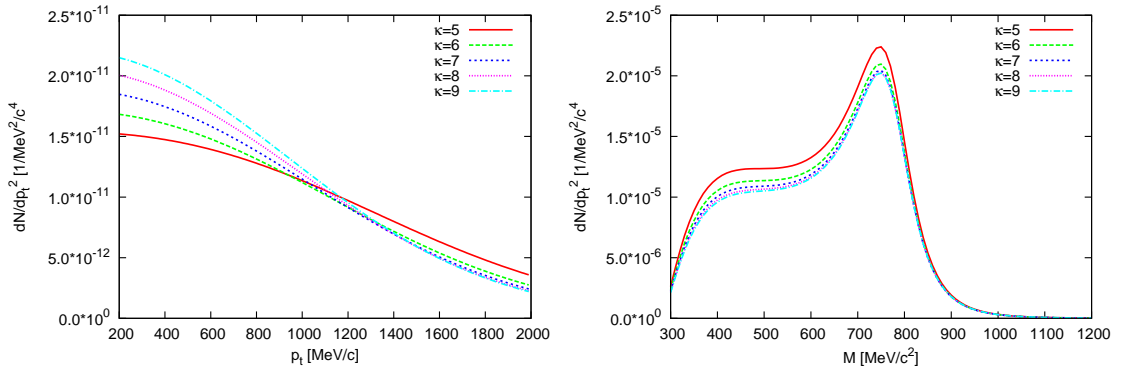
4.1. ábra: Kvark annihilációból származó dilepton spektrum



4.2. ábra: Kvark annihilációból származó dilepton spektrum kompresszibilitás függése



4.3. ábra: ρ mezonokból származó dilepton spektrum

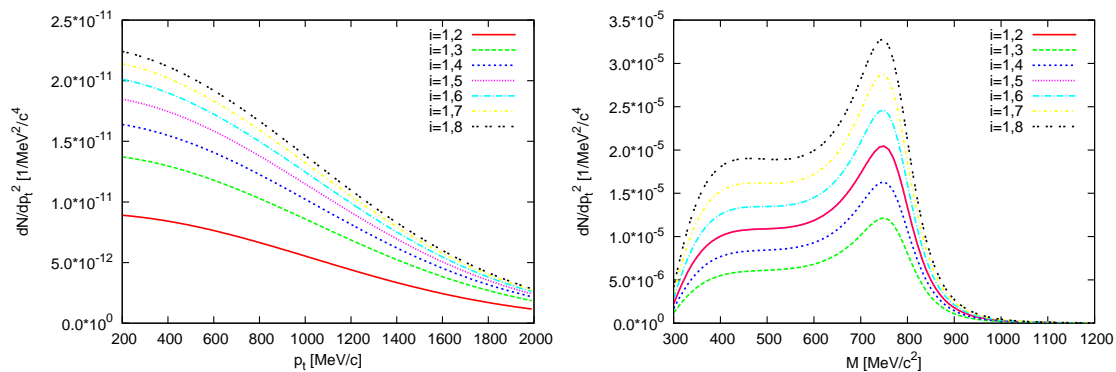


4.4. ábra: ρ mezonokból származó dilepton spektrum kompresszibilitás függése

komponense is közvetve, vagy közvetlenül leptonokra bomlik. A legnagyobb hányad viszont pion-pion annihilációból származik, ezért elég megnézni, hogy milyen rezonanciák bomlanak pionokra. Ezek közül a legnagyobb hányadot a ρ mezonok adják. A $\rho(770)$ mezonnak és gerjesztéseinek ($\rho'(1450)$, $\rho(1700)$) spektruma az alábbi ábrán látható:

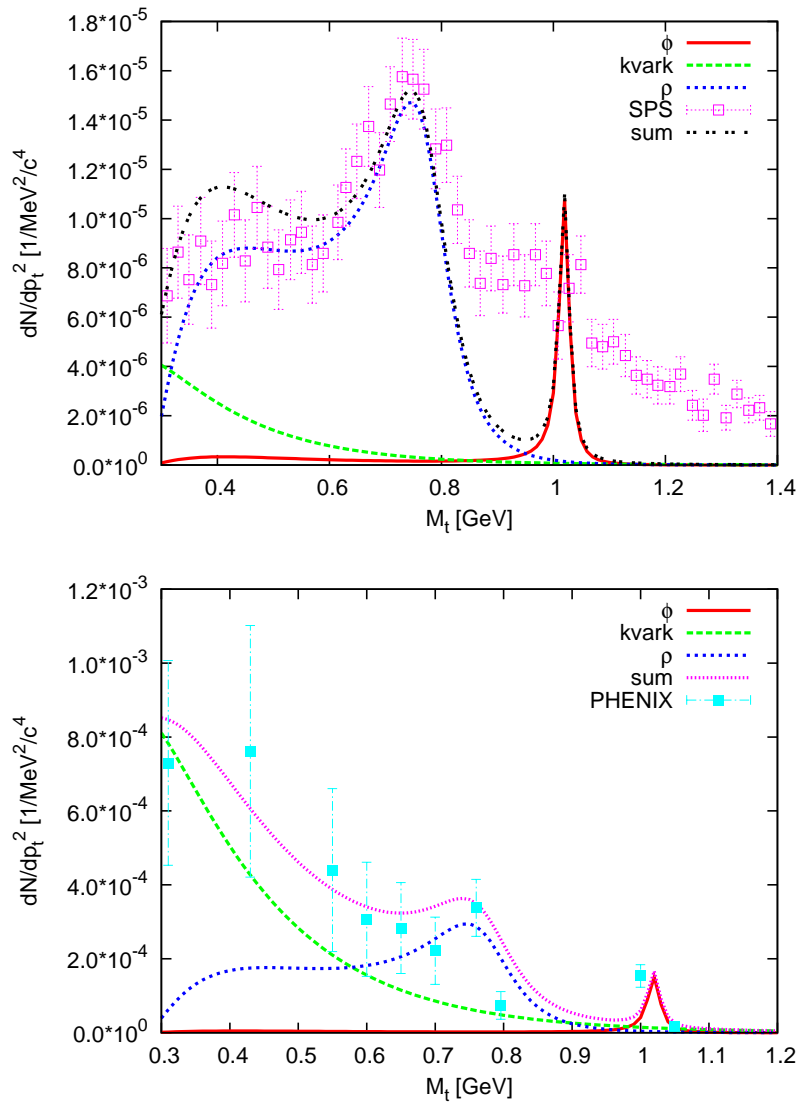
Ugyanúgy, mint a kvark spektrumnál, itt is megvizsgáltam, hogyan függ a spektrum a kompresszibilitástól. A gázokra jellemző $3 < \kappa < 5$ értékekre lehetett változást látni, de nagyobb kompresszibilitásnál már nem változott meg jelentősen a hozam.

A kvarkok hozama esetén egy kezdeti értéktől integráltam az időt a kifagyás pillanatáig, ahol a kezdeti időpillanat $0,7 \text{ fm}/c$ és a kifagyás pillanata $7 \text{ fm}/c$ volt. Azt viszont nem tudjuk, hogy a hadrongázban meddig keletkeznek új leptonok, ezért a kifagyás időpontjától kezdődően különböző időpontokig integráltam, hogy megnézzem az ettől való függést. A végső időpont τ_0 és az i függését néztem a görbéknek.



4.5. ábra: ρ mezonokból származó dilepton spektrum időintegrál határától való függése

A ρ mezon és gerjesztései mellett kiszámítottam az ω és a ϕ mezonok járulékát is és az összegüket összehasonlítottam az SPS és PHENIX mérési eredményeivel. Csak egy viszonylag szűk tartományban kaptam egyezést, mert nagyobb energiákon már más bomlási csatornák dominálnak.



4.6. ábra: A fenti ábrán az SPS az alsón a PHENIX mérési eredményeivel való összevetés

A. A relatív sebesség

Ahhoz, hogy belássuk, hogy az integrál Lorentz-invariáns, át kell alakítanunk a relatív sebességet! Az invariáns tömegnégyzet az alábbi alakú definíció szerint, ha β_1 az egyik, β_2 pedig a másik test hármasebessége:

$$\begin{aligned} M^2 &= (E_1 + E_2)^2 - (E_1\vec{\beta}_1 + E_2\vec{\beta}_2)^2 = \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - E_1^2\beta_1^2 - E_2^2\beta_2^2 - 2E_1E_2\vec{\beta}_1\vec{\beta}_2 = \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

A hármasebesség négyzete a tömeghég feltételből:

$$\beta^2 = \frac{E^2 - m^2}{E^2} \quad (\text{A.2})$$

$$= 2E_1E_2 + 2m^2 - 2E_1E_2\vec{\beta}_1\vec{\beta}_2 = 2m^2 + E_1E_2(2 - 2\vec{\beta}_1\vec{\beta}_2) \quad (\text{A.3})$$

$$2\vec{\beta}_1\vec{\beta}_2 = 2 - \frac{M^2 - 2m^2}{E_1E_2} \quad (\text{A.4})$$

Írjuk be a sebességek skalár szorzatát a relatív sebesség definíciójába!

$$v^2 = (\vec{\beta}_1 - \vec{\beta}_2)^2 = \frac{E_1^2 - m^2}{E_1^2} + \frac{E_2^2 - m^2}{E_2^2} - 2\vec{\beta}_1\vec{\beta}_2 = \quad (\text{A.5})$$

$$= \frac{E_1^2 - m^2}{E_1^2} + \frac{E_2^2 - m^2}{E_2^2} - 2 - \frac{M^2 - 2m^2}{E_1E_2} = \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{1}{E_1^2E_2^2}(E_1E_2M^2 - 2E_1E_2m^2 - E_1^2 - E_2^2) = \frac{1}{E_1^2E_2^2}(E_1E_2M^2 - M^2m^2) \quad (\text{A.7})$$

