

SZAKDOLGOZAT

Korrelációk a nagyenergiás fizikában

KRIZSÁN LEVENTE

Fizika BSc., fizikus szakirány

III. évfolyam



Témavezető:

CSANÁD MÁTÉ

egyetemi adjunktus

Eötvös Lóránd Tudományegyetem

Atomfizikai tanszék

2011

Kivonat

Az utóbbi évtizedben a nehézion-fizikai kísérletek sok új információt szolgáltatottak az elemi részecskékről. A részecske ütköztetőkből előállították a kvark-gluon plazmát, amelyről kiderült, hogy közel tökéletes folyadékként viselkedik. A kvark-gluon plazma tulajdonságait korrelációs függvényekkel is vizsgálhatjuk. Ezek a korrelációs függvények például a keletkező részecskék helyéről vagy a koherens és inkoherens fázisban kilépő részecskék arányáról hordoznak információt. A korrelációs függvényeket azonban módosítja a Coulomb-kölcsönhatás, mely ebben az esetben csak egy zavaró hatás. Coulomb-korrekciót alkalmazva a mérési eredményeken olyan adatokat kapunk, amit akkor kaptunk volna, ha a részecskék között nincsen Coulomb-kölcsönhatás. Ezek a módosított adatok pontosabb információt szolgáltatnak a kvark-gluon plazmáról.

A dolgozat célja a két és háromrészecskés korrelációs függvény vizsgálata, majd a két és háromrészecskés Coulomb-korrekció kiszámítása. A Coulomb-korrekció kiszámításához szükség van Schrödinger-egyenlet megoldására Coulomb-szórás esetén. Leellenőriztem numerikusan, hogy a két és háromrészecskés Coulomb-szórás megoldása megoldja-e a Schrödinger-egyenletet, majd Monte Carlo algoritmussal kiszámítottam a két és háromrészecskés Coulomb korrekciót.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
1.1. Nagyenergiás ütköztetők	1
1.2. Eredmények	2
2. Bose-Einstein korrelációk	3
2.1. Korrelációs-függvények	3
2.2. Mag/glória a Bose-Einstein korrelációkban	5
2.3. Koherens és inkoherens rész	7
2.4. Háromrészecske-korreláció	8
2.5. N-részecske korreláció	10
3. Coulomb-korrekció	11
3.1. Kétrészecskés Coulomb-korrekció	11
3.2. Egyrészecskés Coulomb-probléma	12
3.3. Coulomb-szórás és Coulomb-korrekció két részecskére	13
3.4. Schrödinger-egyenlet megoldása háromrészecskés Coulomb-szórásra .	14
3.5. A háromrészecskés Coulomb-korrekció formulája	16
4. Eredmények	18
5. Függelék	19
Hivatkozások	24
Nyilatkozat	25

1. Bevezetés

A nehézion-fizika atommagok nagyenergiájú ütközését vizsgálja részecskegyorsítóknban. A közel fénysebességre gyorsított atommagok az ütközések során a nagy nyomás és hőmérséklet hatására új állapotba kerülnek. Ilyen állapotok uralkodtak néhány mikromásodperccel a Nagy Bumm után.

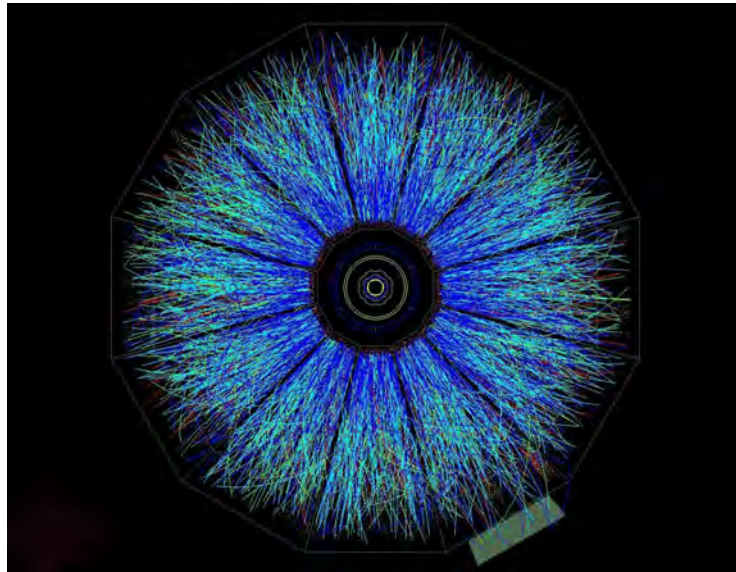
A protonok és neutronok a nagy energiasűrűség hatására nukleon börtönükből kiszabadulva új típusú anyagot hoznak létre: a kvark-gluon plazmát. A nagy nyomás hatására az anyag tágulni és ezzel együtt hűlni kezd, mely során a kvarkok ismét hadronokba záródnak be. Ezt a folyamatot kifagyásnak is szokták nevezni. A szétrepülő részecskék különböző fizikai mennyiségeit (impulzusát, energiáját, töltését) detektorainkkal mérve és a mért adatokból számított eloszlásfüggvényeket vizsgálva, az ütközés után közvetlenül létrejött közeg tulajdonságaira következtethetünk [4].

1.1. Nagyenergiás ütköztetők

A nehézion-fizikai kísérletek helyszínei a részecskeütköztetők, mint például a RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) vagy az LHC (*Large Hadron Collider*). A RHIC a Brookhaven Nemzeti Laboratórium területén működik és négy kísérleti helyszíne van: a STAR, PHOBOS, PHENIX és a BRAHMS.

A PHENIX-ben fotonokat, elektronokat, müonokat és hadronokat figyelnek meg szupravezetővel keltett mágneses tér segítségével [5]. Mivel a fotonokat és leptonokat (elektronok és müonok) az erős kölcsönhatás nem befolyásolja, ezért ezek a részecskék változatlan információt hordoznak az ütközésen belüli folyamatokról, például az ütközés hőmérsékletéről. A PHENIX úgy „lát bele” az ütközés során keletkező anyagba, mint ahogy az MRI, vagy a röntgensugárzás „lát bele” az emberi testbe. A PHENIX tömege 4000 tonna és egy tucatnyi detektor rendszere van. Három hatalmas mágnessel erős mágneses teret hoznak létre, amely „elgörbíti” a részecskék pályáját. Nyomjelző kamra a részecske pályája mentén keletkező ionizációt nagy pontossággal rögzíti, így a töltött részecske pályáját pontosan meg lehet állapítani. A görbe sugarából és az eltérülés irányából megtudhatjuk az impulzusát és a töltés előjelét. Más detektorok a részecske típusát határozzák meg vagy az energiáját mérik. Megint más detektorok az ütközés típusát vizsgálják, hogy az ütközés mennyire volt centrális, vagy periférikus.

A STAR hadronok detektálására van specializálva, itt egy gáztöltésű kamrával detektálják a szétrepülő részecskéket. A PHOBOS és a BRAHMS helyszíneken specializáltabb méréseket végeznek [5]. A másik fontos részecskeütköztető a 2008-ban átadott LHC, melynek mérőhelyszínei: ALICE, ATLAS, CMS, LHCb, LHCf, MoEDAL és TOTEM. Itt 14 TeV tömegközépponti energián terveznek kísérletek végrehajtani.



1. ábra. A STAR által felvett első arany-arany atommag ütközés [4]

1.2. Eredmények

Az RHIC kísérleti eredményei új ismereteket szolgáltatottak a kvark-gluon plazmáról, sőt nagyban megváltoztatták az addigi elképzeléseket. Kiderült, hogy arany-arany atommagok centrális ütközésénél az anyag elnyeli a nagy impulzusú hadronokat [9]. Ez azért meglepő, mert egy hihetetlen vékony, pár femtométer vastag réteg képes elnyelni nagyenergiás részecskéket. Ilyen erősen kölcsönható közeget ezelőtt nem figyeltek meg. A direkt fotonok, melyek végig keletkeznek az ütközés után, „átfénylenek” az anyagon, nem nyelődnek el. Ez azért fontos, mert a direkt fotonok vizsgálatából a kvark-gluon plazma állapotegyenletére következtethetünk. A kísérletek előtt arra számítottak, hogy a kvark-gluon plazma gázként viselkedik. Ezzel szemben a mérési eredményekből kiderült, hogy a közeg leginkább egy közel tökéletes folyadékhoz hasonlít a hadronkifagyás előtt [6].