A tömegközéppont rendszerben az egyenlő tömegű testek fele-fele arányban osztoznak a teljes energián.

$$E_1E_2 = \frac{E^2}{4} \quad (\text{A.8})$$

$$v^2 = \frac{1}{4E_1E_2}(M^4 - 4m^2M^2) \quad (\text{A.9})$$

$$v = \frac{M^2}{2E_1E_2} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} \quad (\text{A.10})$$

B. Relatív-impulzus elem

Az infinitezimális relatív-impulzus elemet szeretnénk az invariáns tömeggel és az elemi térszöggel kifejezni. Az invariáns tömeg definíciója:

$$M^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 + E_1E_2 - \vec{k}_1^2 - \vec{k}_2^2 - 2\vec{k}_1\vec{k}_2 = \quad (\text{B.1})$$

$$= 2E_1E_2 + 2m^2 - 2\vec{k}_1\vec{k}_2 \quad (\text{B.2})$$

$$2\vec{k}_1\vec{k}_2 = 2E_1E_2 + 2m^2 - M^2 \quad (\text{B.3})$$

Írjuk be a k' relatív impulzus definíciójába azt a kifejezést, amit impulzusok skalárszorzatára kaptunk!

$$(k')^2 = \left(\frac{\vec{k}_1 - \vec{k}_2}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} (\vec{k}_1^2 + \vec{k}_2^2 - 2\vec{k}_1\vec{k}_2) = \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{1}{4} (E_1^2 - m^2 + E_2^2 - m^2 + M^2 - 2m^2 - 2E_1E_2) = \frac{1}{4} ((E_1 - E_2)^2 + M^2 - 4m^2) \quad (\text{B.5})$$

$$k'^2 = \frac{1}{4}(M^2 - 4m^2) \quad (\text{B.6})$$

$$k' = \frac{1}{2}\sqrt{M^2 - 4m^2} \quad (\text{B.7})$$

$$dk' = \frac{1}{4} \frac{MdM}{\sqrt{M^2 - 4m^2}} \quad (\text{B.8})$$

Így az infinitezimális impulzus elem az invariáns tömeggel kifejezve:

$$k'^2 dk' = \frac{M^2}{16} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{M^2}} dM d\Omega \quad (\text{B.9})$$

C. Térintegrál

Az alábbi integrált kell elvégeznünk, ahol P_μ az impulzusok összege, u_μ a négyes-sebesség és T a hőmérséklet:

$$\int d^4x e^{-\frac{P_\mu u^\mu}{T}} \quad (\text{C.1})$$

$$T(x, \tau) = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)} \quad (\text{C.2})$$

$$s = \frac{r_x^2}{X(t)^2} + \frac{r_y^2}{Y(t)^2} + \frac{r_z^2}{Z(t)^2} \quad (\text{C.3})$$

$$X(t) = \dot{X}_0 t \quad (\text{C.4})$$

$$u^\mu = \left(\gamma, \frac{\gamma}{t} x \right) = \frac{1}{\tau} (t, x) = \frac{x^\mu}{\tau} \quad (\text{C.5})$$

$$\nu(s) = e^{-\frac{b}{2}s} \quad (\text{C.6})$$

A plazma lokalizálva van, ezért a térkoordináták szerint sorfejtést végezhetünk másodrendben:

$$\gamma = (1 - v^2)^{-1/2} \approx 1 + \frac{v^2}{2} = 1 + \frac{r_x^2}{2t^2} + \frac{r_y^2}{2t^2} + \frac{r_z^2}{2t^2} \quad (\text{C.7})$$

A négyesimpulzus-összeg és a négyessebesség szorzata. A számolás során a helykoordinátákban másodrendnél magasabb rendű tagokat elhanyagoltam az egész számolás során.

$$P_\mu u^\mu = \left(1 + \frac{r_x^2}{2t^2} + \frac{r_y^2}{2t^2} + \frac{r_z^2}{2t^2}\right) \left(E - \frac{P_x r_x}{t} - \frac{P_y r_y}{t} - \frac{P_z r_z}{t}\right) \approx \quad (\text{C.8})$$

$$\approx E - \frac{P_x r_x}{t} - \frac{P_y r_y}{t} - \frac{P_z r_z}{t} + E \left(\frac{r_x^2}{2t^2} + \frac{r_y^2}{2t^2} + \frac{r_z^2}{2t^2}\right) \quad (\text{C.9})$$