A hadronokat a kvarkok és gluonok építik föl, ezeket pedig az erős kölcsönhatás miatt vonzzák egymást. Az erős kölcsönhatást a QCD (*kvantum-színdinamika*) írja le, melynek a két legfontosabb tulajdonsága a kvarkok bezárása és az asszimptotikus szabadság. A kvarkok bezárása azt jelent, hogy a természetben nem figyelhetünk meg szabad kvarkokat, nem lehet őket egymástól elválsztani. Az erős kölcsönhatás potenciálja nő a kvarkok közti távolsággal, így egymástól távolítva őket nő a kölcsönhatás energiája és újabb kvarkok keletkeznek. A megjelenő új kvarkok a régiekkel újra hadront alkotnak. Az asszimptotikus szabadság nagy energiákon jelenik meg. Az erős kölcsönhatás csatolási állandója energiafüggő és minnél nagyobb energiájú elemirész-ütközéseket vizsgálunk, a folyamatban részt vevő részecskék közti kölcsönhatás annál kisebb [10]. Így kellően nagy energián nem záródnak be hadronokba, hanem tökéletes folyadékként viselkednek. A tökéletes folyadék azt jelenti, hogy nagyon kicsi az anyag viszkozitása és hővezetése és a nyíró erőknek nem áll ellen. A kvark-gluon plazmának az eddig ismert legkisebb viszkozitású folyadék [9].

2. Boze-Einstein korrelációk

2.1. Korrelációs-függvények

A korrelációs függvények vizsgálatának nagy jelentősége van a nehézionfizikában, segítenek megérteni a részecskék kollektív viselkedését és a keletkezésük hely-idő függését. Például a háromrészecske korrelációs függvényből következtethetünk arra, hogy volt-e koherens része a keletkezett részecskéknek.

Az $N_1(k_1)$ impulzus eloszlás megmondja, hogy az összes keletkező részecskéből hány darab részecske keletkezik a k_1 impulzus kis környezetében. Egyre normálva értelmezhetjük úgy is, hogy mennyi a valószínűsége annak, hogy olyan részecske keletkezik, melynek impulzusa k_1 infinitezimálisan kis környezetébe esik. Az $N_2(k_1, k_2)$ impulzus eloszlás egyre normálva pedig azt mondja meg, hogy mennyi a valószínűsége annak, hogy egy részecske keletkezik k_1 impulzussal és egy másik részecske k_2 impulzussal. A korrelációs függvényt ezeknek az impulzus eloszlásoknak a hányadosával definiálhatjuk.

Sokszor a korrelációs függvényeket más változók bevezetésével írják föl, például relatív koordinátákat használnak. Ha a kétrészecske korrelációs függvény értéke kis relatív impulzus esetén nagy, az azt jelenti, hogy nagy a valószínűsége annak, hogy

egy ütközésben létrejövő két részecske impulzusa hasonló.

A kétrészecske korrelációs függvény definíciója [7]:

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{N_2(k_1, k_2)}{N_1(k_1)N_1(k_2)} \quad (1)$$

ahol k_1 és k_2 a két részecske impulzusa, N_1 és N_2 pedig

$$N_1(k) = \int S(x, k) |\Psi_k(x)|^2 d^4x \quad (2)$$

és

$$N_2(k_1, k_2) = \int S(x_1, k_1) S(x_2, k_2) |\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_2 d^4x_1 \quad (3)$$

Itt $S(x, k)$ az emissziós függvény, amit szokás még Wigner-függvénynek is nevezni. Az emissziós függvény a sűrűségmátrix egy sajátos reprezentációja, ami leírja, hogy mekkora valószínűséggel keletkezik x helyen egy k impulzusú részecske.

Kétrészecske-korreláció esetén az $N_2(k_1, k_2)$ -ben megjelenő kétrészecskés hullámfüggvényt szimmetrizálnunk kell. Ez bozonok esetén azt jelenti, hogy páros a helyfüggő része a hullámfüggvénynek, tehát még hozzá kell adnunk a hely szerint szimmetrizált helyfüggő részt. A síkhullám megoldás sokszor jó közelítésnek bizonyul és a számolás is leegyszerűsödik. A (3)-as egyenletbe a szimmetrizált hullámfüggvényt beírva az alábbi átalakításokat hajthatjuk végre:

$$\begin{aligned} & \int S(x_1, k_1) S(x_2, k_2) |\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_2 d^4x_1 = \\ & = \int S(x_1, k_1) S(x_2, k_2) \frac{1}{2} \left| e^{i(x_1 k_1 + x_2 k_2)} + e^{i(x_1 k_2 + x_2 k_1)} \right|^2 d^4x_2 d^4x_1 = \\ & = \int S(x_1, k_1) S(x_2, k_2) \left[1 + \frac{1}{2} e^{i(x_1(k_1 - k_2) - x_2(k_1 - k_2))} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} e^{i(-x_1(k_1 - k_2) + x_2(k_1 - k_2))} \right] d^4x_2 d^4x_1 \end{aligned} \quad (4)$$

Az $q = (k_1 - k_2)$ relatív impulzust és $S(x, k)$ Fourier-transzformáltját bevezetve:

$$\tilde{S}(q, k) = \int S(x, k) e^{iqx} d^4x$$

$$\begin{aligned}
N_2(k_1, k_2) &= \int S(x_1, k_1) d^4 x_1 \int S(x_2, k_2) d^4 x_2 + \\
&+ \frac{1}{2} \int S(x_1, k_1) e^{iqx_1} d^4 x_1 S(x_2, k_2) e^{-iqx_2} d^4 x_2 + \\
&+ \frac{1}{2} \int S(x_1, k_1) e^{-iqx_1} d^4 x_1 S(x_2, k_2) e^{iqx_2} d^4 x_2 = \\
&= \int d^4 x_1 d^4 x_2 S(x_1, k_1) S(x_2, k_2) + \frac{1}{2} \left(\widetilde{S}(q, k_1) \widetilde{S}^*(q, k_2) + \widetilde{S}^*(q, k_1) \widetilde{S}(q, k_2) \right)
\end{aligned} \tag{5}$$

Ha $k_1 = k_2$ és a $K = 0, 5(k_1 + k_2)$ változót bevezetve:

$$\widetilde{S}(q, k_1) \widetilde{S}^*(q, k_2) + \widetilde{S}^*(q, k_1) \widetilde{S}(q, k_2) = |\widetilde{S}(q, K)|^2 \tag{6}$$

Mivel $\widetilde{S}(q = 0, K) = \int S(k, x) d^4 x$, a korrelációs függvényt az alábbi alakra hozhatjuk [3]:

$$C_2 = \frac{N_2(k_1, k_2)}{N_2(k_1) N_1(k_2)} = 1 + \frac{|\widetilde{S}(q, K)|^2}{|\widetilde{S}(0, K)|^2} \tag{7}$$

A korrelációs függvények az emissziós függvények Fourier-transzformáltjáról, tehát a keletkező részecskék impulzus eloszlásáról hordoznak információt.

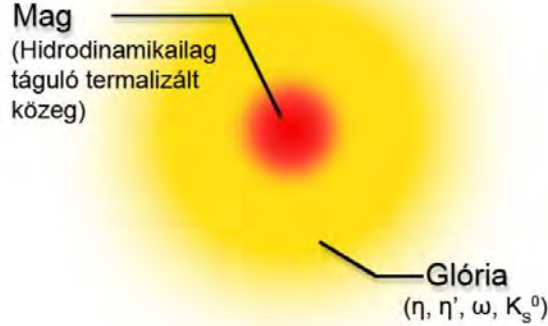
2.2. Mag/glória a Bose-Einstein korrelációkban

A nehézion-fizikai kísérletek során a detektált részecskék nem csak közvetlenül az ütközésből származhatnak, hanem lehetnek hosszú életű rezonanciák bomlástermékei [3]. A mag/glória modellben abból a feltevésből indulunk ki, hogy az emissziós függvényünk két Gauss-függvény összege: a szélesebb a glóriához tartozó forrás, a keskenyebb pedig a magban keletkező részecskéket írja le.

A Bose-Einstein korrelációkat kis relatív impulzusok mellett mérik. Minden méréshez tartozik egy Q_{min} levágási relatív impulzus érték, ami alatt nem tudjuk megkülönböztetni a részecskéket.