Exponens:

$$P_\mu u^\mu \left(\frac{1}{T_0} \frac{\tau^{3/\kappa}}{\tau_0} e^{\frac{b}{2}s}\right) \quad (\text{C.10})$$

$$\tau^{3/\kappa} = (t^2 - r^2)^{3/2\kappa} \approx \left(1 - \frac{3}{2\kappa} \frac{r^2}{t^2}\right) t^{3/\kappa} = \left(1 - \frac{3}{2\kappa t^2} (r_x^2 + r_y^2 + r_z^2)\right) t^{3/\kappa} \quad (\text{C.11})$$

$$e^{-\frac{b}{2}s} \approx 1 - \frac{b}{2}s = 1 - \frac{b}{2} \left(\frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}\right) = 1 - \frac{b}{2t^2} \left(\frac{r_x^2}{\dot{X}^2} + \frac{r_y^2}{\dot{Y}^2} + \frac{r_z^2}{\dot{Z}^2}\right) \quad (\text{C.12})$$

$$e^{-\frac{b}{2}s} \tau^{3/\kappa} = \left[1 - \frac{b}{2t^2} \left(\frac{r_x^2}{\dot{X}^2} + \frac{r_y^2}{\dot{Y}^2} + \frac{r_z^2}{\dot{Z}^2}\right)\right] \left[1 - \frac{3}{2\kappa t^2} (r_x^2 + r_y^2 + r_z^2)\right] t^{3/\kappa} \approx \quad (\text{C.13})$$

$$\approx \left[1 - \frac{b}{2t^2} \left(\frac{r_x^2}{\dot{X}^2} + \frac{r_y^2}{\dot{Y}^2} + \frac{r_z^2}{\dot{Z}^2}\right) - \frac{3}{2\kappa t^2} (r_x^2 + r_y^2 + r_z^2)\right] t^{3/\kappa} = \quad (\text{C.14})$$

$$= \left[1 - \frac{1}{2t^2} \left[\left(\frac{b}{\dot{X}_0^2} + \frac{3}{\kappa}\right) r_x^2 + \left(\frac{b}{\dot{Y}_0^2} + \frac{3}{\kappa}\right) r_y^2 + \left(\frac{b}{\dot{Z}_0^2} + \frac{3}{\kappa}\right) r_z^2\right]\right] t^{3/\kappa} \quad (\text{C.15})$$

$$\frac{P_\mu u^\mu}{T} \approx \frac{1}{T_0} \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{3/\kappa} e^{-\frac{b}{2}s} \left(E - \frac{P_x r_x}{t} - \frac{P_y r_y}{t} - \frac{P_z r_z}{t} + \frac{E}{2t^2} (r_x^2 + r_y^2 + r_z^2) \right) = \quad (\text{C.16})$$

$$= \frac{1}{T_0} \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{3/\kappa} \left[1 - \frac{1}{2t^2} \left(\left(\frac{b}{\dot{X}^2} + \frac{3}{\kappa} \right) r_x^2 + \left(\frac{b}{\dot{Y}^2} + \frac{3}{\kappa} \right) r_y^2 + \left(\frac{b}{\dot{Z}^2} + \frac{3}{\kappa} \right) r_z^2 \right) \right. \\ \left. \left(E - \frac{P_x r_x}{t} - \frac{P_y r_y}{t} - \frac{P_z r_z}{t} + \frac{E}{2t^2} (r_x^2 + r_y^2 + r_z^2) \right) \right] \quad (\text{C.17})$$

$$= \frac{1}{T_0} \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{3/\kappa} \left(E + \frac{E}{2t^2} \left(\left(1 - \frac{b}{\dot{X}^2} - \frac{3}{\kappa} \right) r_x^2 + \left(1 - \frac{b}{\dot{Y}^2} - \frac{3}{\kappa} \right) r_y^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(1 - \frac{b}{\dot{Z}^2} - \frac{3}{\kappa} \right) r_z^2 \right) - \frac{P_x r_x}{t} - \frac{P_y r_y}{t} - \frac{P_z r_z}{t} \right) \quad (\text{C.18})$$

Megkaptam az exponens r t k t m sodrendben k zel tve. A kifejezést teljes n gyzetre hozva a térintegrál k nnyel elv gezhető:

$$\frac{E}{2t^2} \left(1 - \frac{b}{\dot{X}^2} - \frac{3}{\kappa} \right) r_x^2 - \frac{P_x}{t} = \quad (\text{C.19})$$

$$= \frac{E}{2t^2} \left(1 - \frac{b}{\dot{X}^2} - \frac{3}{\kappa} \right) \left(\left(r_x - \frac{P_x t \kappa}{E \left(\kappa - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2} - 3 \right)} \right)^2 - \frac{\kappa^2 t^2 P_x^2}{E^2 \left(\kappa - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2} - 3 \right)^2} \right) = \quad (\text{C.20})$$

$$= \frac{E}{2t^2} \left(1 - \frac{b}{\dot{X}^2} - \frac{3}{\kappa} \right) \left(r_x - \frac{P_x t \kappa}{E \left(\kappa - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2} - 3 \right)} \right)^2 - \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2}} \frac{P_x^2}{2E}$$