A glória részt leíró emissziós függvény az R_g skálán változik, ahol R_g nagyobb, mint $R_{max} \approx \hbar/Q_{min}$. R_{max} a Q_{min} -hoz tartozó karakterisztikus hossz és R_m a mag felbontása [3].

$$R_g > R_{max} > R_m \tag{8}$$



2. ábra. Az ábra a magot és a glóriát szemlélteti

A teljes emissziós függvény tehát egy mag részből áll (m) indexel és egy glória részből (g) indexel [3]:

$$S(x, k) = S_m(x, k) + S_g(x, k) \quad (9)$$

Az egyrészecskés impulzus spektrumot a térrész kiintegrálásával kaphatjuk meg:

$$N(k) = \int d^4x S(x, k) = N_m(k) + N_g(k) \quad (10)$$

Az impulzus spektrum a mag és a glória rész összege. Vezessük be f_m -et, mely a magban keletkező részecskék aránya az összes részecskéhez képest!

$$f_m(k) = N_m(k)/N(k) \quad (11)$$

A Fourier-transzformáció definíciójából adódik, hogy a forrásfüggvény Fourier-transzformáltja a $k = 0$ helyen megegyezik az impulzuseloszlással:

$$\begin{aligned} \tilde{S}(0) &= \int S(x, 0) e^{i0 \cdot x} d^4x = N(k) \\ \tilde{S}_m(0) &= N_m(k) \\ \tilde{S}_g(0) &= N_g(k) \end{aligned} \quad (12)$$

A (14)-es egyenletet átalakítva az alábbi összefüggést kapjuk:

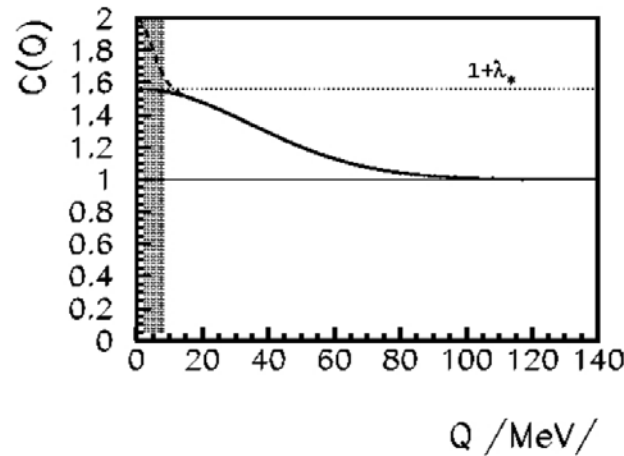
$$f_m \tilde{S}(0) = \tilde{S}_m(0) \quad (13)$$

A glória mérete nagyságrendekkel nagyobb a magénál, ezért az emissziós függvény Fourier-transzformáltjához a glória rész csak a nagyon kicsi, 4 MeV relatív impulzus alatt ad járulékot. [3. ábra] Ezen a relatív impulzus tartományon kívül élhetünk az alábbi közelítéssel: $\tilde{S}(q) \approx \tilde{S}_m(q)$

Vezessük be $\lambda_{*,2}$ tengelymetszeti paramétert! A kétrészecskés korrelációs függvény $q=0$ helyen, tehát zero relatív impulzus esetén $1+\lambda_{*,2}$ értéket vesz fel [3].

$$C_2(q) = 1 + \lambda_{*,2} \left| \frac{\tilde{S}_c(q)}{\tilde{S}_c(0)} \right|^2 = 1 + f_m^2 \left| \frac{\tilde{S}_c(q)}{\tilde{S}_c(0)} \right|^2 \quad (14)$$

Tehát a kétrészecske korreláció vizsgálatával meghatározhatjuk, hogy a keletkező részecskék közül hányan keletkeztek a magban és hányan a glóriában.



3. ábra. Egy mag és egy kiterjedt glória forrással rendelkező Bose-Einstein korreláció görbéje. A glória járuléka a besatírozott részre korlátozódik, ezen kívül a mag rész határozza meg a korrelációs függvényt. A λ_* paraméterből és a részecskék impulzuseloszlásából kiszámíthatjuk a direkt a magból származó részecskék impulzuseloszlását. [3]

2.3. Koherens és inkoherens rész

Az előző fejezetben a forrásfüggvényt teljesen inkoherensnek vagyis termálisnak tételeztük fel. A valóságban azonban a magból koherens fázisban is emittálódnak részecskék. Így a mag járuléka egy koherens és egy inkoherens rész összege [3]:

$$S_m(x, k) = S_m^k(x, k) + S_m^i(x, k) \quad (15)$$

ahol (i) és (k) felső indexek az inkohereus és a koherens részt jelölik.

A mag impulzus spektruma:

$$N_m(k) = \int d^4x S_m^i(x, k) + S_m^k(x, k) \quad (16)$$

Vezessük be p_k -át, mely a parciálisan koherens fázisban kilépő részecskék aránya a magban keletkező összes részecskéhez képest!

$$p_k(k) = N_m^k(k)/N_m(k) \quad (17)$$

Ha figyelembe vesszük, hogy a magból koherens fázisban is emittálódnak részecskék, akkor a $\lambda_{*,2}$ tengelymetszeti paraméter a következő [3]:

$$\lambda_{*,2} = f_m^2 [(1 - p_k)^2 + 2p_k(1 - p_k)^2] \quad (18)$$

Az egyenlet visszaadja azt az esetet ,mikor nincsenek koherens részecskék: ha $p_k = 0$, akkor $f_m^2 = \lambda_{*,2}$.

2.4. Háromrészecske-korreláció

A háromrészecske-korreláció definíciója az N-részecske korreláció alapján [7]:

$$C_3(k_1, k_2, k_3) = \frac{N_3(k_1, k_2, k_3)}{N_1(k_1)N_2(k_2)N_3(k_3)} \quad (19)$$

ahol $N_3(k_1, k_2, k_3)$:

$$N_3(k_1, k_2, k_3) = \int S(x_1, k_1)S(x_2, k_2)S(x_3, k_3) |\Psi_{k_1, k_2, k_3}(x_1, x_2, x_3)|^2 d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 \quad (20)$$

Itt $\Psi_{k_1, k_2, k_3}(x_1, x_2, x_3)$ a szimmetrizált hullámfüggvény. Két részecske esetén csak az x_1 és x_2 változókat kellett felcserélni, ebben az esetben viszont három helyváltozónk van. A három helyváltozót hatféleképpen lehet felcserélni, így a szimmetrizált

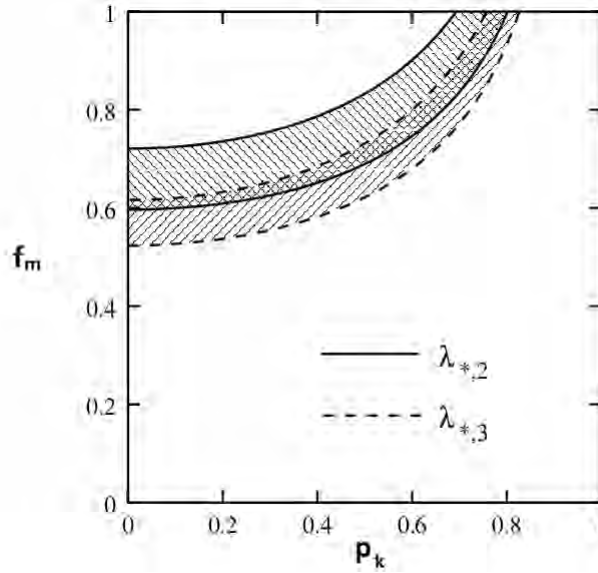
hullámfüggvény hat tagú lesz:

$$\begin{aligned} \Psi(x_1, x_2, x_3, k_1, k_2, k_3) = & \\ & e^{i(x_1 k_1 + x_2 k_2 + x_3 k_3)} + e^{i(x_1 k_1 + x_3 k_2 + x_2 k_3)} \\ & e^{i(x_2 k_1 + x_3 k_2 + x_1 k_3)} + e^{i(x_2 k_1 + x_1 k_2 + x_3 k_3)} \\ & e^{i(x_3 k_1 + x_1 k_2 + x_2 k_3)} + e^{i(x_3 k_1 + x_2 k_2 + x_1 k_3)} \end{aligned} \quad (21)$$

A szimmetrizált hullámfüggvénnyel ugyanazt a számolást végre lehet hajtani, mint a kétrészecskés esetben. Ha a három részecske között azonos nagyságúak a relatív impulzusok és nem vesszük figyelembe a koherensen kilépő részecskéket, akkor $3f_m^2 = \lambda_{*,3}$. Háromrészecske korreláció esetén a tengelymetszeti paraméter, ha figyelembe vesszük a koherensen kilépő részecskéket [3]:

$$\lambda_{*,3} = 3f_m^2 [(1 - p_k)^2 + 2p_k(1 - p_k)] \quad (22)$$

$\lambda_{*,2}$ -át és $\lambda_{*,3}$ -át kísérletileg meghatározva a λ -ákra vonatkozó egyenletekből kiszámíthatjuk p_k -t és f_m -et.



4. ábra. A (18)-as és (22)-es egyenletek f_m -re és p_k -ra paraméteres egyenletek. A megmért λ értékek hibája sávva szélesíti a paraméteres görbét. A két sáv átfedése adja (f_m) és (p_k) lehetséges értékeit.[3]

2.5. N-részecske korreláció

Az n-részecske korrelációs függvény definíciója [3]:

$$C_n(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{N_n(k_1, k_2, \dots, k_n)}{N_1(k_1)N_1(k_2) \dots N_1(k_n)} \quad (23)$$

Az n-részecske korrelációs függvény erőssége, ha az összes részecske impulzusa egyenlő tehát, ha zerek a relatív impulzusok [7]:

$$C_n(0) = 1 + \sum_{j=2}^n \binom{n}{j} \alpha_j f_m^j \left[(1-p_k)^j + j p_c (1-p_k)^{j-1} \right] \quad (24)$$

Itt α_j azon permutációk számát jelöli melyek j nem egyforma elemet kevernek össze.

$$\alpha_n = n! - \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n}{j} \alpha_j \quad (25)$$

$$\alpha_0 = 1 \quad (26)$$

Az első pár érték α_j -re:

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 2, \alpha_4 = 9, \alpha_5 = 44, \alpha_6 = 264 \quad (27)$$

Az első pár tengelymetszeti paraméter 0 relatív impulzus mellett [3]: $\lambda_{*,n} = C_n(0) - 1$

$$\lambda_{*,2} = f_m^2 \left[(1-p_k)^2 + 2p_k(1-p_k)^2 \right] \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{*,3} &= 3f_m^2 \left[(1-p_k)^2 + 2p_k(1-p_k) \right] \\ &+ 2f_m^3 \left[(1-p_k)^3 + 3p_k(1-p_k)^2 \right] \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{*,4} &= 6f_m^2 \left[(1-p_k)^2 + 2p_k(1-p_k) \right] \\ &+ 8f_m^3 \left[(1-p_k)^3 + 3p_k(1-p_k)^2 \right] \\ &+ 9f_m^4 \left[(1-p_k)^4 + 4p_k(1-p_k)^3 \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{*,5} &= 10f_m^2 \left[(1-p_k)^2 + 2p_k(1-p_k)^2 \right] \\ &+ 20f_m^3 \left[(1-p_k)^3 + 3p_k(1-p_k)^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+45f_m^4 [(1-p_k)^4 + 4p_k(1-p_k)^3] \\
&+44f_c^5 [(1-p_k)^5 + p_k(1-p_k)^4]
\end{aligned} \tag{31}$$

3. Coulomb-korrekcio

A Coulomb-kölcsönhatás miatt az ütközések során létrejövő azonos töltésű részecskék taszítják egymást, így nagyobb lesz közöttük az impulzuskülönbség és ezért kevesebb kis relatív impulzusú részecskepárt fogunk detektálni. A korrelációs függvényben emiatt megjelenő „Coulomb-lyuk” nem hordoz számunkra érdemi információt, csak egy zavaró hatás. Célunk a Bose-Einsten korrelációs függvényen és a mért adatokon olyan korrekciót végrehajtani, mely kiküszöböli a Coulomb kölcsönhatást. Coulomb-korrekción alkalmazva a mérési eredményken olyan adatokat kapunk, amit akkor kaptunk volna, ha a részecskék között nincsen Coulomb-kölcsönhatás.

3.1. Kétrészecskés Coulomb-korrekcio

Az első fejezetben definiáltuk a kétrészecskés korrelációs függvényt. A definícióba a $\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)$ kétrészecskés síkhullám függvényt írva:

$$\begin{aligned}
C_2(k_1, k_2) &= \frac{N_2(k_1, k_2)}{N_1(k_1)N_1(k_2)} = \frac{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2}{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1}(x_1)|^2 |\Psi_{k_2}(x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2} \quad (32) \\
&= \frac{N_2(k_1, k_2)}{N_1(k_1)N_1(k_2)} = \frac{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2}{\int S(x_1)S(x_2) d^4x_1 d^4x_2}
\end{aligned}$$

Bevezetve a relatív impulzust, a korrelációs függvény az alábbi alakra egyszerűsödött:

$$C(q) = 1 + \left| \frac{\tilde{S}(q)}{\tilde{S}(0)} \right|^2 \tag{33}$$

ahol q a relatív impulzus, $\tilde{S}(q)$ pedig a forrásfüggvény Fourier-transzformáltja. Most a korrelációs függvénybe a síkhullám helyett a Coulomb-szórás probléma megoldását

írjuk be, ami két részecskére: $\Psi_{k_1, k_2}^C(x_1, x_2)$.

$$\begin{aligned}
C_2(k_1, k_2) &= \frac{N_2(k_1, k_2)}{N_1(k_1)N_1(k_2)} = \frac{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1, k_2}^C(x_1, x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2}{\int S(x_1)S(x_2) d^4x_1 d^4x_2} = (34) \\
&= \frac{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2}{\int S(x_1)S(x_2) d^4x_1 d^4x_2} \cdot \frac{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1, k_2}^C(x_1, x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2}{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2} = \\
&= \frac{\int S(x_1)S(x_2) |\Psi_{k_1, k_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_1 d^4x_2}{\int S(x_1)S(x_2) d^4x_1 d^4x_2} \cdot K_{Coul}
\end{aligned}$$

A fenti levezetésben a számlálót és a nevezőt is beszoroztuk a síkhullám megoldással, majd a szimmetrizált két részecskés Coulomb-megoldás és a szimmetrizált két részecskés síkhullám megoldás hányadosával definiáltuk a K_{Coul} Coulomb-korrekcíót. Az egyenletet tovább alakítva:

$$\begin{aligned}
C(q) &= 1 + \left| \frac{\tilde{S}(q)}{\tilde{S}(0)} \right|^2 \cdot K_{Coul} & (35) \\
C(q)K_{Coul}^{-1} &= 1 + \left| \frac{\tilde{S}(q)}{\tilde{S}(0)} \right|^2
\end{aligned}$$

3.2. Egyrészecskés Coulomb-probléma

A legegyszerűbb töltött részecskés rendszer az egyrészecskés Coulomb-probléma, ami nem más, mint a hidrogénatom elektronjainak a mozgásegyenlete. Ebben az esetben az alábbi egyenletet kell megoldanunk [8]:

$$E\Psi(r, \theta, \phi) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(r, \theta, \phi) + V(r)\Psi(r, \theta, \phi) \quad (36)$$

Az egyenletben a potenciál az alábbi alakú: $V(r) = -ke^2/r$, ahol k a Coulomb-féle arányossági tényező és e a részecske töltése. A Laplace-operátor gömbi koordinátákkal fejezzük ki:

$$\begin{aligned}
&\left[-\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left(\frac{1}{\sin\Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin\Theta \frac{\partial}{\partial \Theta} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{\sin^2\Theta} \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} \right) + V(r) \right] \Psi(r, \Theta, \Phi) = E\Psi(r, \Theta, \Phi) \quad (37)
\end{aligned}$$

Az egyenletet a változók szeparálásának módszerével oldhatjuk meg. A megoldást az alábbi, szeparált alakban keressük: $\Psi(r, \Theta, \Phi) = R(r)Y(\Theta, \Phi)$

$$\begin{aligned} & \frac{-\hbar^2}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + 2mr^2 (V(r) - E) \\ & - \frac{\hbar^2}{Y(\Theta, \Phi)} \left(\frac{1}{\sin\Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin\Theta \frac{\partial Y(\Theta, \Phi)}{\partial \Theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\Theta} \frac{\partial^2 Y(\Theta, \Phi)}{\partial \Phi^2} \right) \end{aligned} \quad (38)$$

A szögfüggő részt tovább szeparálhatjuk egy Θ -tól és egy Φ -től függő részre: $Y(\Theta, \Phi) = P(\Theta)F(\Phi)$ A Θ függő rész megoldásai a Legendre-polinomok. Az m_l -ik Legendre-polinom :

$$P_{m_l}^l(x) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2-1)^l \quad (39)$$

ahol $x = \cos\Theta$. A Φ függő egyenlet megoldása: $F(\Phi) = Ae^{im_l\Phi}$, ahol m_l egy egész szám. A teljes szögfüggést a gömbfüggvények adják meg. Az l, m_l -ik gömbfüggvény:

$$Y_{l,m_l}(\Theta, \Phi) = P(\Theta)F(\Phi) = P_{m_l}^l(\cos\Theta)e^{im_l\Phi} \quad (40)$$

A radiális egyenlet megoldása:

$$R(r) = e^{ir/na_0} r^l L_n \quad (41)$$

Itt L_n az n -edik asszociált Laguerre-polinom. A gömbfüggvényekben és a Laguerre-polinomokban megjelenő indexek különböző kvantumszámoknak feleltethetőek meg. n a főkvantumszám, l a mellékkvantumszám, m pedig a mágneses kvantumszám. A teljes hullámfüggvény az alábbi alakú:

$$\Psi(R, \Theta, \Phi) = R(r)P(\Theta)F(\Theta) \quad (42)$$

3.3. Coulomb-szórás és Coulomb-korrekción két részecskére

Ahhoz, hogy kiszámítsuk a Coulomb-korrekción szükségünk van a Coulomb-szórás megoldására. Nézzük meg a két egymáson szóródó részecske esetét! Ebben az esetben a Schrödinger-egyenlet a következő lesz:

$$\left[\frac{1}{2m_1} \Delta_1 + \frac{1}{2m_2} \Delta_2 + \frac{e_1 e_2}{r_{12}} - \frac{k_1^2}{2m_1} - \frac{k_2^2}{2m_2} \right] \Psi_{k_1, k_2}^C(x_1, x_2) = 0 \quad (43)$$