$$\exp\left(C - \frac{(r_x - R_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(r_y - R_y)^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(r_z - R_z)^2}{2\sigma_z^2}\right) \quad (\text{C.21})$$

$$R_x = \frac{P_x t \kappa}{E\left(\kappa - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2} - 3\right)} \quad (\text{C.22})$$

$$\sigma_x^2 = T_0 \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} \frac{t^2 \kappa}{E\left(\kappa - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2} - 3\right)} = \frac{\kappa T_0 \tau_0^2}{E\left(\kappa - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2} - 3\right)} \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{-\frac{3}{\kappa}+2} = \quad (\text{C.23})$$

$$\sigma_x^2 = \rho_x \frac{T_0 \tau_0^2}{E} \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{-\frac{3}{\kappa}+2} \quad (\text{C.24})$$

$$\rho_x = \frac{\kappa}{\kappa - 3 - \kappa \frac{b}{\dot{X}^2}} \quad (\text{C.25})$$

Értelemszerűen az újonnan bevezetett paraméterekhez hasonlóan definiálhatjuk a R_y , $R_z, \rho_y, \rho_z, \sigma_y$ és σ_z -t. A különbség csak annyi, hogy ezekben \dot{X} helyett \dot{Y} és \dot{Z} szerepel.

$$C = -\frac{1}{T_0} \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} \left(E - \rho_x \frac{P_x}{2E} - \rho_y \frac{P_y}{2E} - \rho_z \frac{P_z}{2E}\right) \quad (\text{C.26})$$

Gauss-integrálalakja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2} dx = \sigma\sqrt{2\pi}\right) \quad (\text{C.27})$$

A három térkoordinátában az integrált elvégezve az alábbi kifejezést kapjuk:

$$\int e^C (2\pi)^{3/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \left(\frac{T_0 \tau_0^2}{E}\right)^{3/2} \left[\left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\frac{3}{\kappa}+3}\right]^{3/2} \quad (\text{C.28})$$

D. Szögintegrál

A számolás szempontjából praktikusabb, ha az időintegrál előtt a szögintegrálást végezzük el. Szögfüggés csak a "C"-ben található.

$$C = -\frac{1}{T_0} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} \frac{1}{E} \left(E^2 - \frac{\rho_x P_T^2 \cos^2 \phi}{2} - \frac{\rho_y P_T^2 \sin^2 \phi}{2} \right) = * \quad (\text{D.1})$$

$$-\frac{\rho_x}{2} \cos^2 \phi - \frac{\rho_y}{2} \sin^2 \phi = -\frac{\rho_x}{4} - \frac{\rho_y}{4} - \frac{\rho_x}{4} \cos^2 \phi + \frac{\rho_x}{4} - \frac{\rho_x}{4} \cos^2 \phi + \frac{\rho_y}{4} - \frac{\rho_y}{4} \sin^2 \phi - \frac{\rho_y}{4} \sin^2 \phi = \quad (\text{D.2})$$

$$= -\frac{\rho_x}{4} - \frac{\rho_y}{4} - \frac{\rho_x}{4} \cos(2\phi) + \frac{\rho_y}{4} \cos(2\phi) \quad (\text{D.3})$$

$$* = -\frac{1}{T_0 \sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} \left(M^2 + P_T^2 \left(\frac{\rho_y}{4} \cos(2\phi) - \frac{\rho_x}{4} \cos(2\phi) - \frac{\rho_x}{4} - \frac{\rho_y}{4} + 1 \right) \right) \quad (\text{D.4})$$

Itt a nulladik Bessel-függvény alakját fedezhetjük föl:

$$I_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2n\phi) \exp(x \cos(2\phi)) d\phi \quad (\text{D.5})$$

$$\int \exp \left(-\frac{1}{T_0 \sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} \left(M^2 - \frac{\rho_x}{4} P_T^2 - \frac{\rho_y}{4} P_T^2 + P_T^2 \right) \right) (2\pi)^{5/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \quad (\text{D.6})$$

$$\frac{T_0 \tau_0^2}{\sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\frac{9}{3\kappa} + 3} I_0 \left(\frac{1}{T_0 \sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{3/\kappa} P_T^2 \left(\frac{\rho_y}{4} - \frac{\rho_x}{4} \right) \right) dt$$

E. Időintegrál

Mivel a Bessel-függvény argumentumában szereplő $\rho_y - \rho_y$ tag nagyon kicsi, ezért sorbafejthetjük a Bessel-függvényeket.

$$I_0(x) \approx 1 + \frac{x^2}{4} \quad (\text{E.1})$$

Vezessük be a ζ új változót!

$$\zeta = \frac{t}{\tau_0} \quad (\text{E.2})$$

$$dt = \tau_0 d\zeta \quad (\text{E.3})$$

$$\int (2\pi)^{5/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \tau_0^4 \left(\frac{T_0}{E}\right)^{3/2} (\zeta)^{-\frac{9}{2\kappa}+3} \exp\left(-\frac{\zeta^{3/\kappa}}{T_0 \sqrt{M^2 + P_T^2}} \left(M^2 - \frac{\rho_x}{4} P_T^2 - \frac{\rho_y}{4} P_T^2 + P_T^2\right)\right) \left(1 + \frac{P_T^4 \zeta^{6/\kappa}}{16T_0^2 (M^2 + P_T^2)} (\rho_x - \rho_y)^2\right) d\zeta \quad (\text{E.4})$$

$$I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{4} \rightarrow 1 + \frac{P_T^4}{16T_0^2 (M^2 + P_T^2)} \zeta^{6/\kappa} (\rho_x - \rho_y)^2 \quad (\text{E.5})$$

Az "A" paramétert bevezetve és az integrált elvégezve Gamma-függvényeket kapunk.

$$A = \frac{M^2 - \frac{\rho_x}{4} P_T^2 - \frac{\rho_y}{4} P_T^2 + P_T^2}{T_0 \sqrt{M^2 + P_T^2}} \quad (\text{E.6})$$

$$\int \zeta^a e^{b\zeta^c} d\zeta = -\frac{1}{c} (-b)^{-\frac{a+1}{c}} \Gamma\left(\frac{a+1}{c}; -b\zeta^c\right) \quad (\text{E.7})$$

$$\frac{-9/2\kappa + 4}{3/\kappa} = \frac{4}{3}\kappa - \frac{3}{2} \quad (\text{E.8})$$

$$\int \zeta^{-\frac{9}{2\kappa}+3} e^{-A\zeta^{3/\kappa}} d\zeta = -\frac{\kappa}{3} A^{\frac{3}{2}-\frac{4\kappa}{3}} \Gamma\left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\zeta^{3/\kappa}\right) \quad (\text{E.9})$$

$$-\frac{9}{2\kappa} + 3 + \frac{6}{\kappa} = \frac{3}{2\kappa} + 3 \quad (\text{E.10})$$

$$\frac{\frac{3}{2\kappa} + 4}{3/\kappa} = \frac{3}{2\kappa} \frac{\kappa}{3} + \frac{4\kappa}{3} = \frac{1}{2} + \frac{4}{3}\kappa \quad (\text{E.11})$$

$$\int \zeta^{-\frac{9}{2\kappa}+3} \zeta^{\frac{6}{\kappa}} e^{-A\zeta^{3/\kappa}} d\zeta = \int \zeta^{\frac{3}{2\kappa}+3} e^{-A\zeta^{3/\kappa}} d\zeta = -\frac{\kappa}{3} A^{-\frac{1}{2}-\frac{4\kappa}{3}} \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{4\kappa}{3}; A\zeta^{3/\kappa}\right) \quad (\text{E.12})$$

$$\begin{aligned} \int e^{\frac{P_{\mu\nu}u^\mu}{T}} d^4x d\phi &= (2\pi)^{5/2} \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \tau_0^4 \left(\frac{T_0}{E}\right)^{3/2} \left(\frac{\kappa}{3} A^{\frac{3}{2}-\frac{4\kappa}{3}} \Gamma\left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\zeta^{3/\kappa}\right) + \right. \\ &\left. + \frac{P_T^4 (\rho_x - \rho_y)^2}{16T_0^2 (M^2 + P_T^2)} \kappa A^{\frac{3}{2}-\frac{4\kappa}{3}} \Gamma\left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\zeta^{3/\kappa}\right)\right) \quad (\text{E.13}) \end{aligned}$$

Ha az x és y síkú forgásszimmetriát tételezünk fel, akkor $\rho_x = \rho_y$ és $y = 0$

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dM^2 dP_T^2} &= \frac{g_1 g_2}{12 (2\pi)^{5/2}} M^2 \left(1 - \frac{4m^2}{M^2}\right) \sigma(M^2) \sqrt{\rho_x \rho_y \rho_z} \\ \tau_0^4 &\left(\frac{T_0}{\sqrt{M^2 + P_T^2}}\right)^{3/2} \kappa A^{\frac{3}{2}-\frac{4\kappa}{3}} \Gamma\left(\frac{4\kappa}{3} - \frac{3}{2}; A\zeta^{3/\kappa}\right) \quad (\text{E.14}) \end{aligned}$$

Ábrák jegyzéke

| | | |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Fontos események az űsrobbanás óta | 2 |
| 1.2 | RHIC | 4 |
| 1.3 | RHIC | 5 |
| 1.4 | Jet quenching | 7 |
| 1.5 | Aszimmetrikus űtközések | 9 |
| 3.1 | RHIC | 24 |
| 4.1 | Kvark annihilációból származó dilepton spektrum | 30 |
| 4.2 | Kvark annihiláció kompresszibilitás függése | 31 |
| 4.3 | ρ mezonokból származó dilepton spektrum | 31 |
| 4.4 | ρ mezonokból származó dilepton spektrum kompresszibilitás függése . | 32 |
| 4.5 | ρ mezonokból származó dilepton spektrum időintegrál határától való függése | 32 |
| 4.6 | Az SPS és PHENIX eredményei | 33 |