Itt m_1 és m_2 a két részecske tömege, e_1 és e_2 a töltése, r_{12} pedig a relatív koordináta, Δ_1 az első részecske helyváltozója szerinti Laplace-operátor, Δ_2 pedig a második részecske helyváltozója szerinti Laplace-operátor. A Schrödinger-egyenletet megoldó $\Psi_{k_1, k_2}^C(x_1, x_2)$ függvény az alábbi alakú [2]:

$$\Psi_{k_1, k_2}^C(x_1, x_2) = e^{ik_{12} \cdot r_{12}} \Phi_{k_{12}}(r_{12}) \quad (44)$$

$$\Phi_{k_{12}}(r_{12}) = \Gamma(1 + i\eta_{12}) e^{\pi\eta_{12}/2} F[-i\eta_{12}, 1; i(|k_{12}| \cdot |r_{12}| - k_{12} \cdot r_{12})] \quad (45)$$

Ha első részecske koordinátája x_1 és impulzusa k_1 , a második részecske koordinátája x_2 és impulzusa k_2 , akkor az egyenletben használt relatív koordináta: $r_{12} = x_1 - x_2$ és relatív impulzus: $k_{12} = (m_1 k_1 - m_2 k_2)/(m_1 + m_2)$ és $\eta_{12} = e_1 e_2 \mu_{12}/|k_{12}|$, ahol μ_{12} m_1 és m_2 redukált tömege. Az egyenletben $F[a, b; x]$ a konfluens hipergeometrikus függvény, $\Gamma(x)$ pedig a gamma függvény.

A Coulomb-korrekciónak értéke a Coulomb-szórásprobléma megoldásának és a síkhullám megoldásának a hányadosa. Mindkét megoldást a térváltozók szerint szimmetrizálni kell. $S(x_1)$ és $S(x_2)$ forrásfüggvények Gauss görbe alakúak, így össze lehet vonni őket egy forrásfüggvénnyé: $S(x_1, x_2)$. A Coulomb-korrekciónak két részecskére a (32)-es egyenlet alapján:

$$K_2^{-1}(k_{12}) = \frac{\int S(x_1, x_2) |e^{i(x_1 k_1 + x_2 k_2)} + e^{i(x_1 k_2 + x_2 k_1)}|^2 d^4 x_1 d^4 x_2}{\int S(x_1, x_2) |\Psi_{k_1, k_2}^{C'}(x_1, x_2) + \Psi_{k_1, k_2}^{C'}(x_2, x_1)|^2 d^4 x_1 d^4 x_2} \quad (46)$$

A forrásfüggvény alakja [1]:

$$S(x) = \exp \left[-\frac{x^2}{2R^2} \right] \quad (47)$$

ahol R a Gauss-görbe félértékszélessége.

3.4. Schrödinger-egyenlet megoldása háromrészecskés Coulomb-szórásra

Hogy ki tudjuk számolni a háromrészecskés Coulomb-korrekciónak, először a háromrészecskés Schrödinger-egyenletet kell megoldanunk Coulomb-szórásra [2]:

$$\left[-\frac{1}{2\mu_1} \nabla_{\zeta_1}^2 - \frac{1}{2\mu_2} \nabla_{\zeta_2}^2 + \frac{e_1 e_2}{r_{12}} + \frac{e_2 e_3}{r_{23}} + \frac{e_3 e_1}{r_{31}} - \frac{P_1^2}{2\mu_1} - \frac{P_2^2}{2\mu_2} \right] \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_2, x_3) = 0 \quad (48)$$

A három részecskés Coulomb-szórás megoldásához be kell vezetnünk az alábbi koordinátákat és változókat [2]:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= x_2 - x_1 \\ \zeta_2 &= x_3 - (m_1 x_1 + m_2 x_2)/M_2 \\ \zeta_3 &= (m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3)/M \\ M_2 &= m_1 + m_2, M = m_1 + m_2 + m_3 \end{aligned} \quad (49)$$

Itt a relatív koordináták és impulzusok az alábbiak lesznek:

$$\begin{aligned} r_{21} &= x_2 - x_1 = \zeta_1 \\ r_{31} &= x_3 - x_1 = \alpha \zeta_1 + \zeta_2 \\ r_{32} &= x_3 - x_2 = -\beta \zeta_1 + \zeta_2 \\ \alpha &= m_2/M_2, \beta = m_1/M_2 \\ \mu_1 &= m_1 m_2/M_2, \mu_2 = M_2 m_3/M \\ P_1 &= \mu_1 d\zeta_1/dt = (m_1 k_2 - m_2 k_1)/M_2 \\ P_2 &= \mu_2 d\zeta_2/dt = (M_2 k_3 - m_3(k_1 + k_2))/M \end{aligned} \quad (50)$$

Az (51)-es képletben felírt kétrészecskés megoldást általánosítsuk i és j részecskékre [2]!

$$\Phi_{k_{ij}}(r_{ij}) = \Gamma(1 + i\eta_{ij}) e^{\pi\eta_{ij}/2} F[-i\eta_{ij}, 1; i(|k_{ij}| \cdot |r_{ij}| - k_{ij} \cdot r_{ij})], \quad (51)$$

A háromrészecskés Schrödinger-egyenlet megoldása kétrészecskés megoldások és egy exponenciális tag szorzatából áll elő.

$$\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_2, x_3) = e^{i(P_1 \zeta_1 + P_2 \zeta_2)} \Phi_{k_{12}}(r_{21}) \Phi_{k_{23}}(r_{23}) \Phi_{k_{31}}(r_{31}) \quad (52)$$

Azonos tömegű részecskék esetén ($m_1 = m_2 = m_3$) a fázisfaktor az alábbi módon

leegyszerűsödik:

$$\begin{aligned} P_1\zeta_1 + P_2\zeta_2 &= \frac{m_1 + m_2}{M}k_{12} \cdot r_{12} + \frac{m_2 + m_3}{M}k_{23} \cdot r_{23} + \frac{m_3 + m_1}{M}k_{31} \cdot r_{31} = \\ &= \frac{2}{3}(k_{12} \cdot r_{12} + k_{23} \cdot r_{23} + k_{31} \cdot r_{31}) \end{aligned}$$

Emiatt a $\Psi_{k_1, k_2, k_3}(x_1, x_2, x_3)$ megoldás:

$$\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_2, x_3) = \Psi_{k_1 k_2}^C(x_1, x_2) \Psi_{k_2 k_3}^C(x_2, x_3) \Psi_{k_3 k_1}^C(x_3, x_1) \quad (53)$$

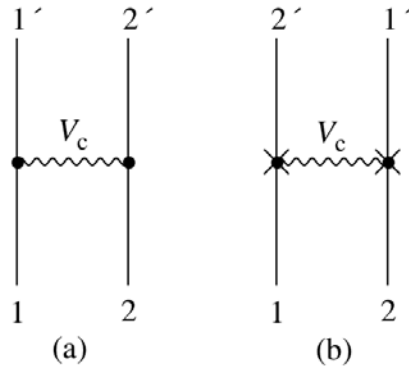
$$\Psi_{k_i k_j}^C(x_i, x_j) = e^{i(2/3)k_{ij}r_{ij}} \Phi_{k_{ij}}(r_{ij}) \quad (54)$$

Az N testű Coulomb-szórás probléma megoldása egyforma tömegű részecskékre, ha a részecskék nincsenek túl közel egymáshoz [2]:

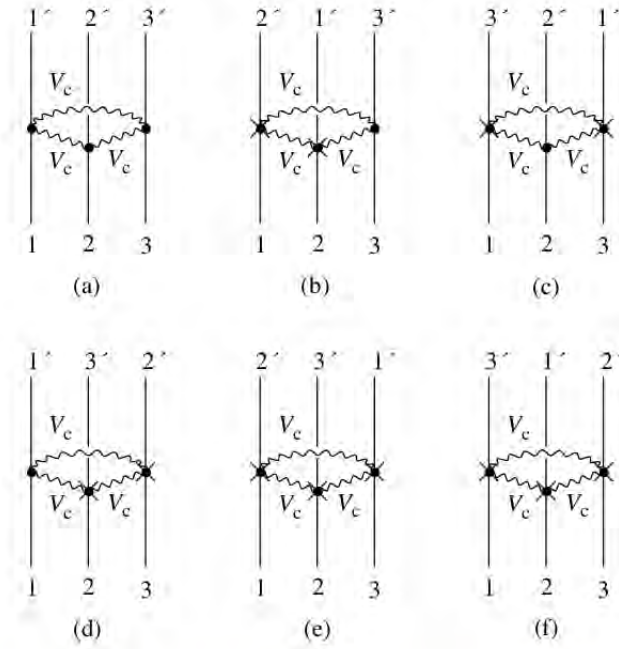
$$\begin{aligned} \Psi_{k_1, k_2, \dots, k_n}^C(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \prod_{i < j=1}^n \Psi_{k_i k_j}^C(x_i, x_j) \\ \Psi_{k_i, k_j}^C(x_i, x_j) &= e^{i(2/n)k_{ij}r_{ij}} \Phi_{k_{ij}}(r_{ij}) \end{aligned} \quad (55)$$

3.5. A háromrészecskés Coulomb-korrekció formulája

A hullámfüggvényeket szimmetrizálnunk kell, ami két részecskénél csak két tagot jelent, de három részecskénél már hatot. Ez jól látható a 1-es és 2-es ábrákon: V_c jelöli a kölcsönhatást két részecske között és (X) jelöli két részecske kicserélését.