Hivatkozások

- [1] K. Aamodt et al. Suppression of Charged Particle Production at Large Transverse Momentum in Central Pb–Pb Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. *Phys.Lett.*, B696:30–39, 2011.
- [2] J. Adams et al. Evidence from d + Au measurements for final state suppression of high p(T) hadrons in Au+Au collisions at RHIC. *Phys.Rev.Lett.*, 91:072304, 2003.
- [3] K. Adcox et al. Suppression of hadrons with large transverse momentum in central Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ -GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 88:022301, 2002.
- [4] K. Adcox et al. Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration. *Nucl.Phys.*, A757:184–283, 2005.
- [5] S. S. Adler, S. Afanasiev, C. Aidala, N. N. Ajitanand, Y. Akiba, J. Alexander, R. Amirkas, L. Aphecetche, S. H. Aronson, R. Averbeck, T. C. Awes, R. Azmoun, V. Babintsev, A. Baldisseri, K. N. Barish, P. D. Barnes, B. Bassalleck, S. Bathe, S. Batsouli, V. Baublis, A. Bazilevsky, S. Belikov, Y. Berdnikov, S. Bhagavatula, J. G. Boissevain, H. Borel, S. Borenstein, M. L. Brooks, D. S. Brown, N. Bruner, D. Bucher, H. Buesching, V. Bumazhnov, G. Bunce, J. M. Burward-Hoy, S. Butsyk, X. Camard, J.-S. Chai, P. Chand, W. C. Chang, S. Chernichenko, C. Y. Chi, J. Chiba, M. Chiu, I. J. Choi, J. Choi, R. K. Choudhury, T. Chujo, V. Cianciolo, Y. Cobigo, B. A. Cole, P. Constantin, D. G. d’Enterria, G. David, H. Delagrange, A. Denisov, A. Deshpande, E. J. Desmond, O. Dietzsch, O. Drapier, A. Drees, R. du Rietz, A. Durum, D. Dutta, Y. V. Efremenko, K. El Chenawi, A. Enokizono, H. En’yo, S. Esumi, L. Ewell, D. E. Fields, F. Fleuret, S. L. Fokin, B. D. Fox, Z. Fraenkel, J. E. Frantz, A. Franz, A. D. Frawley, S.-Y. Fung, S. Garpman, T. K. Ghosh, A. Glenn, G. Gogiberidze, M. Gonin, J. Gosset, Y. Goto, R. Granier de Cassagnac, N. Grau, S. V. Greene, M. Grosse Perdekamp, W. Guryn, H.-Å. Gustafsson, T. Hachiya, J. S. Haggerty, H. Hamagaki, A. G. Hansen, E. P. Hartouni, M. Harvey, R. Hayano, X. He, M. Heffner, T. K. Hemmick, J. M. Heuser, M. Hibino, J. C. Hill, W. Holzmann, K. Homma, B. Hong, A. Hoover, T. Ichihara, V. V. Ikonnikov, K. Imai, L. D.