5. ábra. Két részecske Bose-Einstein korrelációs diagrammja [2]



6. ábra. Három részecskés Bose-Einstein korrelációs diagrammja [2]

A három részecskés BEC diagrammot a 6. ábra mutatja. Jól látható, hogy három részecskét hatféleképpen lehet felcserélni. Mivel a forrásfüggvények azonos alakúak, össze lehet vonni őket: $S(x_1)S(x_2)S(x_3) = S(x_1, x_2, x_3)$. Az ábra alapján három részecske impulzus-eloszlása [2]:

$$\begin{aligned}
 N(k_1, k_2, k_3) = \frac{1}{6} \int S(x_1, x_2, x_3) & \left| \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_2, x_3) + \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_3, x_2) + \right. & (56) \\
 & + \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_2, x_1, x_3) + \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_2, x_3, x_1) + \\
 & \left. + \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_3, x_1, x_2) + \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_3, x_2, x_1) \right|^2 d^3x_1 d^3x_2 d^3x_3
 \end{aligned}$$

ahol

$$\begin{aligned}
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_2, x_3) &= \Psi_{k_1 k_2}^{C'}(x_1, x_2) \Psi_{k_2 k_3}^{C'}(x_2, x_3) \Psi_{k_3 k_1}^{C'}(x_3, x_1) \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_3, x_2) &= \Psi_{k_1 k_2}^{C'}(x_1, x_3) \Psi_{k_2 k_3}^{C'}(x_3, x_2) \Psi_{k_3 k_1}^{C'}(x_2, x_1) \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_2, x_1, x_3) &= \Psi_{k_1 k_2}^{C'}(x_2, x_1) \Psi_{k_2 k_3}^{C'}(x_1, x_3) \Psi_{k_3 k_1}^{C'}(x_3, x_2) \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_2, x_3, x_1) &= \Psi_{k_1 k_2}^{C'}(x_2, x_3) \Psi_{k_2 k_3}^{C'}(x_3, x_1) \Psi_{k_3 k_1}^{C'}(x_1, x_2) \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_3, x_1, x_2) &= \Psi_{k_1 k_2}^{C'}(x_3, x_1) \Psi_{k_2 k_3}^{C'}(x_1, x_2) \Psi_{k_3 k_1}^{C'}(x_2, x_3) \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_3, x_2, x_1) &= \Psi_{k_1 k_2}^{C'}(x_3, x_2) \Psi_{k_2 k_3}^{C'}(x_2, x_1) \Psi_{k_3 k_1}^{C'}(x_1, x_3)
\end{aligned} \tag{57}$$

Ha a tömegközéppontra az alábbi feltételt rójuk ki: $\exp[-i(k_1 + k_2 + k_3) \cdot \zeta_3] = 1$, akkor a szimmetrizált Coulomb-megoldás minden egyes tagja a (21)-es egyenlet síkhullám megoldásának egyik tagjával feleltethető meg:

$$\begin{aligned}
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_2, x_3) &\longrightarrow e^{i(2/3)(k_{12} \cdot r_{12} + k_{23} \cdot r_{23} + k_{31} \cdot r_{31})} = e^{i(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 + k_3 \cdot x_3)} \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_1, x_3, x_2) &\longrightarrow e^{i(2/3)(k_{12} \cdot r_{13} + k_{23} \cdot r_{32} + k_{31} \cdot r_{21})} = e^{i(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_3 + k_3 \cdot x_2)} \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_2, x_1, x_3) &\longrightarrow e^{i(2/3)(k_{12} \cdot r_{21} + k_{23} \cdot r_{13} + k_{31} \cdot r_{32})} = e^{i(k_1 \cdot x_2 + k_2 \cdot x_1 + k_3 \cdot x_3)} \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_2, x_3, x_1) &\longrightarrow e^{i(2/3)(k_{12} \cdot r_{23} + k_{23} \cdot r_{31} + k_{31} \cdot r_{12})} = e^{i(k_1 \cdot x_2 + k_2 \cdot x_3 + k_3 \cdot x_1)} \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_3, x_1, x_2) &\longrightarrow e^{i(2/3)(k_{12} \cdot r_{31} + k_{23} \cdot r_{12} + k_{31} \cdot r_{23})} = e^{i(k_1 \cdot x_3 + k_2 \cdot x_1 + k_3 \cdot x_2)} \\
\Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_3, x_2, x_1) &\longrightarrow e^{i(2/3)(k_{12} \cdot r_{32} + k_{23} \cdot r_{21} + k_{31} \cdot r_{13})} = e^{i(k_1 \cdot x_3 + k_2 \cdot x_2 + k_3 \cdot x_1)}
\end{aligned} \tag{58}$$

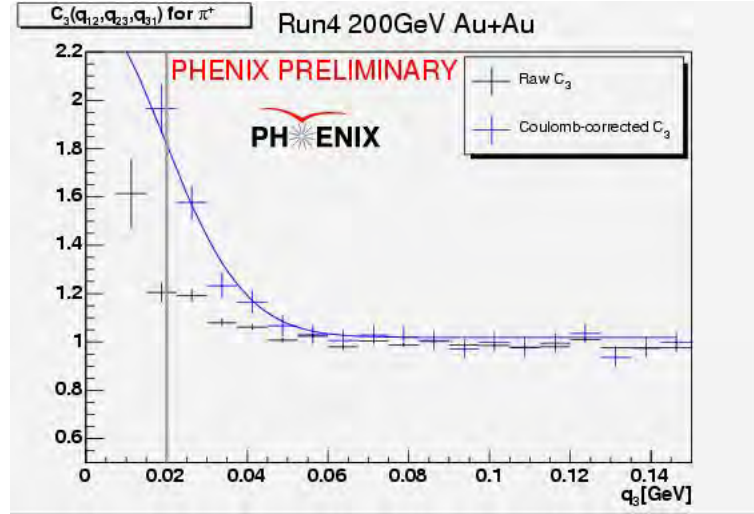
A háromrészesekés Coulomb-korrekción a szimmetrizált Coulomb-megoldás és a szimmetrizált síkhullám megoldás hányadosa:

$$K_3(k_1, k_2, k_3) = \frac{\int S(x_1, x_2, x_3) \left| \sum \Psi_{k_1, k_2, k_3}^C(x_i, x_j, x_k) \right|^2 d^3 x_1 d^3 x_2 d^3 x_3}{\int S(x_1, x_2, x_3) \left| \sum \Psi_{k_1, k_2, k_3}(x_i, x_j, x_k) \right|^2 d^3 x_1 d^3 x_2 d^3 x_3} \tag{59}$$

$\Psi_{k_1, k_2, k_3}(x_i, x_j, x_k)$ a síkhullám megoldás.

4. Eredmények

Célom a két és háromrészesekés Coulomb-korrekción numerikus kiszámítása volt. Az eredményhez felhasználtam a konfluens hipergeometrikus függvényt és a síkhul-



7. ábra. Háromrészesekés Coulomb-korrekción pionokra a relatív impulzusok négyzetösszegének függvényében. A szürke keresztetek a mért eredményt jelzik, a kék keresztetek pedig a korrigált adatokat.

lám megoldást. Az integrálást Monte Carlo algoritmussal végeztem. 140 MeV tömegű azonos töltésű pionokat vizsgáltam, melyekből ütközések során több száz vagy akár ezer keletkezik. A kétrészesekés korrekciót a relatív impulzus függvényében, a háromrészesekés korrekciót $Q = \sqrt{4(k_{12}^2 + k_{23}^2 + k_{31}^2)}$ függvényében ábrázoltam.