Isenhower, M. Ishihara, M. Issah, A. Isupov, B. V. Jacak, W. Y. Jang, Y. Jeong, J. Jia, O. Jinnouchi, B. M. Johnson, S. C. Johnson, K. S. Joo, D. Jouan, S. Kametani, N. Kamihara, J. H. Kang, S. S. Kapoor, K. Katou, S. Kelly, B. Khachaturov, A. Khanzadeev, J. Kikuchi, D. H. Kim, D. J. Kim, D. W. Kim, E. Kim, G.-B. Kim, H. J. Kim, E. Kistenev, A. Kiyomichi, K. Kiyoyama, C. Kleinboeing, H. Kobayashi, L. Kochenda, V. Kochetkov, D. Koehler, T. Kohama, M. Kopytine, D. Kotchetkov, A. Kozlov, P. J. Kroon, C. H. Kuberg, K. Kurita, Y. Kuroki, M. J. Kweon, Y. Kwon, G. S. Kyle, R. Lacey, V. Ladygin, J. G. Lajoie, A. Lebedev, S. Leckey, D. M. Lee, S. Lee, M. J. Leitch, X. H. Li, H. Lim, A. Litvinenko, M. X. Liu, Y. Liu, C. F. Maguire, Y. I. Makdisi, A. Malakhov, V. I. Manko, Y. Mao, G. Martinez, M. D. Marx, H. Masui, F. Matathias, T. Matsumoto, P. L. McGaughey, E. Melnikov, F. Messer, Y. Miake, J. Milan, T. E. Miller, A. Milov, S. Mioduszewski, R. E. Mischke, G. C. Mishra, J. T. Mitchell, A. K. Mohanty, D. P. Morrison, J. M. Moss, F. Mühlbacher, D. Mukhopadhyay, M. Muniruzzaman, J. Murata, S. Nagamiya, J. L. Nagle, T. Nakamura, B. K. Nandi, M. Nara, J. Newby, P. Nilsson, A. S. Nyanin, J. Nystrand, E. O'Brien, C. A. Ogilvie, H. Ohnishi, I. D. Ojha, K. Okada, M. Ono, V. Onuchin, A. Oskarsson, I. Otterlund, K. Oyama, K. Ozawa, D. Pal, A. P. T. Palounek, V. S. Pantuev, V. Papavassiliou, J. Park, A. Parmar, S. F. Pate, T. Peitzmann, J.-C. Peng, V. Peresedov, C. Pinkenburg, R. P. Pisani, F. Plasil, M. L. Purschke, A. Purwar, J. Rak, I. Ravinovich, K. F. Read, M. Reuter, K. Reygers, V. Riabov, Y. Riabov, G. Roche, A. Romana, M. Rosati, P. Rosnet, S. S. Ryu, M. E. Sadler, N. Saito, T. Sakaguchi, M. Sakai, S. Sakai, V. Samsonov, L. Sanfratello, R. Santo, H. D. Sato, S. Sato, S. Sawada, Y. Schutz, V. Semenov, R. Seto, M. R. Shaw, T. K. Shea, T.-A. Shibata, K. Shigaki, T. Shiina, C. L. Silva, D. Silvermyr, K. S. Sim, C. P. Singh, V. Singh, M. Sivertz, A. Soldatov, R. A. Soltz, W. E. Sondheim, S. P. Sorensen, I. V. Sourikova, F. Staley, P. W. Stankus, E. Stenlund, M. Stepanov, A. Ster, S. P. Stoll, T. Sugitate, J. P. Sullivan, E. M. Takagui, A. Taketani, M. Tamai, K. H. Tanaka, Y. Tanaka, K. Tanida, M. J. Tannenbaum, P. Tarján, J. D. Tepe, T. L. Thomas, J. Tojo, H. Torii, R. S. Towell, I. Tserruya, H. Tsuruoka, S. K. Tuli, H. Tydesjö, N. Tyurin, H. W. van Hecke, J. Velkovska, M. Velkovsky, L. Villatte, A. A. Vinogradov, M. A. Volkov, E. Vznuzdaev, X. R. Wang, Y. Watanabe, S. N. White, F. K. Wohn, C. L. Woody, W. Xie, Y. Yang, A. Yanovich, S. Yokkaichi,

- G. R. Young, I. E. Yushmanov, W. A. Zajc, C. Zhang, S. Zhou, and L. Zolin. Elliptic flow of identified hadrons in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 91:182301, Oct 2003.
- [6] S.S. Adler et al. Elliptic flow of identified hadrons in Au+Au collisions at $s(NN)^{1/2} = 200$ -GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 91:182301, 2003.
- [7] S.S. Adler et al. Centrality dependence of direct photon production in $s(NN)^{1/2} = 200$ -GeV Au + Au collisions. *Phys.Rev.Lett.*, 94:232301, 2005.
- [8] I. Arsene et al. Quark gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The Perspective from the BRAHMS experiment. *Nucl.Phys.*, A757:1–27, 2005.
- [9] B.B. Back, M.D. Baker, M. Ballintijn, D.S. Barton, B. Becker, et al. The PHOBOS perspective on discoveries at RHIC. *Nucl.Phys.*, A757:28–101, 2005.
- [10] J. D. Bjorken. *Phys. Rev.*, D27:140, 1983.
- [11] T. Csörgő, L. P. Csernai, Y. Hama, and T. Kodama. Simple solutions of relativistic hydrodynamics for systems with ellipsoidal symmetry. *Heavy Ion Phys.*, A21:73–84, 2004.
- [12] Rudolph C. Hwa. Statistical description of hadron constituents as a basis for the fluid model of high-energy collisions. *Phys. Rev.*, D10:2260, 1974.
- [13] I. M. Khalatnikov. *Zhur. Eksp. Teor. Fiz.*, 27:529, 1954.
- [14] L. D. Landau. On the multiparticle production in high-energy collisions. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Fiz.*, 17:51–64, 1953.
- [15] R. Rapp and J. Wambach. Chiral symmetry restoration and dileptons in relativistic heavy ion collisions. *Adv.Nucl.Phys.*, 25:1, 2000.
- [16] Taesoo Song, Kyong Chol Han, and Che Ming Ko. Dilepton production in a schematic causal viscous hydrodynamics. *Phys.Rev.*, C83:024904, 2011.
- [17] S. Weinberg. *The First Three Minutes*. Basic Books, New York, 1977.