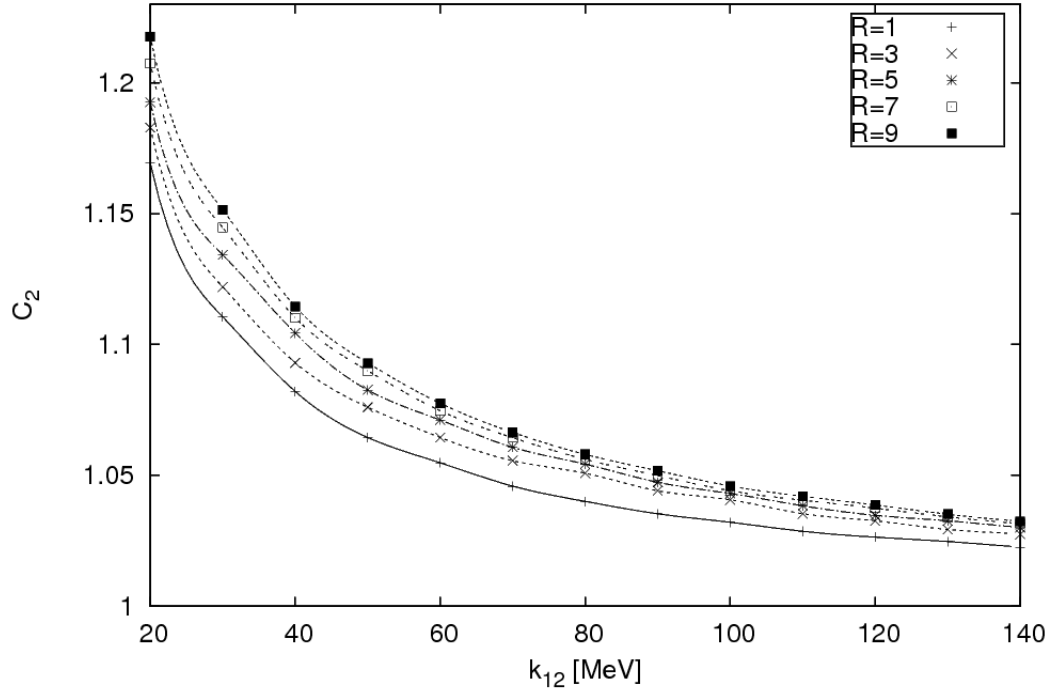
5. Függelék

A Coulomb-korrekción kiszámításához először megvizsgáltam, hogy a C++-ban megírt konfluens hipergeometrikus függvény mennyire pontos. A megírt függvényt a *Wolfram Mathematica 8.0* függvényével vettem össze: jól látható, hogy a relatív hiba a 10^{-6} nagyságrendű. A később megjelenő numerikus hibákhoz képest ez elhanyagolható.

Leellenőriztem, hogy az (55)-ös és (56)-os képletben szereplő kétrészesekés megoldás valóban megoldja-e a:

$$\left[\frac{1}{2m_1} \Delta + \frac{1}{2m_2} \Delta + \frac{e_1 e_2}{r_{12}} - \frac{k_1^2}{2m_1} - \frac{k_2^2}{2m_2} \right] \Psi_{k_1, k_2}^C(x_1, x_2) = 0 \quad (60)$$

Schrödinger-egyenletet. A numerikus számítás során véletlenszerűen generáltam az r_{12} relatív koordinátát 0-10 fm-es tartományon és a k_{12} relatív impulzust 0-50 MeV-

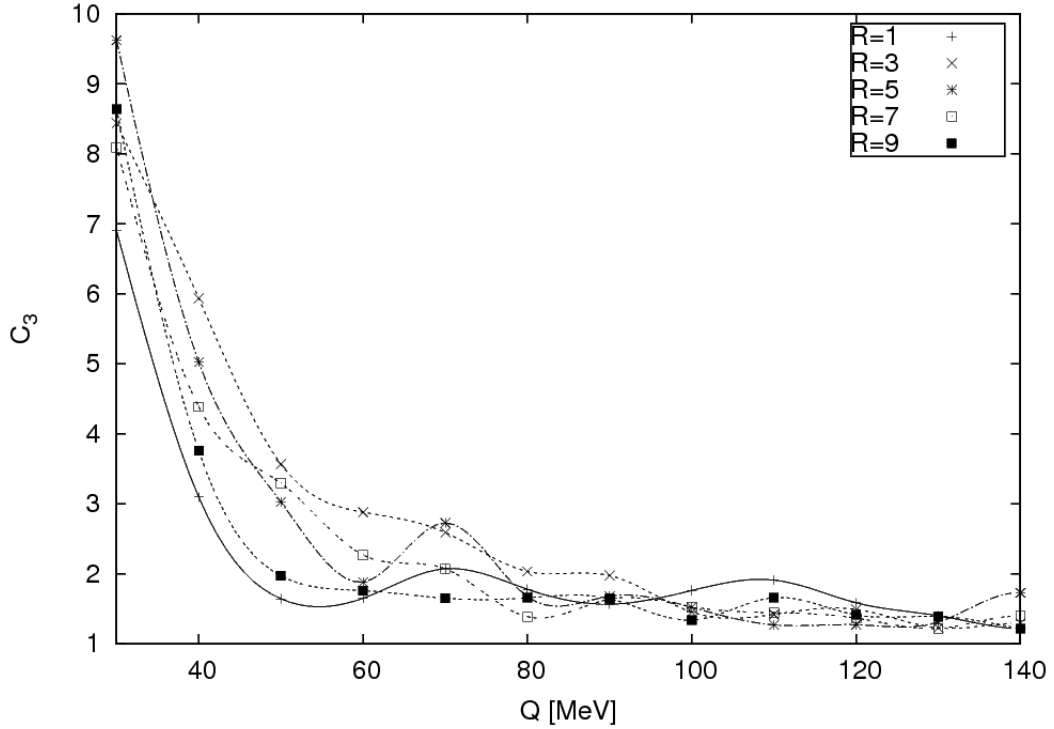


8. ábra. A kétrészecskés Coulomb-korrekció (C_2) a relatív impulzus (k_{12} [MeV]) függvényében különböző $R(1,3,5,7,9)$ Gauss félértékszélességekkel

os tartományon. A számítást azonos töltésű, 140 MeV tömegű pionokra végeztem el.

A Schrödinger-egyenletet egy oldalra rendeztem és a hiba abszolútértékét elosztottam a hullámfüggvény abszolútértékével, így kaptam relatív hibát. A relatív hibát a forrásfüggvény félértékszélességének (R) és a relatív impulzusnak (k_{12}) a függvényében vizsgáltam meg. A numerikus számítás a 30 MeV alatti relatív impulzus tartományon kívül jónak bizonyult, itt a hiba csak ritkán haladta meg 4-5 %-ot.

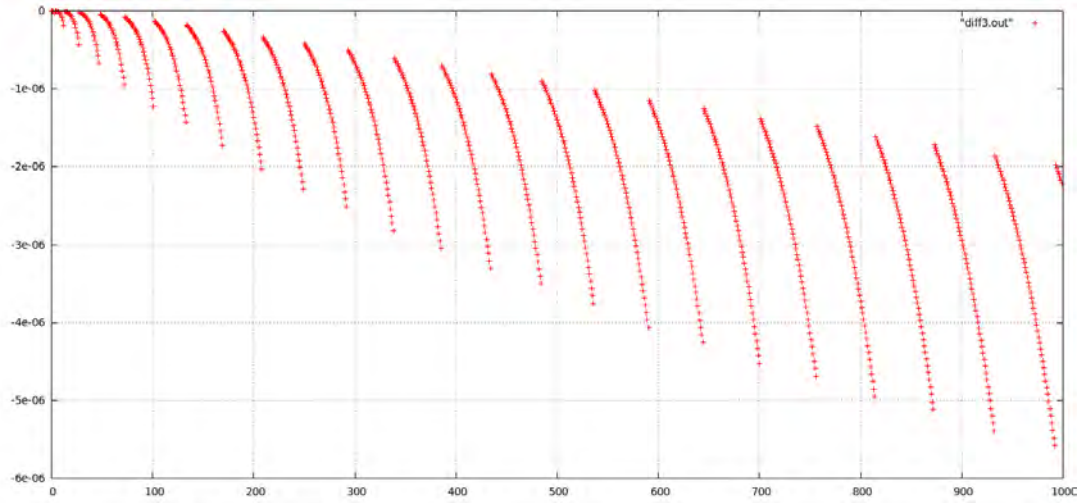
A korrekciók kiszámításához Monte Carlo algoritmus használtam, ami alkalmas egy valószínűségi eloszlás és egy függvény szorzatának kiintegálására. Ebben az esetben a valószínűségi eloszlás a forrásfüggvény volt, hiszen a forrásfüggvény azt mondja meg, hogy egy adott helyen milyen valószínűséggel keletkezik egy részecske, maga a függvény pedig a szimmetrizált hullámfüggvény. A kétrészecskés probléma a relatív koordináta és a relatív impulzus hosszától függ, külön-külön az iránytól nem, csak a két vektor által bezárt szögtől. Az x_1, x_2 koordinátákról áttérve az $X = x_1 + x_2$ és $x = x_1 - x_2$ koordinátákra, a forrásfüggvény az alábbi alakúvá transzformálódott: $S(x_1)S(x_2) = S(\sqrt{2}X)S(\sqrt{2}x)$



9. ábra. A háromrészecskés Coulomb-korrekciónak (C_3) Q [MeV] függvényében különböző $R(1,3,5,7,9)$ Gauss félértékszélességekkel

Először bevezettem egy „ P_{old} ” változót, amely a valószínűségi eloszlás egy helyettesítési értéke nagy relatív koordinátánál. Mivel a valószínűségi eloszlás Gauss függvény maradt, nagy relatív koordináta értéknél a helyettesítési érték kicsi lesz. Az integrálást 0 fm-től 100 fm-ig végeztem, mivel ezen kívül elhanyagolható a lecsengő Gauss függvény miatt az integrál járuléka. Mivel 0 és 100 fm-t választottam az integrálási határoknak, generáltam egy véletlen számot 0 és 100 között, r_{12} -öt. A véletlen szám helyén megnéztem a valószínűségi eloszlás értékét, így megkaptam a „ P_{new} ” változót. Abban az esetben, ha a P_{new}/P_{old} hányados nagyobb volt egy 0 és 1 közé eső véletlen számnál, kiszámítottam a hullámfüggvény értékét r_{12} helyen. A relatív impulzus és a relatív koordináta által bezárt szöveget 0-tól π -ig $\pi/100$ fokként változtatva kiszámítottam az integrált. Ezt a műveletsorozatot 10000-szer végezte el a program. Mivel a Coulomb-korrekciónak a Coulomb-megoldásos integrál és a síkhullámos integrál hányadosa, ezért a normálási faktorok kiejtik egymást.

A háromrészecskés esetben a Monte Carlo algoritmus analóg a kétrészecskés esettel, csak más koordinátákra kellett áttérni. A három részecskére összesen kilenc



10. ábra. A megírt és a *Wolfram Mathematica* által számolt konfluens hiperbólikus függvény relatív eltérése

dimenzióra kellett volna integrálni. A dimenziók száma exponenciális megnöveli a számításokat, ha ugyanolyan pontosságot kívánunk elérni, ezért le kellett csökkenteni a dimenziók számát hatra. Ezt azért tehetjük meg mert a relatív koordinátákra áttérve az $r_{31} = -r_{23} - r_{12}$ feltételnek teljesülnie kell minden koordinátára és ez három feltételt szab ki. Áttérve a relatív koordinátákra:

$$R = r_1 + r_2 + r_3 \quad (61)$$

$$r_{12} = r_1 - r_2$$

$$r_{23} = r_2 - r_3$$

$$r_{31} = r_3 - r_1 = -r_{12} - r_{23}$$

$$r_1 = \frac{R + r_{12} - r_{31}}{3} = \frac{R + 2r_{12} + r_{23}}{3}$$

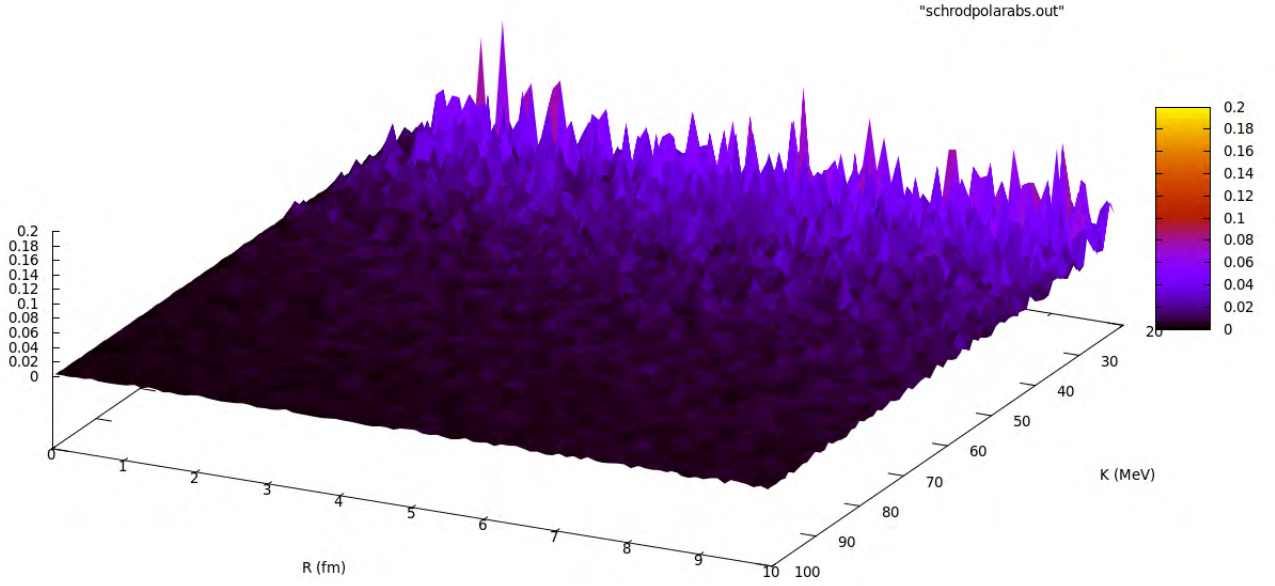
$$r_2 = \frac{R - r_{12} + r_{23}}{3} = \frac{R - r_{12} + r_{23}}{3}$$

$$r_3 = \frac{R + r_{31} - r_{23}}{3} = \frac{R - r_{12} - 2r_{23}}{3}$$

(62)

A forrásfüggvény kitevője tömegközépponti rendszerből, áttérve a relatív koordinátákra:

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = \frac{2}{3} (r_{12}^2 + r_{23}^2) + \frac{1}{3} r_{12} \cdot r_{23} \quad (63)$$



11. ábra. A Schrödinger-egyenlet megoldásának numerikus hibája a forrásfüggvény R paraméterének és a relatív impulzus nagyságának függvényében

A háromrészecskes korrekciót $Q = \sqrt{4(k_{12}^2 + k_{23}^2 + k_{31}^2)}$ függvényében vizsgáltam. A relatív impulzusok véletlen generálásánál még figyelembe kellett venni a $k_{31} = -k_{12} - k_{23}$ feltételt. Q adott paraméter mellé legeneráltam az x tengely irányába mutató k_{12} -öt és a k_{12} és k_{23} által bezárt szöget Θ -át. Így k_{23} hosszára az alábbi feltételt kapjuk:

$$k_{31} = -k_{12} - k_{23} \quad (64)$$

$$k_{31}^2 = k_{12}^2 + k_{23}^2 + 2k_{12}k_{23}\cos\Theta$$

$$Q^2 = 4(2k_{12}^2 + k_{23}^2 + 2k_{12}k_{23}\cos\Theta)$$

$$0 = k_{23}^2 + k_{12}\cos\Theta k_{23} + \left(k_{12}^2 - \frac{Q^2}{8}\right) \quad (65)$$

k_{23} generálásánál ezt a másodfokú egyenletet kellett megoldani. Az integrálást a program 50000-szer végezte el.

Hivatkozások

- [1] Minoru Biyajima, Takuya Mizoguchi, and Naomichi Suzuki. Analyses of third order bose-einstein correlation by means of coulomb wave function, 2005.
- [2] Minoru Biyajima, Takuya Mizoguchi, and Naomichi Suzuki. Third order bose-einstein correlations by means of coulomb wave function revisited. *PHYS.LETT.B*, 637:64, 2006.
- [3] T. Csorgo. Particle interferometry from 40 mev to 40 tev. *HEAVY ION PHYS.*, 15:1, 2002.
- [4] Brookhaven National Laboratory. The phenix detector. <http://www.bnl.gov/rhic/physics.asp>, November 2008.
- [5] Brookhaven National Laboratory. The phenix detector. <http://www.bnl.gov/rhic/PHENIX.asp>, November 2008.
- [6] Brookhaven National Laboratory. Perfect liquid hot enough to be quark soup. <http://www.bnl.gov/rhic/news2/news.asp?a=1074&t=pr>, February 2010.
- [7] Csanád Máté. Experimental and theoretical investigation of relativistic heavy ion collisions at rhic with focus on non-central collisions. www.phenix.bnl.gov/WWW/publish/csanad/phd/summary.pdf, February 2007.
- [8] Jose Ignacio Pascual. Agsd. <http://users.physik.fu-berlin.de/~ag-pascual/Vorlesung/SS06/Slides/AMOL-L1d.pdf>, November 2008.
- [9] PHENIX-Magyarország. Mérföldkövek a phenix kutatásaiban. <http://phenix.elte.hu/index.php?p=miles>, February 2010.
- [10] természetvilaga. A kvarkok csodálatos világa. http://www.termesztvilaga.hu/fizika_eve/tortenet/nobel/fizika/trocsanyi.html, November 2005.

Név: Krizsán Levente

ELTE Természettudományi Kar, szak: fizika

ETR azonosító: KRLQAAT

Szakedolgozat címe: Korrelációk a nagyenergiás fizikában

A **szakedolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest 2011. június 6.

a hallgató aláírása